

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

www.upm.es



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**Escuela Universitaria de
Ingeniería Técnica Aeronáutica**

HELICÓPTEROS

*Profesores: Miguel A. Barcala Montejano
Ángel A. Rodríguez Sevillano*

POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**Escuela Universitaria de
Ingeniería Técnica Aeronáutica**

**AERODINÁMICA DEL ROTOR
Teoría de la Cantidad de
Movimiento
Vuelo vertical Ascendente**

POLITÉCNICA





Primeras ideas:

- El vuelo vertical ascendente es la condición de vuelo más sencilla.
 - Las velocidades en el plano del rotor son simétricas respecto al eje de giro.
 - Las fuerzas aerodinámicas sobre las palas son constantes independientemente de la posición angular de éstas.
 - El plano que forman las puntas del rotor es perpendicular al árbol de arrastre.



Primeras ideas:

- El vuelo vertical ascendente es la condición de vuelo más sencilla.
- Existen diversas teorías para el estudio de la aerodinámica del rotor
 - La aplicación directa de la teoría de la cantidad de movimiento.
 - La aplicación de la teoría del elemento de pala.
 - La aplicación de la teoría turbillonaria.



AERODINÁMICA DEL ROTOR



VUELO VERTICAL ASCENDENTE



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

- ✓ **Cálculo de la Tracción y de la Potencia.**
- ✓ **Vuelo a Punto fijo.**
- ✓ **Relación de velocidades y Potencia.**
- ✓ **Coeficientes de Tracción y Potencia.**
- ✓ **Expresiones adimensionales.**



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

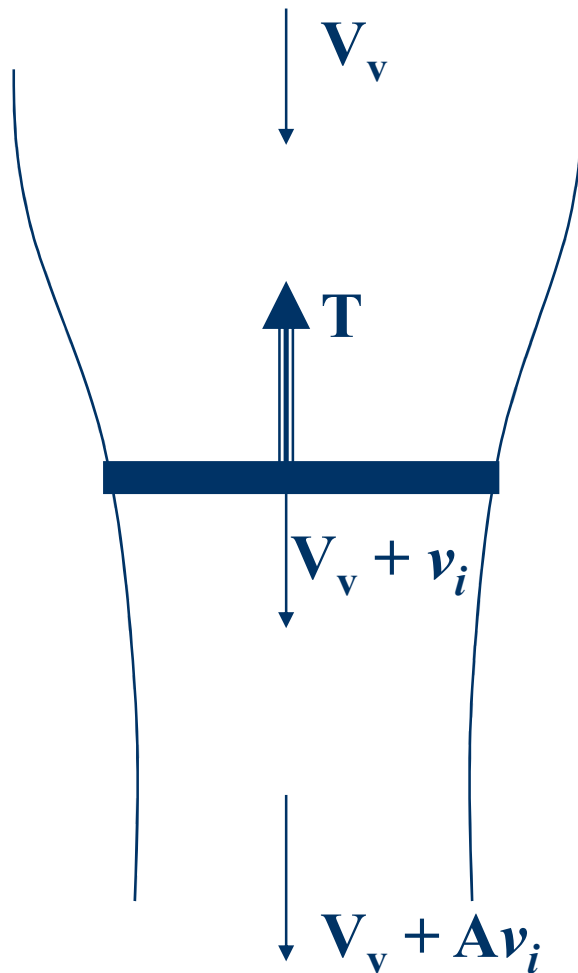
HIPÓTESIS INICIALES

- Consideramos que un movimiento a $Re \gg 1$.
- Sustituimos el rotor, que está compuesto por palas que giran, por un disco totalmente poroso del mismo radio (R) del rotor que sustituye.
- Suponemos que la corriente afectada por el disco está delimitada por un tubo de corriente.
- El movimiento del fluido en el tubo de corriente se considera unidimensional, estacionario e incompresible.
- Se desprecian efectos de rotación de estela y pérdidas en punta de pala.



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

MODELO MATEMÁTICO

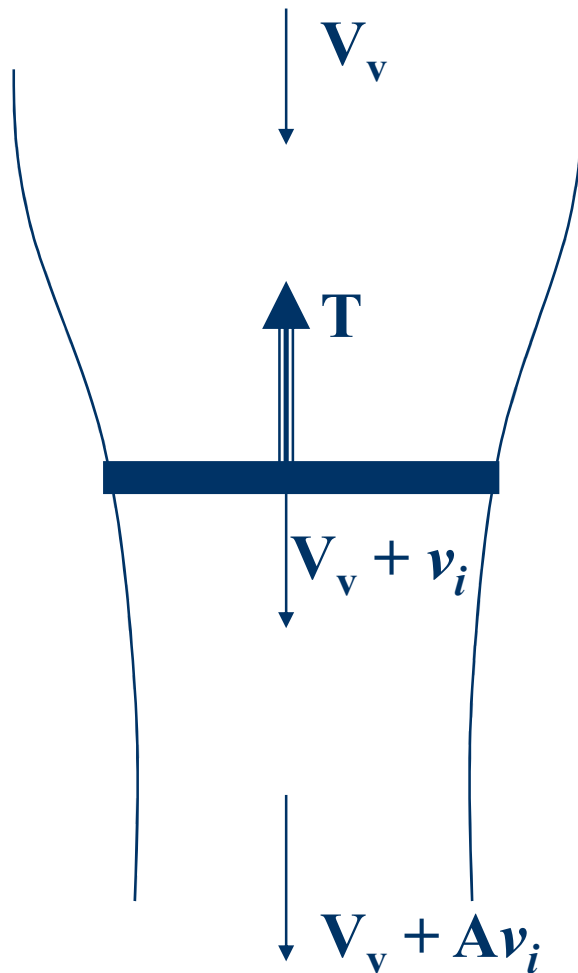


- La velocidad del fluido aguas arriba del rotor es la velocidad ascendente del rotor. (V_v).
- La velocidad del fluido en la sección del disco es la velocidad ascendente del rotor más la velocidad inducida por el disco sustentador. ($V_v + v_i$).
- La velocidad del fluido aguas abajo del rotor es la velocidad ascendente del rotor más un número de veces, a determinar, la velocidad inducida en el plano del disco. ($V_v + Av_i$).



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA



$$\vec{F}_{ex} - \int_A P \vec{n} dA = G (\vec{V}_s - \vec{V}_e)$$

$$G = \rho VA = \rho \pi R^2 (V_v + v_i)$$

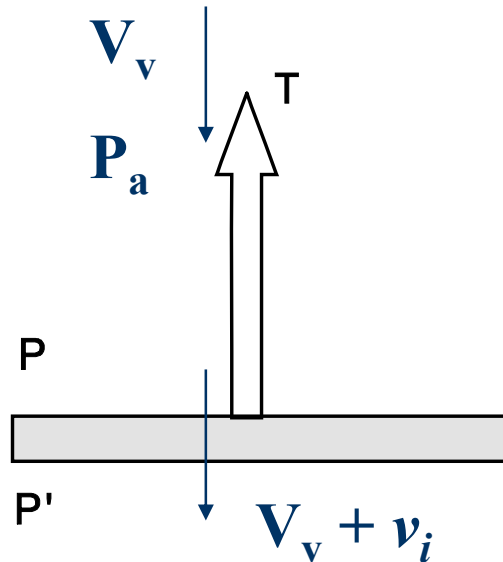
$$T = \rho (\pi R^2) (V_v + v_i) A v_i$$

¿A?



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA

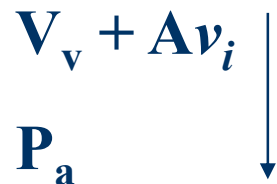


Cálculo del Parámetro "A"

$$T = (P' - P)\pi R^2$$

$$P_a + \frac{1}{2}\rho V_v^2 = P + \frac{1}{2}\rho(V_v + v_i)^2$$

$$P' + \frac{1}{2}\rho(V_v + v_i)^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho(V_v + Av_i)^2$$



$$T = \frac{1}{2}\rho(\pi R^2)(2V_v + Av_i)Av_i$$

$$A = 2$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA

TRACCIÓN

$$T = 2\rho(\pi R^2)v_i(V_v + v_i)$$

POTENCIA

$$P_i = T(V_v + v_i)$$

$$P - P_a = -\rho v_i(V_v + \frac{1}{2}v_i)$$

$$P' - P_a = \rho v_i(V_v + \frac{3}{2}v_i)$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

VUELO A PUNTO FIJO (TRACCIÓN Y POTENCIA)

Condición de vuelo \longrightarrow $V_v=0$

$$T = 2\rho(\pi R^2)v_{io}^2$$

$$P_{io} = 2\rho(\pi R^2)v_{io}^3$$

$$v_{io} = \sqrt{\frac{T}{2\rho(\pi R^2)}} = \sqrt{\frac{W}{2\rho(\pi R^2)}}$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

RELACIÓN DE VELOCIDADES

$$\frac{W}{2\rho(\pi R^2)} = v_{io}^2 = v_i (V_v + v_i) \rightarrow \left(\frac{V_v + v_i}{v_{io}} \right) \left(\frac{v_i}{v_{io}} \right) = 1$$

$$\left(\frac{v_i}{v_{io}} \right)^2 + \left(\frac{v_i}{v_{io}} \right) \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) - 1 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \frac{v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}} \right)^2 + 4} - \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) \right] \\ \frac{V_v + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}} \right)^2 + 4} + \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) \right] \end{array} \right.$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

RELACIÓN DE POTENCIAS

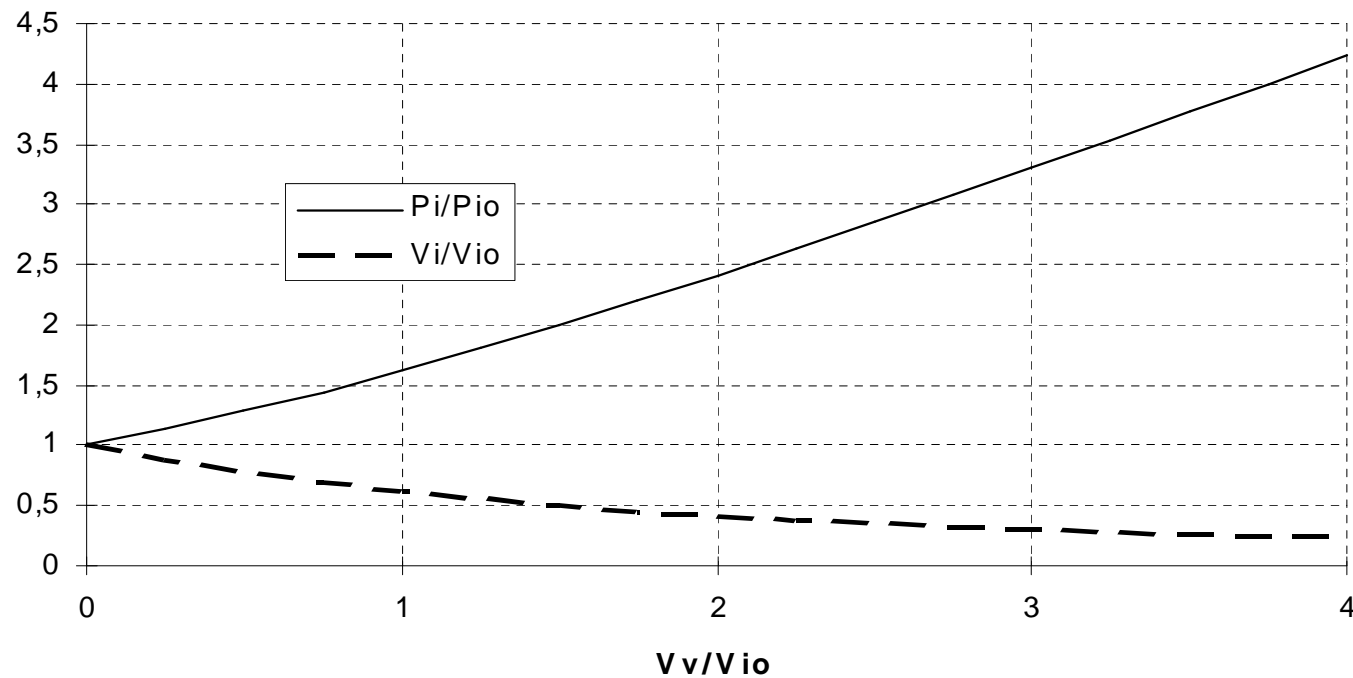
$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{T(V_V + v_i)}{Tv_{io}} = \frac{V_v + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}}\right)^2 + 4} + \left(\frac{V_v}{v_{io}}\right) \right]$$

$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{V_V + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{\left(\frac{v_i}{v_{io}}\right)}$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

VELOCIDAD DE VUELO, INDUCIDA Y POTENCIA





TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

COEFICIENTES ADIMENSIONALES

Coeficiente adimensional de Tracción $C_N = \frac{F}{\rho S V^2}$ $C_T = \frac{T}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2}$

Coeficiente adimensional de Potencia $C_W = \frac{W}{\rho S V^3}$ $C_{P_i} = \frac{P_i}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^3}$

$$C_T = \frac{2\rho(\pi R^2)v_{io}^2}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} = 2\left(\frac{v_{io}}{\Omega R}\right)^2$$
$$C_{P_i} = 2\frac{v_i}{\Omega R}\left(\frac{V_v + v_i}{\Omega R}\right)^2$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

EXPRESIONES ADIMENSIONALES

$$\frac{v_i}{v_{io}} = \frac{v_i}{\Omega R} \cdot \frac{\Omega R}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v \Omega R}{\Omega R v_{io}} \right)^2 + 4} - \left(\frac{V_v \Omega R}{\Omega R v_{io}} \right) \right] \rightarrow \frac{v_i}{\Omega R} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} - \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$

$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} = \frac{V_v + v_{io}}{v_{io}} \longrightarrow \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{C_T}{2}}} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$

$$\frac{C_{P_i}}{C_T} = \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} \frac{C_{P_{io}}}{C_T} \longrightarrow \frac{C_{P_i}}{C_T} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$