

POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

www.upm.es



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**Escuela Universitaria de
Ingeniería Técnica Aeronáutica**

HELICÓPTEROS

*Profesores: Miguel A. Barcala Montejano
Ángel A. Rodríguez Sevillano*

POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

**Escuela Universitaria de
Ingeniería Técnica Aeronáutica**

**AERODINÁMICA DEL ROTOR
Teoría del Elemento de Pala
Vuelo Vertical Ascendente**

POLITÉCNICA





Primeras ideas:

- El vuelo vertical ascendente es la condición de vuelo más sencilla.
 - Las velocidades en el plano del rotor son simétricas respecto al eje de giro.
 - Las fuerzas aerodinámicas sobre las palas son constantes independientemente de la posición angular de éstas.
 - El plano que forman las puntas del rotor es perpendicular al árbol de arrastre.



Primeras ideas:

- El vuelo vertical ascendente es la condición de vuelo más sencilla.
- Existen diversas teorías para el estudio de la aerodinámica del rotor
 - La aplicación directa de la teoría de la cantidad de movimiento.
 - La aplicación de la teoría del elemento de pala.
 - La aplicación de la teoría turbillonaria.



AERODINÁMICA DEL ROTOR



VUELO VERTICAL ASCENDENTE



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO



Cálculo de la Tracción y de la Potencia.



Vuelo a Punto fijo.



Relación de velocidades y Potencia.



Coeficientes de Tracción y Potencia.



Expresiones adimensionales.



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

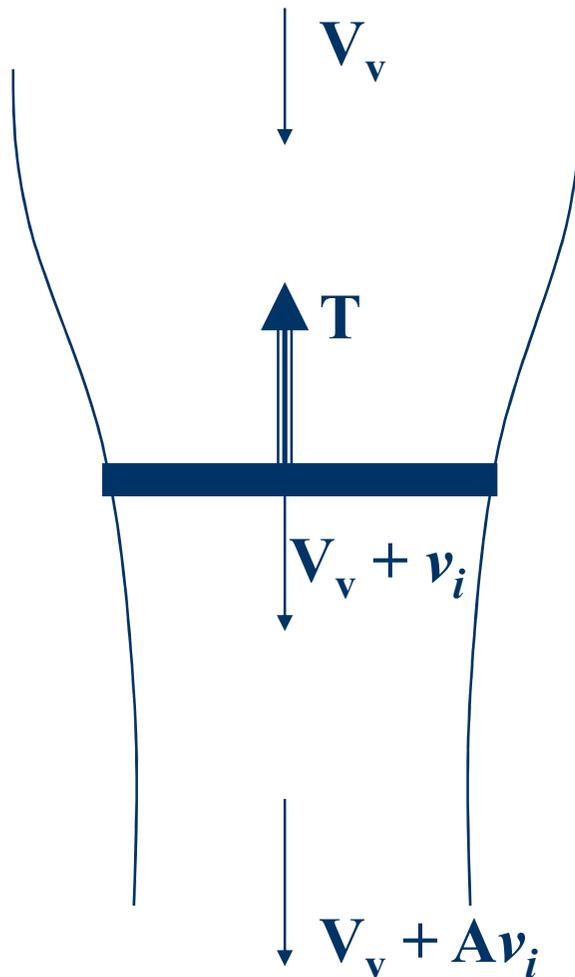
HIPÓTESIS INICIALES

- Consideramos que un movimiento a $Re \gg 1$.
- Sustituimos el rotor, que está compuesto por palas que giran, por un disco totalmente poroso del mismo radio (R) del rotor que sustituye.
- Suponemos que la corriente afectada por el disco está delimitada por un tubo de corriente.
- El movimiento del fluido en el tubo de corriente se considera unidimensional, estacionario e incompresible.
- Se desprecian efectos de rotación de estela y pérdidas en punta de pala.



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

MODELO MATEMÁTICO

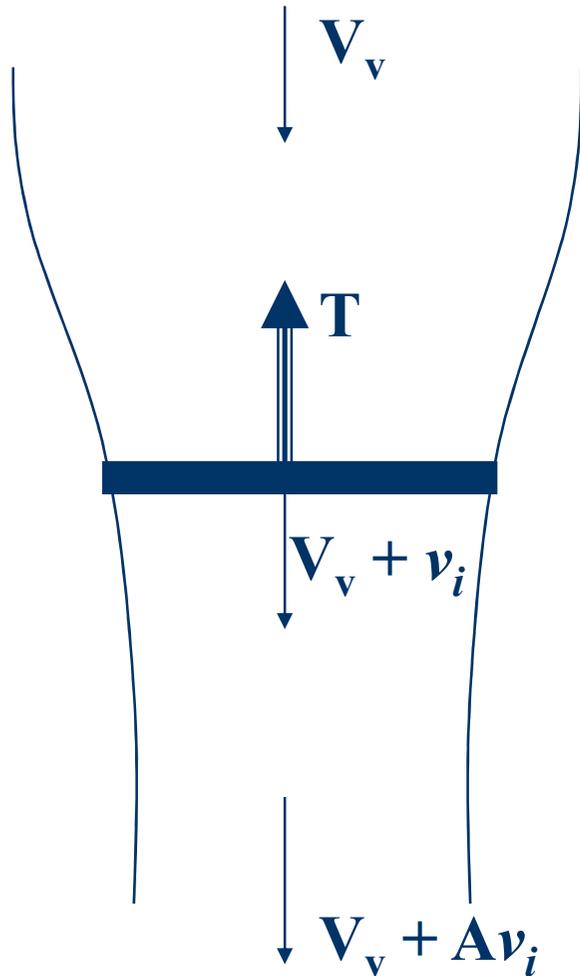


- La velocidad del fluido aguas arriba del rotor es la velocidad ascendente del rotor. (V_v).
- La velocidad del fluido en la sección del disco es la velocidad ascendente del rotor más la velocidad inducida por el disco sustentador. ($V_v + v_i$).
- La velocidad del fluido aguas abajo del rotor es la velocidad ascendente del rotor más un número de veces, a determinar, la velocidad inducida en el plano del disco. ($V_v + Av_i$).



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA



$$\vec{F}_{ex} - \int_A P \vec{n} dA = G (\vec{V}_s - \vec{V}_e)$$

$$G = \rho VA = \rho \pi R^2 (V_v + v_i)$$

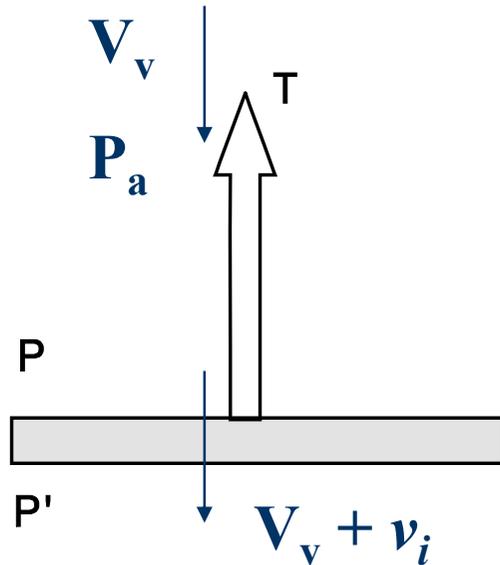
$$T = \rho (\pi R^2) (V_v + v_i) A v_i$$

¿A?



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA

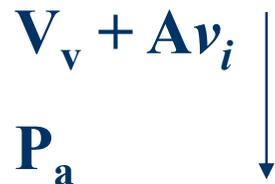


Cálculo del Parámetro "A"

$$T = (P' - P)\pi R^2$$

$$P_a + \frac{1}{2}\rho V_v^2 = P + \frac{1}{2}\rho(V_v + v_i)^2$$

$$P' + \frac{1}{2}\rho(V_v + v_i)^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho(V_v + Av_i)^2$$



$$T = \frac{1}{2}\rho(\pi R^2)(2V_v + Av_i)Av_i$$

$$A = 2$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y POTENCIA

TRACCIÓN

$$T = 2\rho(\pi R^2)v_i(V_v + v_i)$$

POTENCIA

$$P_i = T(V_v + v_i)$$

$$P - P_a = -\rho v_i(V_v + \frac{1}{2}v_i)$$

$$P' - P_a = \rho v_i(V_v + \frac{3}{2}v_i)$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

VUELO A PUNTO FIJO (TRACCIÓN Y POTENCIA)

Condición de vuelo \longrightarrow $V_v=0$

$$T = 2\rho(\pi R^2)v_{io}^2$$

$$P_{io} = 2\rho(\pi R^2)v_{io}^3$$

$$v_{io} = \sqrt{\frac{T}{2\rho(\pi R^2)}} = \sqrt{\frac{W}{2\rho(\pi R^2)}}$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

RELACIÓN DE VELOCIDADES

$$\frac{W}{2\rho(\pi R^2)} = v_{io}^2 = v_i (V_v + v_i) \rightarrow \left(\frac{V_v + v_i}{v_{io}} \right) \left(\frac{v_i}{v_{io}} \right) = 1$$

$$\left(\frac{v_i}{v_{io}} \right)^2 + \left(\frac{v_i}{v_{io}} \right) \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) - 1 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \frac{v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}} \right)^2 + 4} - \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) \right] \\ \frac{V_v + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}} \right)^2 + 4} + \left(\frac{V_v}{v_{io}} \right) \right] \end{array} \right.$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

RELACIÓN DE POTENCIAS

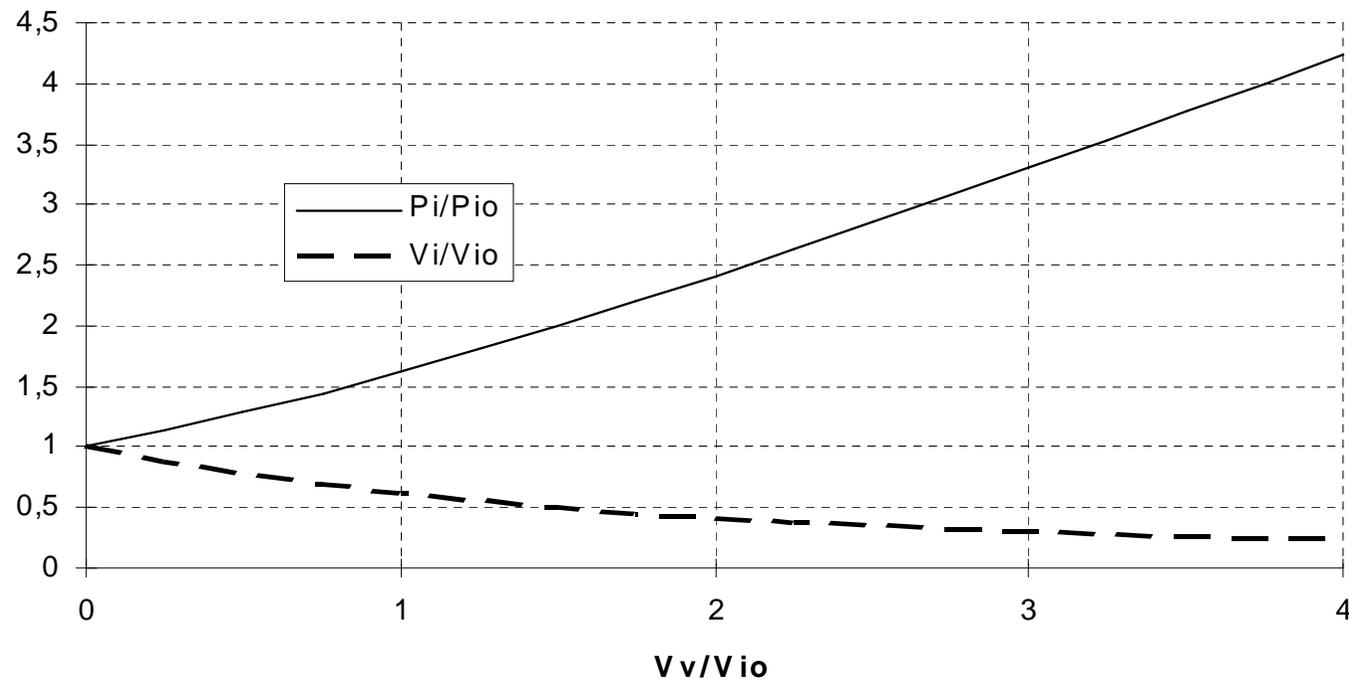
$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{T(V_V + v_i)}{Tv_{io}} = \frac{V_v + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{v_{io}}\right)^2 + 4} + \left(\frac{V_v}{v_{io}}\right) \right]$$

$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{V_V + v_i}{v_{io}} = \frac{1}{\left(\frac{v_i}{v_{io}}\right)}$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

VELOCIDAD DE VUELO, INDUCIDA Y POTENCIA





TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

COEFICIENTES ADIMENSIONALES

Coeficiente adimensional de Tracción $C_N = \frac{F}{\rho S V^2}$ $C_T = \frac{T}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2}$

Coeficiente adimensional de Potencia $C_W = \frac{W}{\rho S V^3}$ $C_{P_i} = \frac{P_i}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^3}$

$$C_T = \frac{2\rho(\pi R^2)v_{io}^2}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} = 2\left(\frac{v_{io}}{\Omega R}\right)^2$$
$$C_{P_i} = 2\frac{v_i}{\Omega R}\left(\frac{V_v + v_i}{\Omega R}\right)^2$$



TEORÍA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

EXPRESIONES ADIMENSIONALES

$$\frac{v_i}{v_{io}} = \frac{v_i}{\Omega R} \cdot \frac{\Omega R}{v_{io}} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{\Omega R} \frac{\Omega R}{v_{io}} \right)^2 + 4} - \left(\frac{V_v}{\Omega R} \frac{\Omega R}{v_{io}} \right) \right] \rightarrow \frac{v_i}{\Omega R} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} - \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$

$$\frac{P_i}{P_{io}} = \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} = \frac{V_v + v_{io}}{v_{io}} \longrightarrow \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{C_T}{2}}} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$

$$\frac{C_{P_i}}{C_T} = \frac{C_{P_i}}{C_{P_{io}}} \frac{C_{P_{io}}}{C_T} \longrightarrow \frac{C_{P_i}}{C_T} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2 C_T + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right)^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R} \right) \right]$$



Primeras ideas:

- La Teoría de la Cantidad de Movimiento tiene excesivas limitaciones, entre otras:
 - No tiene en cuenta la resistencia parásita.
 - No considera la geometría del rotor.
 - No tiene en cuenta efectos tridimensionales.



Primeras ideas:

- La Teoría de la Cantidad de Movimiento tiene excesivas limitaciones.
- El disco sustentador es un rotor como b palas girando con una velocidad angular Ω , con las siguientes consideraciones:
 - Las palas son alas de gran alargamiento, y
 - La aplicación de los conocimientos de la aerodinámica de alas es posible.



AERODINÁMICA DEL ROTOR



VUELO VERTICAL ASCENDENTE



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

- ✓ **Hipótesis, Modelo y Fuerzas Aerodinámicas.**
- ✓ **Cálculo de la Tracción y Par Motor.**
- ✓ **Expresiones adimensionales.**
- ✓ **Distribución de velocidad inducida.**
- ✓ **Rotores de velocidad inducida constante.**



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

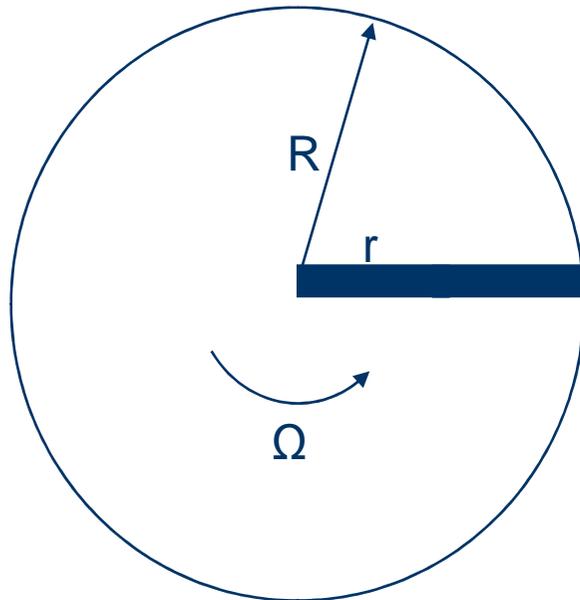
HIPÓTESIS

- Consideramos movimiento a $Re \gg 1$.
- El movimiento del fluido lo consideramos estacionario e incompresible.
- Las fuerzas aerodinámicas se obtendrán de las curvas de sustentación y polar del perfil considerado como bidimensional.
- Los efectos tridimensionales se considerarán por métodos semiempíricos.
- No se tienen en cuenta efectos de rotación de estela.

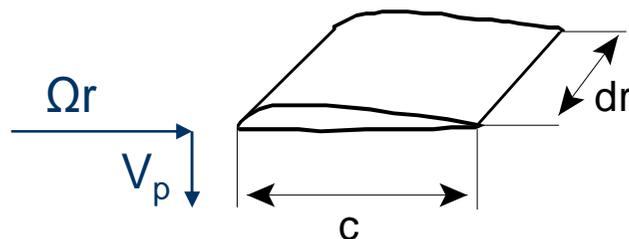


TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

MODELO



- Consideramos un rotor de radio " R " formado por " b " palas que giran con una velocidad angular Ω constante, en vuelo vertical uniforme y ascendente.
- El elemento de pala tiene una cuerda " c ", envergadura " dr " y está situado a una distancia " r " del centro del rotor.
- La velocidad incidente no perturbada es suma de una velocidad tangencial y una velocidad normal.

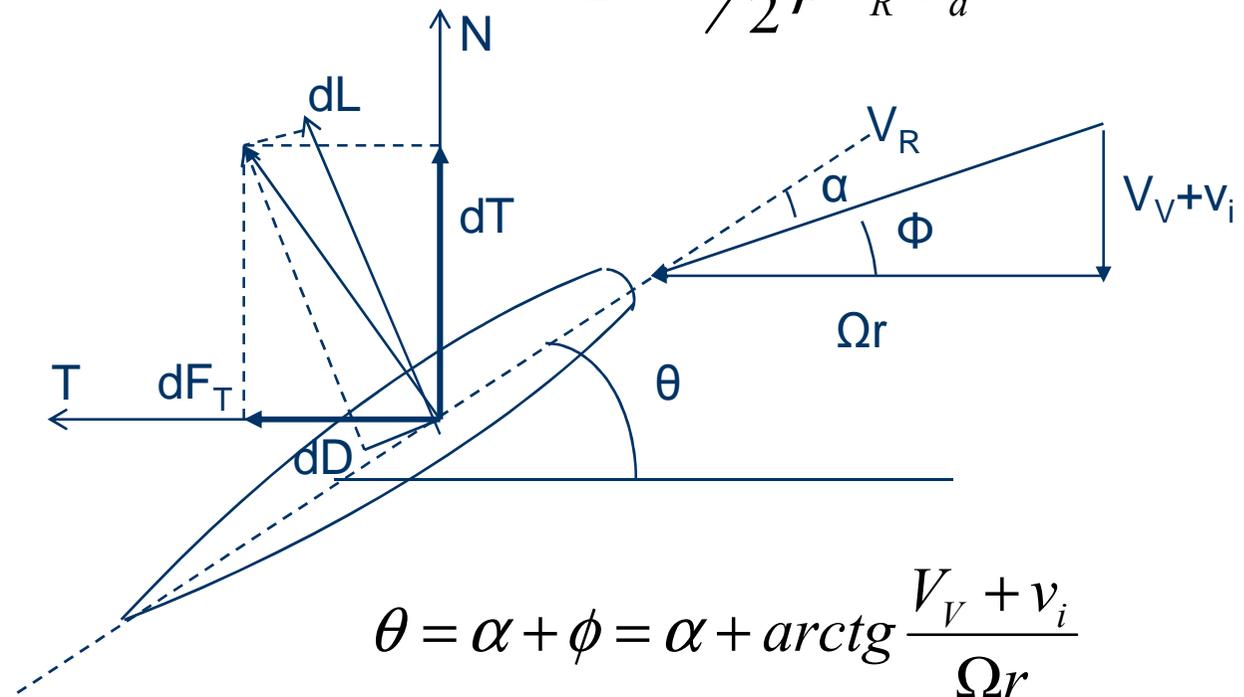
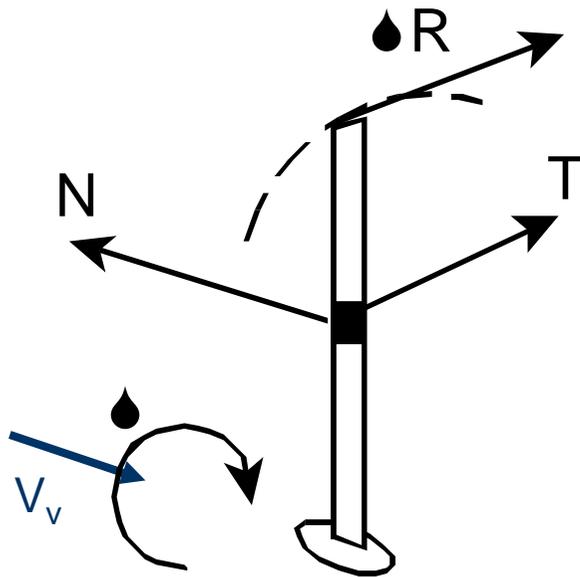




TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

FUERZAS AERODINÁMICAS

Ejes Euler.





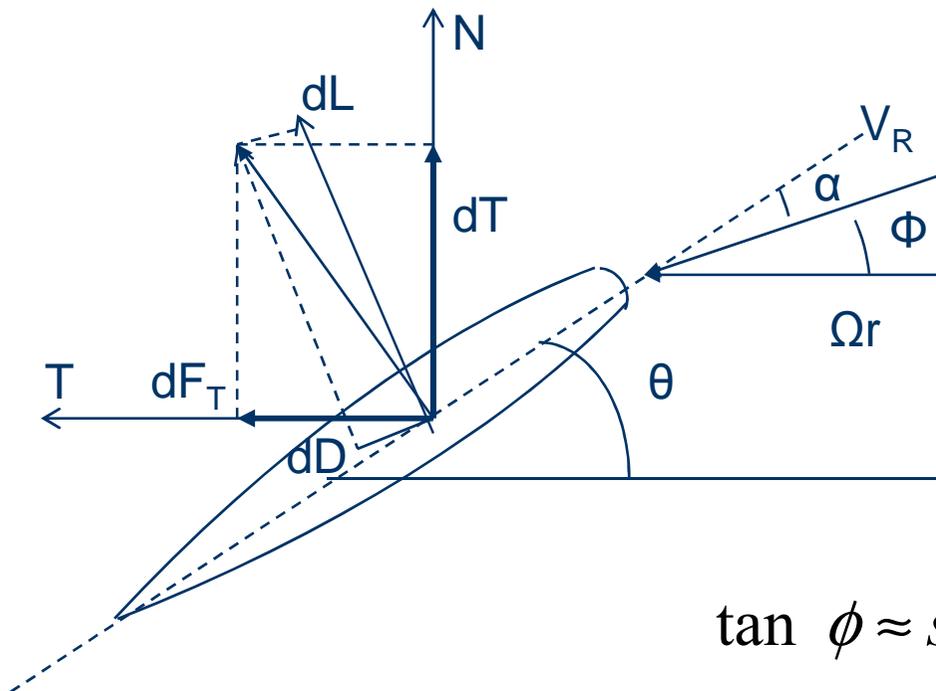
TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

Ecuaciones de partida

$$dT = \cos \phi \cdot dL - \text{sen} \phi \cdot dD$$

$$dF_T = \text{sen} \phi \cdot dL + \cos \phi \cdot dD$$



$$dD \ll dL \quad y \quad \frac{V_v + v_i}{\Omega r} \ll 1$$

$$\tan \phi \approx \text{sen} \phi \approx \phi \approx \frac{V_v + v_i}{\Omega r} \quad y \quad \cos \phi \approx 1$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

simplificaciones

$$\left. \begin{array}{l} dD \ll dL \\ \phi \approx \text{sen } \phi \approx \text{tag } \phi = \frac{V_V + v_i}{\Omega r} \end{array} \right\} \begin{array}{l} dT \approx dL \\ dF_T \approx \text{sen } \phi dL + dD \end{array}$$

$$dT = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 c C_l dr$$

$$dF_{T_i} = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 \phi c C_l dr = \phi dT$$

$$dF_{T_o} = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 c C_d dr = \frac{C_d}{C_l} dT$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

Ecuaciones diferenciales

Diferencial de tracción

$$dT = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 c C_l dr$$

Diferencial de par inducido

$$dQ_i = \phi r dT = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 \phi c C_l r dr$$

Diferencial de par parásito

$$dQ_o = \frac{C_d}{C_l} r dT = \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 c C_d r dr$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

Ecuaciones adimensionales $C_T = \frac{T}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2}$ y $C_Q = \frac{Q}{\rho(\pi R^2)R(\Omega R)^2}$

Solidez local $\sigma = \frac{bc}{\pi R}$

Radio adimensional $x = \frac{r}{R}$

$$dC_T = \frac{bdT}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} x^2 C_l dx$$

$$dC_{Q_i} = \frac{bQ_i}{\rho(\pi R^2)R(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} \phi x^3 C_l dx = \phi x dC_T$$

$$dC_{Q_0} = \frac{bQ_0}{\rho(\pi R^2)R(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} x^3 C_d dx$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

Sistema de ecuaciones integrales

$$C_T = \int_0^1 \frac{\sigma}{2} x^2 C_l dx$$

$$C_{Q_i} = \int_0^1 \frac{\sigma}{2} \phi x^3 C_l dx$$

$$C_{Q_0} = \int_0^1 \frac{\sigma}{2} x^3 C_d dx$$

¿ $\theta(x)$?

¿ $v_i(x)$?

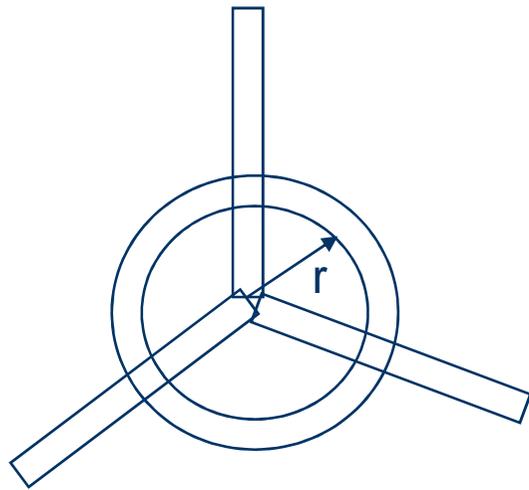
¿ $\sigma(x)$?



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES INDUCIDAS

Combinación TCM y TEP



$$dT = \frac{b}{2} \rho (\Omega r)^2 c a \alpha dr$$

$$dT = 4 \rho v_i (V_v + v_i) \pi r dr$$

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta_x - \frac{V_v + v_i}{\Omega R} \right)$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES INDUCIDAS

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta x - \frac{V_v + v_i}{\Omega R} \right)$$

$$\frac{v_i}{\Omega R} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{V_v}{\Omega R} - \frac{a\sigma}{8} \right)^2 + \frac{a\sigma}{2} \theta x} - \left(\frac{V_v}{\Omega R} + \frac{a\sigma}{8} \right) \right]$$

Vuelo a punto fijo

$$\frac{v_{io}}{\Omega R} = \frac{a\sigma}{16} \left(\sqrt{1 + \frac{32}{a\sigma} \theta x} - 1 \right)$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

ROTORES DE VELOCIDAD INDUCIDA CONSTANTE

Rotor de torsión ideal

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta_x - \frac{V_v + v_i}{\Omega R} \right)$$

Solidez local constante, $\sigma = \text{cte}$

Torsión hiperbólica $x\theta = \text{cte}$

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_V + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta_t - \frac{V_V + v_i}{\Omega R} \right)$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

ROTORES DE VELOCIDAD INDUCIDA CONSTANTE

Rotor óptimo

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta_x - \frac{V_v + v_i}{\Omega R} \right)$$

Solidez local hiperbólica, $\sigma x = \text{cte}$

Ángulo de ataque constante, $\alpha = \text{cte}$

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{a \sigma_t}{8} \alpha_o$$



AERODINÁMICA DEL ROTOR



VUELO VERTICAL ASCENDENTE



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

- ✓ **Rotores de velocidad inducida constante.**
- ✓ **Rotores de Torsión Ideal.**
- ✓ **Rotor optimo.**
- ✓ **Factor de Mérito.**
- ✓ **Pérdidas en punta de pala.**
- ✓ **Efecto Suelo.**



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

CÁLCULO DE LA TRACCIÓN Y PAR MOTOR

$$\sigma = \frac{bc}{\pi R} \quad x = \frac{r}{R}$$

$$dC_T = \frac{bdT}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} x^2 C_l dx$$

$$dC_{Q_i} = \frac{bQ_i}{\rho(\pi R^2)R(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} \phi x^3 C_l dx = \phi x dC_T$$

$$dC_{Q_0} = \frac{bQ_0}{\rho(\pi R^2)R(\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} x^3 C_d dx$$

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta x - \frac{V_v + v_i}{\Omega R} \right)$$



TEORÍA DEL ELEMENTO DE PALA

ROTORES DE VELOCIDAD INDUCIDA CONSTANTE

Rotor de Torsión Ideal

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_V + v_i}{\Omega R} = \frac{\sigma a}{8} \left(\theta_t - \frac{V_V + v_i}{\Omega R} \right)$$

Solidez local constante, $\sigma = \text{cte}$

Torsión hiperbólica $x\theta = \text{cte}$

Rotor Optimo

$$\frac{v_i}{\Omega R} \frac{V_v + v_i}{\Omega R} = \frac{a}{8} \frac{\sigma_t}{\alpha_o}$$

Solidez local hiperbólica, $\sigma x = \text{cte}$

Ángulo de ataque constante, $\alpha = \text{cte}$



ROTORES DE TORSIÓN IDEAL

Coefficiente de Tracción

$$\theta = \theta_t \frac{l}{x} \quad y \quad \phi = \phi_t \frac{l}{x}$$

$$\alpha = \theta - \phi = (\theta_t - \phi_t) \frac{l}{x} = \alpha_t \frac{l}{x}$$

$$dC_T = \frac{a\sigma}{2} \alpha x^2 dx$$

$$C_T = \frac{a\sigma}{2} \int_0^1 \alpha x^2 dx = \frac{a\sigma}{2} \alpha_t \int_0^1 x dx$$

$$C_T = \frac{a\sigma}{4} \alpha_t$$



ROTORES DE TORSIÓN IDEAL

Coeficiente de Par Motor Inducido

$$\theta = \theta_t \frac{1}{x} \quad y \quad \phi = \phi_t \frac{1}{x}$$
$$\alpha = \theta - \phi = (\theta_t - \phi_t) \frac{1}{x} = \alpha_t \frac{1}{x}$$
$$dC_{Q_i} = \frac{a\sigma}{2} \phi \alpha x^3 dx$$

$$C_{Q_i} = \int_0^1 \frac{a\sigma}{2} \phi \alpha x^3 dx = \frac{a\sigma}{2} \phi_t \alpha_t \int_0^1 x dx$$

$$C_{Q_i} = \frac{a\sigma}{4} \phi_t \alpha_t = \phi_t C_T$$



ROTORES DE TORSIÓN IDEAL

Coeficiente de Par Motor Parásito

$$\theta = \theta_t \frac{1}{x} \quad y \quad \phi = \phi_t \frac{1}{x}$$
$$\alpha = \theta - \phi = (\theta_t - \phi_t) \frac{1}{x} = \alpha_t \frac{1}{x}$$
$$dC_{Q_0} = \frac{\sigma}{2} C_d x^3 dx$$

$$C_{Q_0} = \frac{\sigma}{2} \int_0^1 C_d x^3 dx$$

Es necesario conocer la distribución de C_d con la posición del elemento de pala



ROTORES DE TORSIÓN IDEAL

Coeficiente de Par Motor Parásito

$$C_{Q_0} = \frac{\sigma}{2} \int_0^1 C_d x^3 dx$$

Perfiles de la pala tengan una ley de resistencia parabólica

$$C_d = \delta_0 + \delta_1 \alpha + \delta_2 \alpha^2 \quad \text{para r.t.i} \quad C_d = \delta_0 + \delta_1 \alpha_t \frac{1}{x} + \delta_2 \alpha_t^2 \frac{1}{x^2}$$

$$C_{Q_0} = \frac{\sigma}{8} \left(\delta_0 + \frac{4}{3} \delta_1 \alpha_t + 2 \delta_2 \alpha_t^2 \right)$$



ROTORES ÓPTIMOS

Coeficiente de Tracción

$$\sigma = \frac{\sigma_t}{x}$$

$$\alpha = \alpha_0$$

$$\theta = \alpha_0 + \frac{(V_V + v_i)}{\Omega R} \frac{1}{x}$$

$$dC_T = \frac{a\sigma}{2} \alpha x^2 dx$$

$$C_T = \int_0^1 \frac{a\sigma}{2} \alpha x^2 dx = \frac{a\sigma_t}{2} \alpha_0 \int_0^1 x dx$$

$$C_T = \frac{a\sigma_t}{4} \alpha_0 = \frac{\sigma_t}{4} C_l$$



ROTORES ÓPTIMOS

Coeficiente de Par Motor Inducido

$$\sigma = \frac{\sigma_t}{x}$$

$$\alpha = \alpha_0$$

$$\theta = \alpha_0 + \frac{(V_V + v_i)}{\Omega R} \frac{1}{x}$$

$$dC_{Q_i} = \frac{a\sigma}{2} \phi \alpha x^3 dx$$

$$C_{Q_i} = \int_0^1 \frac{a\sigma}{2} \phi \alpha x^3 dx = \frac{a\sigma_t}{2} \phi_t \alpha_0 \int_0^1 x dx$$

$$C_{Q_i} = \frac{a\sigma_t}{4} \phi_t \alpha_0 = \phi_t C_T$$



ROTORES ÓPTIMOS

Coeficiente de Par Motor Parásito

$$\sigma = \frac{\sigma_t}{x}$$

$$\alpha = \alpha_0$$

$$\theta = \alpha_0 + \frac{(V_V + v_i)}{\Omega R} \frac{1}{x}$$

$$dC_{Q_0} = \frac{\sigma}{2} C_d x^3 dx$$

$$C_{Q_0} = \frac{\sigma_t}{2} C_d \int_0^1 x^2 dx$$

$$C_{Q_0} = \frac{\sigma_t}{6} C_d$$



FACTOR DE MÉRITO

Se define el factor de mérito como la relación entre la potencia mínima necesaria para la sustentación de un rotor ideal y la potencia real suministrada al árbol, **en el caso de vuelo a punto fijo**, y se designa por la letra "M".

$$M = \frac{T v_{io}}{P} = \frac{C_T \frac{V_{io}}{\Omega R}}{C_{Q_{io}} + C_{Q_{0o}}} \quad M = \frac{1}{1 + \frac{C_{Q_{0o}}}{C_{Q_{io}}}}$$



PERDIDAS EN PUNTA DE PALA

Ideas

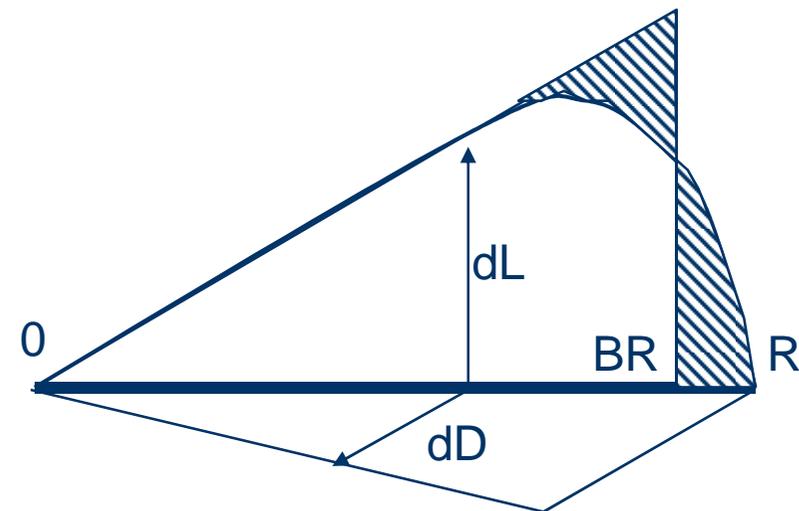
- ❑ No se han tenido en cuenta los “efectos tridimensionales”
- ❑ Hay una circulación alrededor de los bordes marginales de las palas producida por la diferencia de presión entre estrados e intradós
- ❑ *“la sustentación del elemento de pala en el borde marginal es nula”*



PERDIDAS EN PUNTA DE PALA

Corrección

Prandtl y Wald. Definen un coeficiente "B" adimensional, tal que a partir de la sección de pala situada a una distancia "BR" del centro, los perfiles no sustentan pero sí tienen resistencia consiguiendo que el valor global de la tracción sea válida aunque no lo sea la distribución a lo largo de la envergadura de la pala.





PERDIDAS EN PUNTA DE PALA

Corrección, expresiones

$$B = 1 - \frac{\sqrt{2C_T}}{b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_e > 0,5 \rightarrow B = 1 - \sqrt{2C_T} \left(\frac{1}{b} - 0,6x_e \right) \\ x_e > 0,5 \rightarrow B = 1 - \sqrt{2C_T} \left(\frac{1}{b} - 0,3 \right) \end{array} \right.$$



PERDIDAS EN PUNTA DE PALA

Rotores de Torsión Ideal

$$C_T = \frac{a\sigma}{2} \alpha_t \int_0^B x dx \longrightarrow C_T = B^2 \frac{a\sigma}{4} \alpha_t$$

$$C_{Q_i} = \frac{a\sigma}{2} \phi_t \alpha_t \int_0^B x dx \longrightarrow C_{Q_i} = B^2 \frac{a\sigma}{4} \phi_t \alpha_t = \phi_t C_T$$

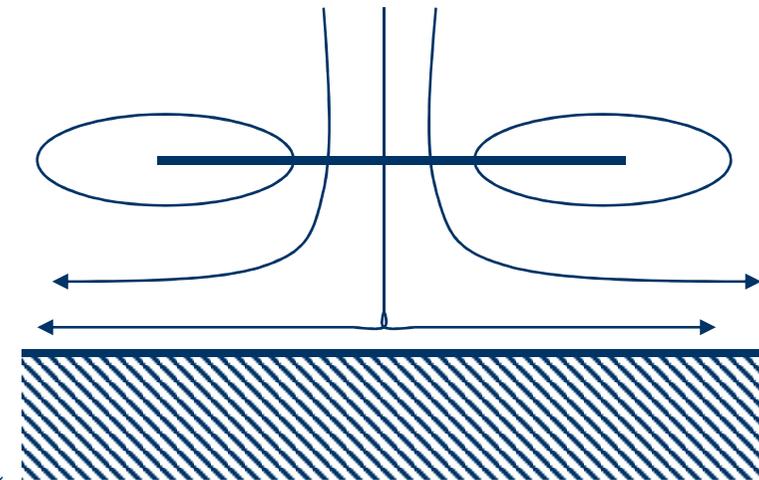
$$C_{Q_0} = \frac{\sigma}{2} \int_0^1 C_d x^3 dx \longrightarrow C_{Q_0} = \frac{\sigma}{8} \left(\delta_0 + \frac{4}{3} \delta_1 \alpha_t + 2\delta_2 \alpha_t^2 \right)$$



EFECTO SUELO

Un helicóptero en las proximidades del suelo ($z \ll R$):

- Necesita menos potencia para una tracción dada.
-
- Levanta más peso suministrando la misma potencia.



La configuración de las líneas de corriente en las proximidades del suelo se modifican y la velocidad inducida es menor que la correspondiente sin efecto suelo.



EFECTO SUELO

Corrección

$$\Lambda = \frac{1}{0.9926 + 0.03794 \left(\frac{2R}{z}\right)^2} < 1$$

Factor de corrección aplicado sobre los términos que contienen el término v_i



EFECTO SUELO

Corrección, expresión

ROTORES DE TORSIÓN IDEAL

(Coeficiente de Par)

$$C_Q = C_{Q_i} + C_{Q_o} = \phi_t C_T + \frac{\sigma}{8} \left(\delta_o + \frac{4}{3} \delta_1 \alpha_t + 2 \delta_2 \alpha_t^2 \right)$$

$$C_{Q_{c.e.s.}} = \Lambda \left(C_{Q_i} + C_{Q_o} \right)_{s.e.s} + (1 + \Lambda) \frac{\sigma}{8} \delta_o$$



CÁLCULO DE UN ROTOR CUALESQUIERA

Ideas

Gessow propuso para efectuar los cálculos de un rotor cualesquiera:

- Calcular un Rotor de Torsión Ideal Equivalente.
- Corregir los cálculos teniendo en cuenta el estrechamiento y la torsión real.



CÁLCULO DE UN ROTOR CUALESQUIERA

Expresiones del R.T.I.equivalente

R.T.I. equivalente $\sigma_e = 3 \int_0^1 \sigma x^2 dx$; $\theta = \frac{1}{x} \theta_t$

$$\phi_t = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{2C_T}{B^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R}\right)^2} + \left(\frac{V_v}{\Omega R}\right) \right]$$

$$C_{T_{RTIe}} = B^2 \frac{a \sigma_e}{4} \alpha_t$$

$$C_{Q_{RTIe}} = C_{Q_i} + C_{Q_o} = \phi_t C_T + \frac{\sigma}{8} \left(\delta_o + \frac{4}{3} \delta_1 \alpha_t + 2 \delta_2 \alpha_t^2 \right)$$



CÁLCULO DE UN ROTOR CUALESQUIERA

Expresiones del Rotor real $C_Q = (1 + F) C_{Q_{RTIe}}$

F	$\lambda = 1:1$			$\lambda = 3:1$		
torsión	0	- 8	- 12	0	- 8	- 12
$C_T/\sigma=0.067$	+ 5.5	+ 3.0	+ 1.5	+ 3.5	0	0
$C_T/\sigma=0.100$	+ 7.5	+ 3.5	+ 1.5	+ 3.0	- 0.5	- 0.5



CÁLCULO DE UN ROTOR CUALESQUIERA

Expresiones del Rotor real $C_Q = (1 + F) C_{Q_{RTIe}}$

$$c_l = \frac{6 C_T}{\sigma_e} = \frac{6 C_T}{B_2 \sigma}$$

$$G = 0.015 \lambda + 0.0625 (2.6 - \lambda) c_l$$

$$H = 0.0017708 (1.3543 - \lambda) - 0.0046875 (3 - \lambda) c_l$$

$$F = G - H \theta_t$$