

TOMA DE DECISIONES: OPTIMIZACIÓN DE LAS ALTERNATIVAS DE GESTIÓN



Tema 8: Toma de Decisiones Multicriterio:

8.2. Otras Técnicas de Optimización:

Simulated Annealing, Tabu Search, Algoritmos genéticos

Prof: Susana Martín Fernández

Técnicas de optimización



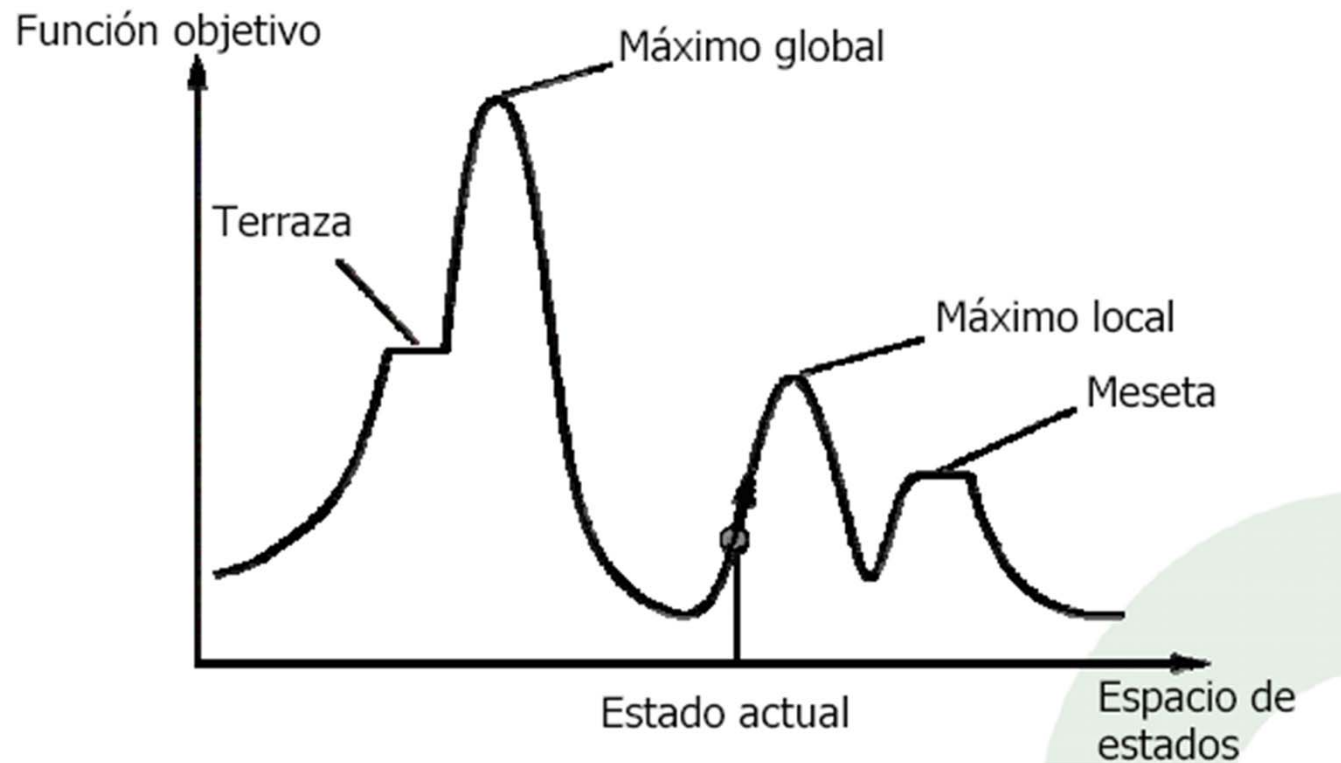
- ✧ En la toma de decisiones nos podemos encontrar con problemas de asignación óptima de alternativas de gestión a un número muy alto de puntos o unidades en el territorio.
- ✧ Por ejemplo en la asignación de actividades a los árboles de un rodal (10^{15000} , 10 acciones, 15000 árboles en un rodal)

**ESTAMOS ANTE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN
COMBINATORIA**

Técnicas de optimización

Existen varias técnicas de optimización combinatoria que buscan el óptimo a través de métodos iterativos, tratando de evitar los mínimos locales:

Técnicas heurísticas.



Técnicas de optimización

- ❧ **Heurística:** La palabra heurística proviene de la palabra griega “heuriskein” que significa descubrir, encontrar.
- ❧ **Heurística** es la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines.
- ❧ El conocimiento heurístico es un tipo especial de conocimiento usado por los humanos para resolver problemas complejos, es decir las estrategias, métodos, criterios usados para hacer más sencilla la solución de problemas difíciles.

Técnicas de optimización



∞ Algoritmos heurísticos:

1. Un método heurístico es un conjunto de pasos que deben realizarse para identificar en el menor tiempo posible una solución de alta calidad para un determinado problema.
2. No saben cuándo se ha alcanzado el óptimo. Es necesario decirles cuándo tienen que parar la búsqueda.
3. Son algoritmos* de aproximación. No garantizan alcanzar el óptimo.

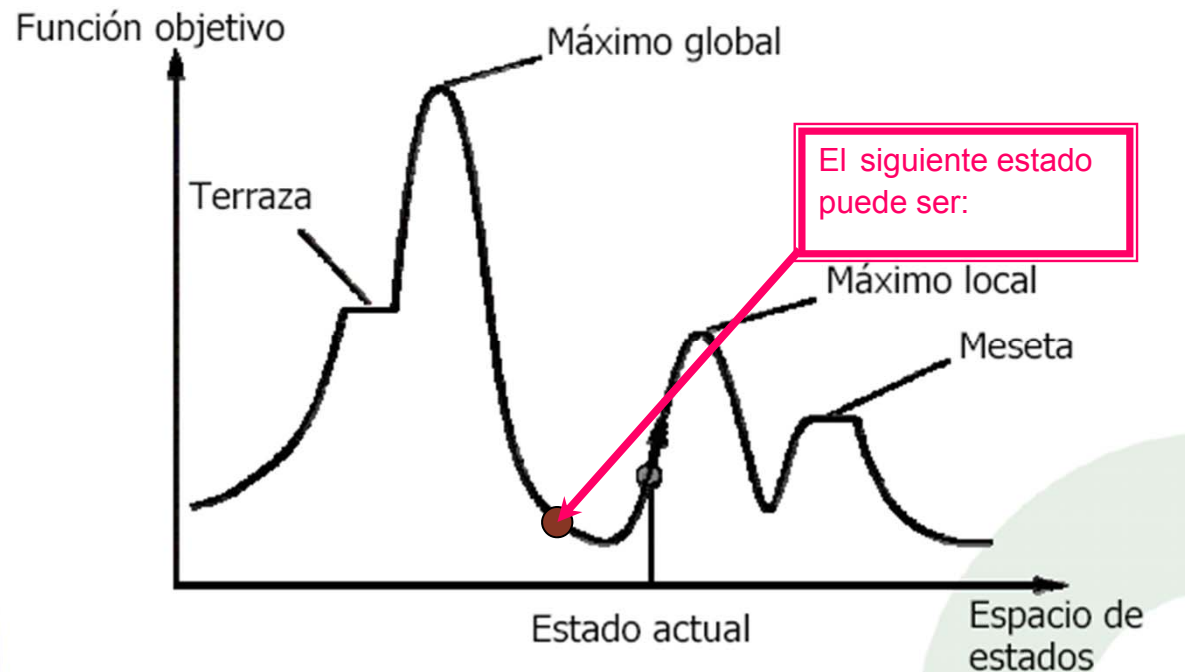
* algoritmo, del siglo XIX Abu-Jaafar Muhammad Ibn Musa Al-Khowarizmi

Técnicas de optimización



☞ Métodos heurísticos:

3. Pueden realizar movimientos “pendiente abajo”, es decir admiten soluciones intermedias “malas”.



Técnicas de optimización



☞ **Métodos heurísticos:**

4. Son fáciles de implementar. Necesitan una forma de generar alternativas, una función de energía (objetivo, costo, utilidad), un método para moverse por el espacio de soluciones.
5. Son de aplicación general.
6. Convergen asintóticamente al óptimo, pero la velocidad de convergencia depende de la elección de ciertos parámetros.

Técnicas de optimización

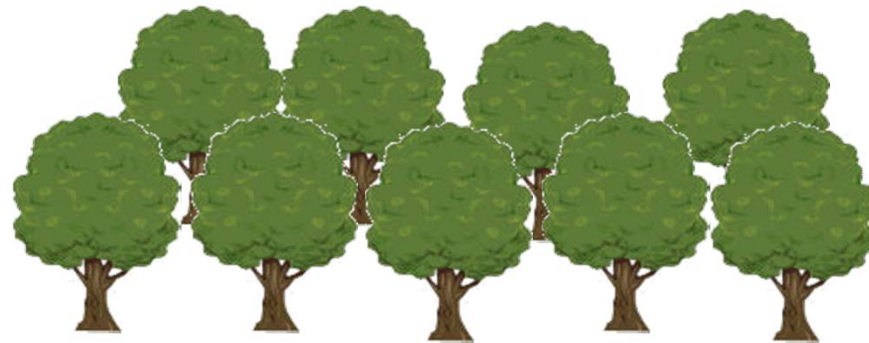
¿Por qué aplicar un método heurístico y no Programación lineal?

Los métodos de programación lineal tienen las siguientes debilidades:

- Las restricciones si no son lineales no se pueden incorporar en el modelo
- Si el número de variables es alto presenta problemas de cálculo.
- No se puede considerar la adyacencia de las unidades territoriales

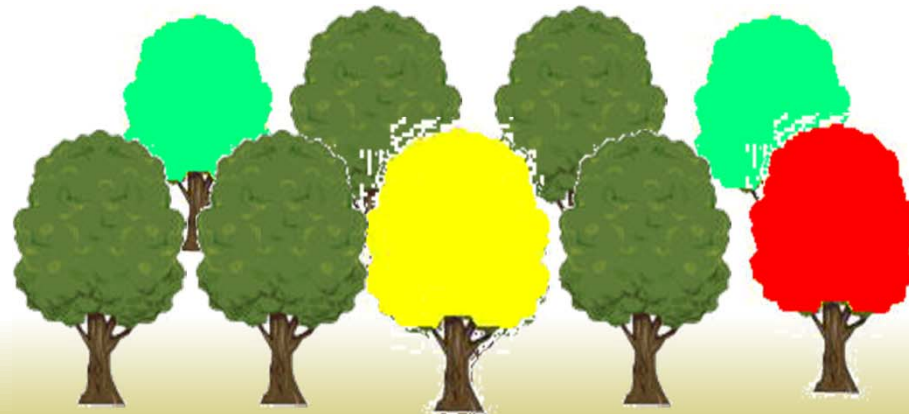
Si se quiere maximizar el beneficio al realizar cortas en un monte, de acuerdo a unas restricciones, no es lo mismo

Saber el volumen óptimo de corta



Programación Lineal

Que los árboles que hay que cortar



**M.
HEURÍSTICO**

Técnicas de Optimización

Algunos conceptos: Estado, Vecindad, Óptimo.

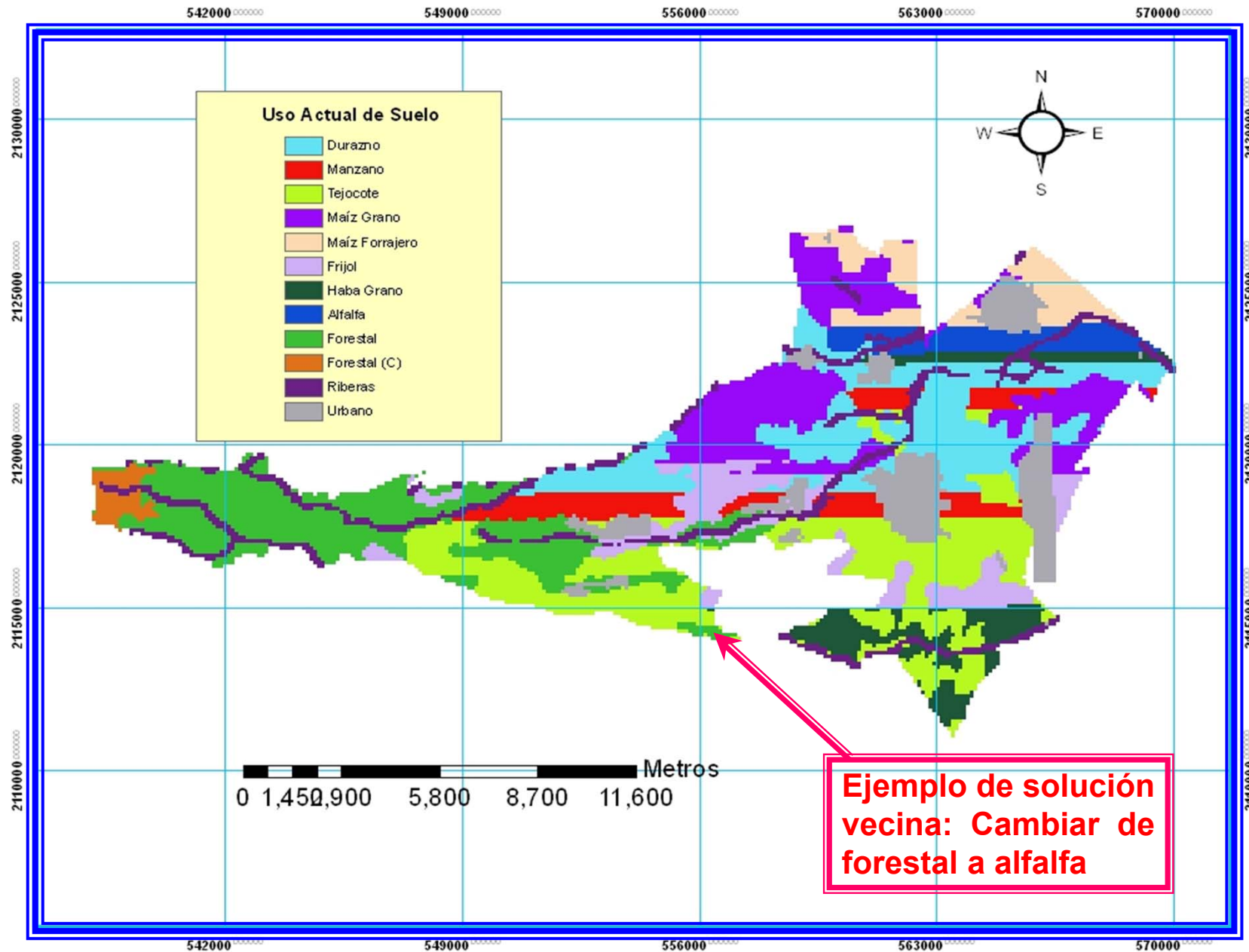
∞ **Estado** (\approx Alternativa): cada elemento del conjunto Ω de posibles soluciones.

$$f: \Omega \longrightarrow R,$$

f función objetivo

∞ **Vecindad**: Dado un estado S de Ω , produciendo pequeñas perturbaciones en S podemos generar el conjunto de soluciones vecinas de S .

∞ **Solución óptima**: S_{opt} , es aquella / $\forall S$ de Ω ,
 $f(S_{opt}) \geq f(S)$



Técnicas de optimización

☞ Además de las técnicas heurísticas que se aplican cuando no es necesario conocer el óptimo global, existen varias técnicas de optimización combinatoria que aseguran evitar los mínimos locales a través de métodos iterativos de búsqueda del óptimo:

☞ Tabu search (determinista)

☞ Genetic algorithms (determinista)

☞ Simulated annealing (probabilística)

☞ Combinación de las anteriores ...GRASP.

Tabu Search

- ❧ Desarrollado en 1986 por Glover.
 - ❧ La memoria de las soluciones recorridas es la guía inteligente para la búsqueda del óptimo.
 - ❧ Para evitar búsquedas en círculo, se registran soluciones intermedias y en el procedimiento de búsqueda está prohibido visitar estas soluciones para un número de iteraciones.
 - ❧ Así se visitan diversas regiones del espacio.
 - ❧ Conceptos como *memoria a largo plazo*, *intensificación*, *oscilación estratégica*, han contribuido a extender esta técnica.
 - ❧ Aplicaciones con buenos resultados en problemas de rutas de vehículos.
- ❖ Lectura recomendada: *Principles of Tabu Search*, Glover, F., Laguna, M., Martí, R. (2005) en <http://www.uv.es/rmarti/paper/docs/ts1.pdf>

Tabu Search

- ↻ Sea $U(w)$ la función objetivo a minimizar, donde $w \in \Omega$, y Ω es el conjunto de soluciones. $U: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$,
- ↻ El proceso tratará de buscar un $w^* \in \Omega$ tal que $U(w^*) < U(w_i), \forall w_i \in \Omega$.
- ↻ Si $N(w_k)$ es el conjunto de soluciones vecinas de w_k , y
- ↻ $S(w)$ como un subconjunto en $N(w_k)$.
- ↻ Para evitar búsquedas en círculo se usa información almacenada en el proceso de exploración. En este caso $N(w_k)$ dependerá del itinerario y de la iteración, se representará $N(k, w_k)$.
- ↻ El uso de $N(k, w_k)$ implica que algunas soluciones recientemente visitadas en el proceso de optimización se eliminan de $N(w_k)$, se almacenan en $S(w)$. **Son alternativas tabú.**

Tabu Search

Estructuras de Memoria

Caracterizan las alternativas y permiten su comparación y evaluación. En la memoria se guardarán las siguientes características:

- **Novedad.** Si una solución es tabú o no
- **Frecuencia,** veces que un elemento ha sido escogido para tomar parte de una solución.
- **Calidad.** La memoria puede ser utilizada para identificar los elementos que son comunes en las soluciones buenas o la forma de llegar a tales soluciones y evitar las malas.
- **Influencia.** Impacto de las elecciones realizadas durante la búsqueda, no sólo en calidad sino también en estructura.

No hay una regla general para decidir qué valores y atributos deberían ser aplicadas aparte del método experimental.

Tabu Search

Procedimiento de Control

☞ Un mecanismo asociado de control, que define bajo qué condiciones una solución es tabú o no y cuando dejaría de serlo: Restricciones tabú y criterio de aspiración.

Criterio de aspiración: Es el valor límite que determina que la alternativa tabú deja de serlo

☞ Longitud de la lista tabú. Parámetro que se determinará para cada caso

☞ Demasiado corta puede provocar búsquedas en círculo.

☞ Demasiado larga, puede provocar estancamiento en un óptimo local.

Tabu Search

Procedimiento de Control

- ⌘ Longitud de la lista tabú (cont.)
- ⌘ Los elementos de la lista, permanecen ahí durante un número de iteraciones y después se borran de la lista. Si la lista es de t elementos, al entrar un elemento en la lista a la posición t , el elemento de la posición 1 es borrado.
- ⌘ **Solución elite.** El conjunto de soluciones elite está formado por aquellas alternativas cuyo valor de la función objetivo es superior a uno dado.

Tabu Search



- ❧ **Memoria a plazo intermedio:** registrar y comparar características de las mejores soluciones generadas durante un período particular de búsqueda. Las características que son comunes o que competen a la mayoría de esas soluciones se toman como atributo regional. El método entonces procura nuevas soluciones que tengan esas características regionales.
- ❧ **Memoria a largo plazo:** producir un punto inicial de búsqueda en una nueva región, Se evitan las soluciones a medio plazo y se inicia la búsqueda en una nueva subregión de soluciones.

El proceso:

1. Elegir una solución inicial $w_0 \in \Omega$ y sea $w^* = w_0$
2. Inicializa contador $k=0$
3. Empezar con la lista tabú vacía TL .
4. Establecer $k=k+1$, generar un subconjunto V^* de $N(k, w_k)$ que o una de las condiciones tabú es violada o bien se cumple uno de los criterios de aspiración.
5. Encontrar el mejor $w_j \in V^*$ $w_k = w_j$
6. If $U(w_k) < U(w^*)$ then $w^* = w_k$
7. Actualizar la lista tabú y la condición de aspiración
8. Si se ha alcanzado el criterio de parada STOP, si no volver a 4

Criterios de parada

1. k ha alcanzado valor máximo
2. Hay evidencia de que se ha alcanzado el máximo
3. $N(k, w_k) = \emptyset$

Tabu Search



❖ Ejemplo: de aplicación en Gestión forestal,
Bettinger, P., 2008. “Tabu Search Experience in Forest
Management and Planning”

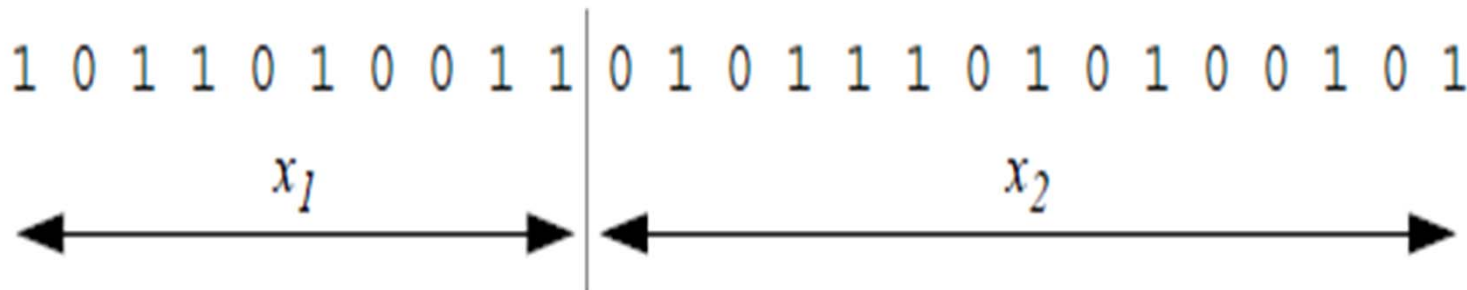
<http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/4597.pdf>

Algoritmos Genéticos

- ❑ Desarrollados en 1975 por Holland.
- ❑ Desarrollos posteriores: algoritmos genéticos híbridos, algoritmos miméticos, algoritmos de búsqueda dispersa.
- ❑ Algoritmo genético básico:
 1. Inicialización: Construcción población inicial de soluciones.
 2. Cruce. Aumento de la población añadiendo como soluciones la descendencia.
 3. Mutación: De forma aleatoria generación de mutaciones en la descendencia.
 4. Evaluación: Obtener los valores de capacidad de la descendencia.
 5. Selección: Reducción del tamaño de la población, seleccionando el número apropiado de supervivientes (aquellas soluciones mejor evaluadas)
 6. Repetir 2-5 hasta que el criterio de parada se cumpla.

Algoritmos Genéticos

- Método heurístico basado en la evolución.
 - Cada solución es codificada en una de cadena de datos.
 - Se aplica un operador de recombinación a estas estructuras para preservar la información crítica y dar lugar a una nueva generación.
 - En cada generación se seleccionan individuos de acuerdo al valor de su función de valor
 - La representación más común es en código binario {0, 1}
- (<http://eddyalfaro.galeon.com/geneticos.html>)



Algoritmos Genéticos

Pasos (1):

Inicialización de la Población

- La población está formada por soluciones potenciales.
- Normalmente de 30-100 individuos.
- Cada individuo es una cadena que codifica la información de cada variable de decisión.

Creación de la Población:

- En general usando un generador de números aleatorios en el rango deseado.
- Si la población es N y el número de bits L , un número total de $N \cdot L$ números aleatorios se tienen que producir.

Algoritmos Genéticos (AG)

Pasos (2):

Formulación de la Función Objetivo (FO) y la de Ajuste.

La función objetivo mide el rendimiento de cada solución.

En los AG el rendimiento relativo también es muy útil.

Esta transformación de la FO es la Función de Ajuste.

Sea $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, **la FO**, donde x_1, x_2, \dots, x_n son variables de decisión. Se puede definir la función de ajuste

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = g(f(x_1, x_2, \dots, x_n)),$$

g transforma el valor de f en un número no-negativo.

Por ejemplo, para el individuo i , sería

$$F(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) = \frac{f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})}{\sum_{i=1}^N f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})}$$

Algoritmos Genéticos

Pasos (3):

Elección de los padres

Esta selección determina el número y las características de la descendencia.

Diversos métodos de selección.

Recombinación

Ejemplo: si $m=3$, se seleccionan 3 números aleatorios entre 1 y 8 (número de bits) . En este caso $\{2, 5, 7\}$

P1= 101011110

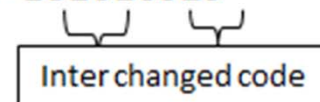
P2= 110010000



Offspring

O1= 110011101

O2= 101010010



Algoritmos Genéticos

Pasos (4):

Mutación

La definición de mutación es un proceso aleatorio en el que un cromosoma es reemplazado por otro produciendo una nueva estructura genética.

Reinserción

Una vez que la nueva población se ha formado, se determina el ajuste de los individuos en la población.

Se decidirá si se tiende a incrementar el tamaño de la población, o a mantenerla con lo cual habrá que decidir qué individuos se reemplazan.

- Algoritmos genéticos – Ejemplo
- En problemas del tipo:

$$\max \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

$$\text{sujeto a } \sum_{j=1}^n r_{ij} x_j \leq b_i \quad \text{con } i = 1 \dots m$$

$$x_j \in [0, 1] \quad j = 1 \dots n \quad p_j, r_{ij}, b_j \geq 0$$

- **Algoritmos genéticos – Ejemplo**
- **Estudio de planes estratégicos de una empresa de turismo rural:**
- **Si tenemos $n=7$ variables:**
 1. **Contratar personal**
 2. **Comprar equipamiento**
 3. **Crear aula de la naturaleza**
 4. **Desarrollo de página WEB**
 5. **Publicidad en Revistas**
 6. **Publicidad en TV**
 7. **Publicidad en radio**

- Algoritmos genéticos – Ejemplo
- La presencia de cada variable representa un beneficio.

	X_i							
	1	2	3	4	5	6	7	
Beneficio, p_j	2	2	3	4	5	5	5	
Restric- ciones	1	0	2	0	1	3	1	≤ 4
	1	1	1	2	2	1	3	≤ 3

- Algoritmos genéticos – Ejemplo
- La población será de la forma:

	X_i						
	1	2	3	4	5	6	7
Individuos	1	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1
	0	0	1	0	1	0	0
	0	1	1	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	1	0

■ Algoritmos genéticos-Ejemplo

1. Inicialización: Construcción población inicial de soluciones de forma aleatoria.
2. Elección de padres. Se seleccionan k pares de individuos de forma aleatoria, $2k < n$. De cada par se escoge como padre el de mayor capacidad.

■ Algoritmos genéticos-Ejemplo

1. Descendencia. Se combina los individuos de la siguiente forma:

$$X_i$$

	1	2	3	4	5	6	7
Individuos	0	1	1	0	0	0	0
Padres	0	1	0	0	0	1	0
Descendencia	0	1	?	0	0	?	0

2. Mutación: en la descendencia de forma aleatoria se cambia un bit.
3. El proceso se repite hasta que el criterio de parada se produzca.

Enlaces con ejemplos de Algoritmos Genéticos

Un ejemplo con hoja de cálculo:

<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/1443/1/age.pdf>

(acceso 05/08/2014)

<http://opeal.sourceforge.net/texample1.htm> (acceso 05/08/2014)

UPM, 2013: <http://jarroba.com/algoritmos-geneticos-ejemplo/>

<http://www.sc.ehu.es/ccwbayes/docencia/mmcc/docs/temageneticos.pdf>

Técnicas de optimización



Simulated annealing

*En función del sistema de preferencias del experto, el algoritmo permite obtener una solución al problema de optimización con una alta **probabilidad** de ser la mejor.*

Simulated Annealing

- Kirkpatrick et al (1983) introdujeron el concepto de Simulated Annealing, basado en el trabajo de Metrópolis et al (1953) en termodinámica.
- Boston and Bettinger (1999) y Bettinger et al. (2002) compararon la eficiencia de los métodos heurísticos y consideraron SA como uno de los mejores para resolver problemas de planificación espacial forestal.
- Ventajas del SA comparado con otra técnica, Martínez-Falero and González-Alonso (1995): capacidad para alcanzar el óptimo entre un elevado número de alternativas; rápido y fácil de modificar, converge teóricamente al óptimo, y se garantiza la repetitibilidad
- SA ha sido aplicado a varios problemas de toma de decisiones en el campo forestal: uso del agua subterránea (Dougherty y Marryott, 1991, Rizzo y Dougherty, 1996), planificación de pistas forestales (Tan, 1999), localización de usos de suelo (Martínez-Falero et al., 1998) y supresión de incendios forestales (Martín-Fernández et al., 2002).

Simulated Annealing



Metropolis et al. (1953)¹

(http://www.ise.ncsu.edu/fangroup/ie789.dir/IE789F_SA.pdf)

simuló una secuencia de estados de un sólido, (configuración de átomos del metal) conforme decrece la temperatura, hasta que converge a un estado estable (congelado). :

- ⌘ Dado un estado w_k , con energía $E(w_k)$, a un átomo se le provoca un cambio al estado w_{k+1} con energía $E(w_{k+1})$, se calcula la variación de energía.
- ⌘ El criterio de aceptación del cambio es el siguiente:

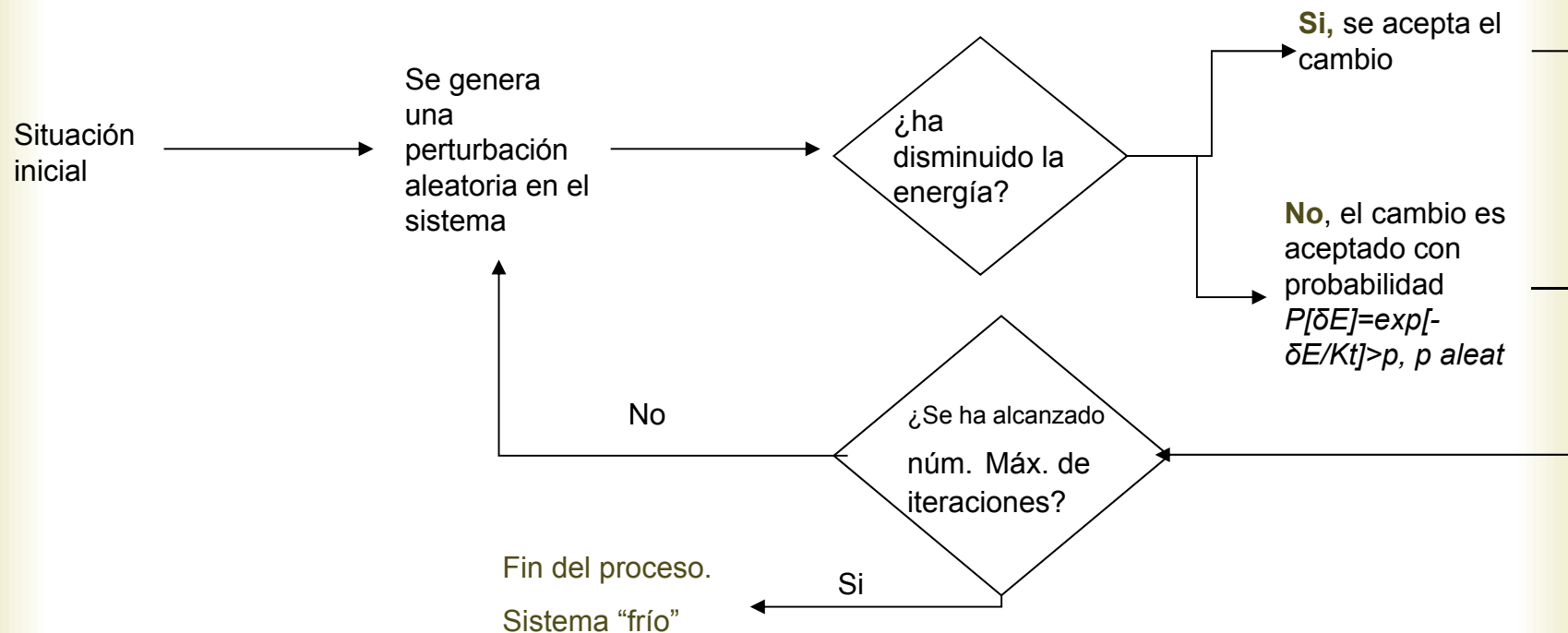
¹ Metropolis, N., A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, and E. Teller (1953) Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, Jour. Chem. Phys., Vol. 21, No. 6, pp. 1087 – 1092.

Simulated Annealing

- ❧ Si $\Delta E = E(w_{k+1}) - E(w_k) \leq 0$, Se acepta el cambio.
- ❧ Si $\Delta E = E(w_{k+1}) - E(w_k) > 0$, este caso se trata probabilísticamente:
 - ❧ Se obtiene un número aleatorio q , en el intervalo $(0,1)$
 - ❧ Si $q < P(\Delta E)$, la nueva configuración se acepta;
 - ❧ Si $q \geq P(\Delta E)$, la configuración inicial se utiliza para empezar el siguiente paso.

Repitiendo estos pasos, se simula el movimiento de los átomos a temperatura T .


Simulated Annealing



Repitiendo este paso varias veces, se simula la evolución de los átomos a diferentes temperaturas T . La elección de $P(\Delta E)$ tiene como consecuencia que el sistema evoluciona a una distribución de Boltzmann.

$$P(w) = \frac{e^{-E(w)/kT}}{Z}$$

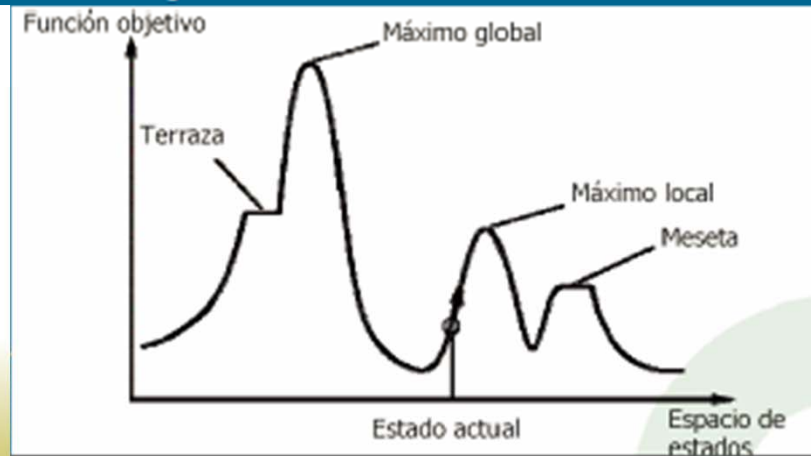
Simulated Annealing

- Método fácil de implementar.
- Difícil que funcione bien:
 - No es un algoritmo.
 - Es una estrategia heurística que necesita de varias decisiones para que quede totalmente diseñado.  Se tiene que diseñar ad-hoc para cada problema.

Simulación termodinámica	Optimización combinatoria
Estados del sistema	Soluciones factibles
Energía	Coste
Cambio de estado	Solución en el entorno
Temperatura	Parámetro de control
Estado congelado	Solución heurística

Simulated Annealing

- Diferencias con otros métodos:
- Parten de una solución inicial que paulatinamente, con pequeñas perturbaciones se va transformando, si las nuevas soluciones son, mejores se sustituye y el proceso termina en un óptimo local.



Simulated Annealing –Modelo probabilístico

Cadenas de Markov o MRF.

- Sea W el conjunto de posibles soluciones o alternativas de gestión en un proceso de muestreo. Una cadena de Markov es una secuencia de ensayos o pruebas (trial), donde, dado un ensayo, la probabilidad de obtener una solución depende del ensayo anterior.

Simulated Annealing –Modelo probabilístico

Cadenas de Markov o MRF.

- Sea $X(k)$ una VA que representa la k -ésima elección. Entonces la probabilidad de la k -ésima elección para cada par de alternativas i, j de W se define como:

$$P_{ij}(k) = P(x(k) = j | x(k-1) = i)$$

Simulated Annealing –Modelo probabilístico

Cadenas de Markov o MRF.

- En los problemas espaciales, este concepto de ensayo $i, i-1$, se confunde con el de vecindad, y la probabilidad sería:

$$P_{i,i-1}(s) = P(x_i = s | x_{i-1} = r)$$

Siendo s y r vecinos.

Simulated Annealing –Modelo probabilístico

Distribución de Gibbs:

Geman y geman (1983) han definido que X es un MRF si sólo si $P(x=w)$ sigue una distribución de Gibbs

$$P(X=w) = \frac{1}{Z} e^{-U(w)/T} \quad Z = \sum_{w \in \Omega} e^{-U(w)/T}$$

Donde w es una alternativa de gestión específica, perteneciente al conjunto de alternativas posibles W , $U(w)$ es la función de energía, T es una constante y Z es una constante normalizadora.

Simulated Annealing



Si el sistema sigue **una distribución de Boltzmann** definida por la función de energía

$$P(X=w) = \frac{1}{Z} e^{-U(w)/T}$$



$$Z = \sum_{w \in \Omega} e^{-U(w)/T} \quad \text{Es una medida de Gibbs}$$



Q tiene la siguiente **propiedad de Markov** en relación con dos alternativas vecinas:

$$P(X_i = s / X_{i-1} = r \ (r \neq s)) = \frac{1}{Z_s} e^{-U(X_i=s)/T}$$

Simulated annealing

Kirckpatrick (1983), generalización del algoritmo de Metrópolis

Metropolis Criterion	Combinatory Optimization	Parameter
State of the solid	Feasible alternative or solution	w_i
Set of feasible states or configurations/(size)	Set of feasible solutions/(size)	$\Omega/(S)$
Energy	Value function	E
Feasible State changes of w_i	w_i 's Neighboring feasible solutions	$N(i)$ or $N(w_i)$
Temperature	Control parameter	T
Frozen state	Optimum solution	w^*
Atom j	Individual or Decision Unit j	I_j
Collection of atoms	Set of decision units	D
State of atom i_j when state of solid is w_j	State or value of decision unit i_j when the alternative is w_j	$X_{i_j}(j)$
Set of feasible states of an atom	Set of feasible values of a decision unit	V

Simulated Annealing – Muestreador de Gibbs

Poder expresar la probabilidad de la forma:

$$P(X_i = s / X_j = r \ (r \neq s)) = \frac{1}{Z_s} e^{-U(X_i=s)/T}$$

que coincide con la estructura de la ley de probabilidades de $P_\lambda(w)$, Geman y Geman (1984).

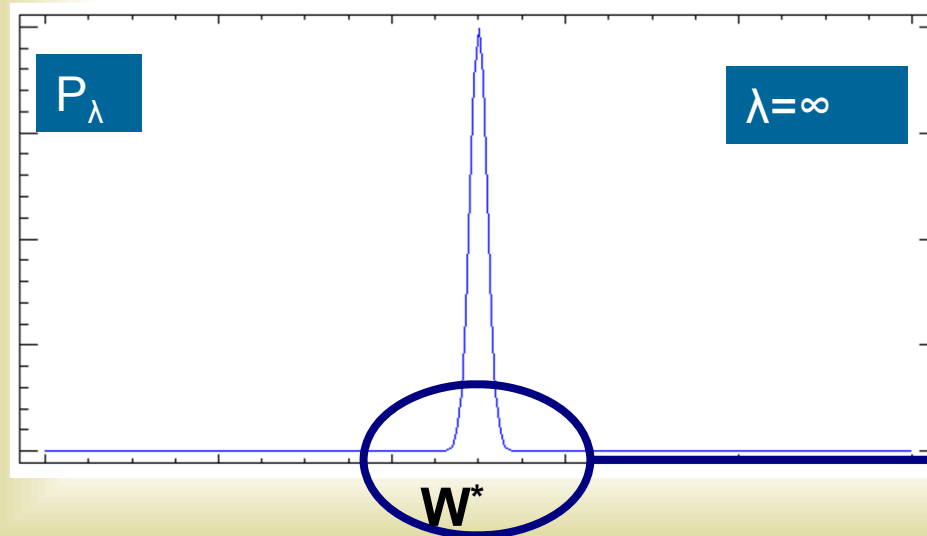
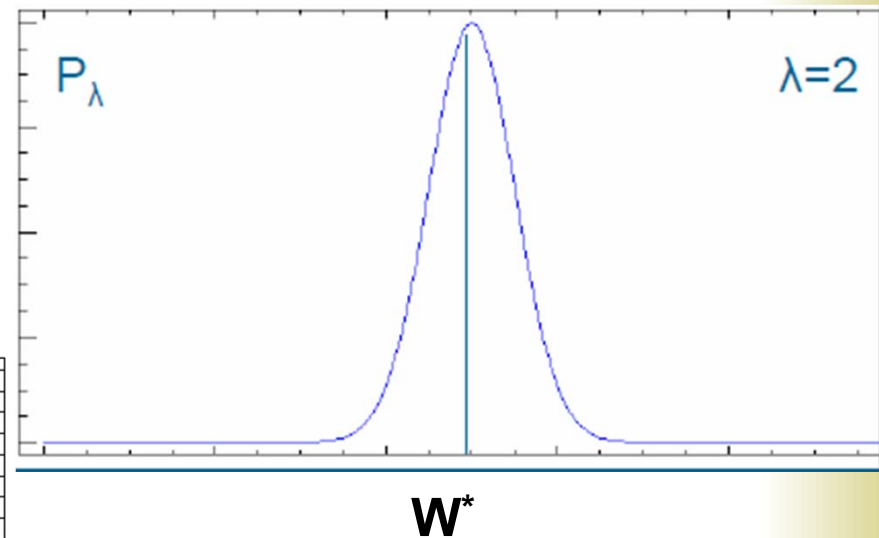
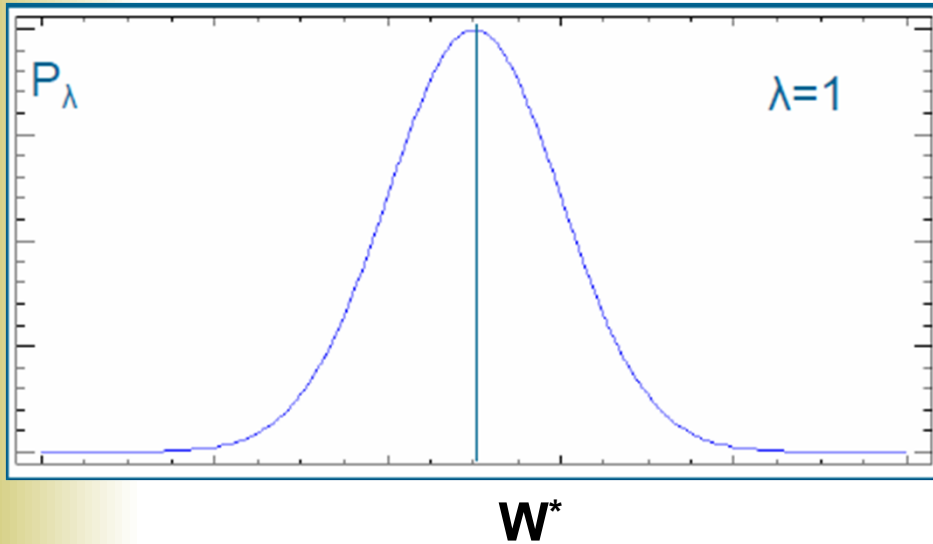
Simulated Annealing – Muestreador de Gibbs

La idea del SA consiste en que, si $P(w)$ es la probabilidad de que una alternativa w^* sea la mejor posible dentro del conjunto W de alternativas, se puede introducir una nueva ley de probabilidades, $P_\lambda(w)$, Geman y Geman (1984):

$$P_\lambda(w) = \frac{P(w)^\lambda}{\sum_{w_i \in \Omega} P(w_i)^\lambda}$$

Lo cual permite usar el muestreador de Gibbs para obtener el óptimo.

Simulated Annealing - Muestreador de Gibbs



Si se muestrea en esta zona es de esperar que los resultados estén muy próximos a w^*

Simulated Annealing – Muestreador de Gibbs

$P_\lambda(w)$ es una distribución de Gibbs cuando $P_\lambda(w) = \exp(-U(W))$ y λ se reemplaza por $1/T$. Si se incorpora el concepto de MRF:

$$P(X_i = s / X_j = r \text{ (} r \neq s)) = \frac{1}{Z_s} e^{-U(X_i=s)/T}$$

donde $U(X_i=s)$ es la función de valor y

$$Z = \sum_{w \in \Omega} e^{-U(w)/T}$$

Simulated Annealing

Resumiendo el procedimiento es:

1. Se selecciona una solución inicial $w_0 \in \Omega$
2. Se pone el contador de cambio de la temperatura a cero $s=0$
3. Se selecciona el procedimiento de modificación de la temperatura, T_s
4. Se selecciona la temperatura inicial $T_0 \geq 0$
5. Se define el número de iteraciones M_s para una temperatura T_s

Simulated Annealing

7. Repetir

a. Contador de iteraciones se inicializa $k=0$

b. Repetir

i. Generar una solución $w_{k+1} \in N(w_k)$

ii. Calcular ΔE

iii. Si $\Delta E \leq 0$, entonces $w_k \rightarrow w_{k+1}$

iv. Si $\Delta E > 0$, entonces $w_k \rightarrow w_{k+1}$ if $P(\Delta E) = \exp\left(-\frac{E(w_k) - E(w_{k-1})}{T}\right) > q$,

donde q es un número aleatorio y $q \in [0,1]$ en otro caso volver a b

v. $k=k+1$

c. Hasta $k=Ms$

8. $s=s+1$; modificar temperatura

9. Until stopping criterion is met

Modelo de asignación de itinerarios

SIMULATED ANNEALING – Algoritmo Metropolis

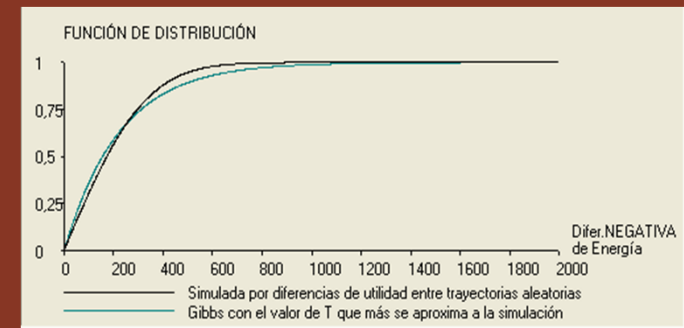
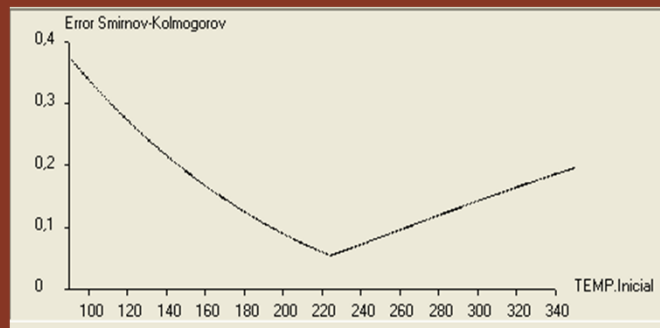
ALGORITMO BÁSICO DE CÁLCULO

```

Asignar T = temperatura inicial
Asignar M = número de pasos
Asignar  $k_b$  = tasa constante de enfriamiento
Hasta que se den las condiciones de fin del algoritmo:
  para i = 1 a M:
    Forzar pequeñas perturbaciones en el sistema
    Calcular sus efectos en la utilidad  $\Delta U$ 
    si  $\Delta U \leq 0$ 
      aceptar la perturbación
    en caso contrario
      aceptar la perturbación con probabilidad  $e^{-\Delta U / T}$ 
    Fin del Si condicionado
  Siguiendo M
  Reducir la temperatura ( $\alpha T$ )
Acabar
  
```

$$U(x) = \sum_{i=1}^{9389} \left[k_1 u_1(I_{I-C_i}(x)) - k_2 u_2 \left(c_{I-C_i}(x) - \frac{N_{I-C_i} B}{313981} \right) \right]$$

Obtención de T inicial por simulación con $4 \cdot 10^6$ soluciones aleatorias



Simulated Annealing

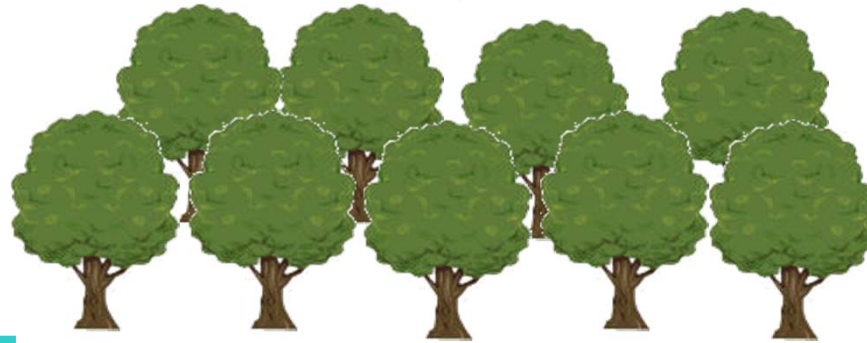
Caso de Aplicación

OPTIMIZACIÓN DE LA
LOCALIZACIÓN ESPACIAL DE
LAS ACTIVIDADES FORESTALES

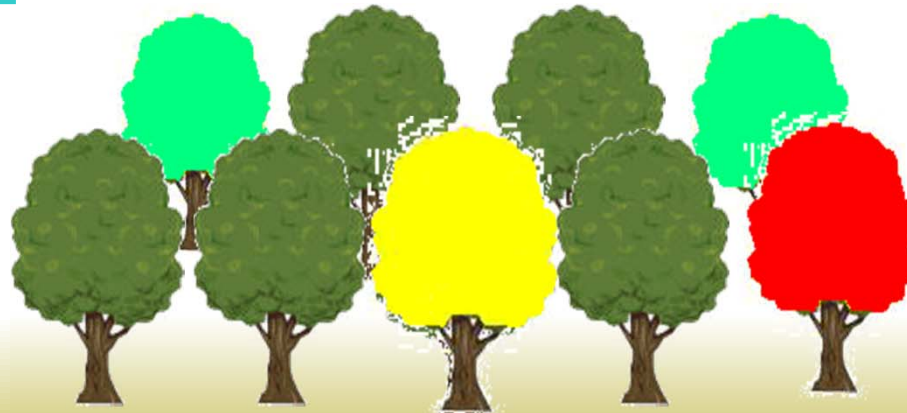
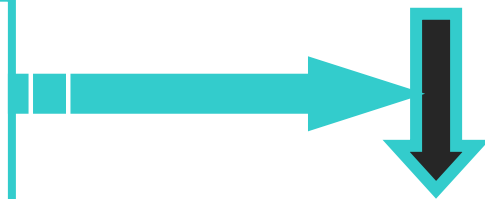
Simulated Annealing

ASIGNACIÓN DE ACTIVIDADES

 CORTA  FUMIGACIÓN  PODA ...



PREFERENCIAS
DE LOS
DECISORES



MEJOR
ALTERNATIVA

Investigación Operativa en Ingeniería

METODOLOGÍA: Simulated Annealing

Gran número de alternativas
(10^{15000} , 10 acciones, 15000 árboles
en un rodal)

Se tiene que encontrar la alternativa con la mayor probabilidad de ser la mejor.

METODOLOGÍA: Simulated Annealing

Algoritmo: Iterated Conditional Mode

- EL algoritmo Iterated Conditional Mode (ICM) (Besag, 1986) supone una relajación de las condiciones del Simulated Annealing, como el Simulated Annealing, ICM visita todos los puntos y calcula:

$$P(X_i = s / X_j = r (r \neq s)) = \frac{1}{Z_s} e^{-U(X_i=s)/T}$$

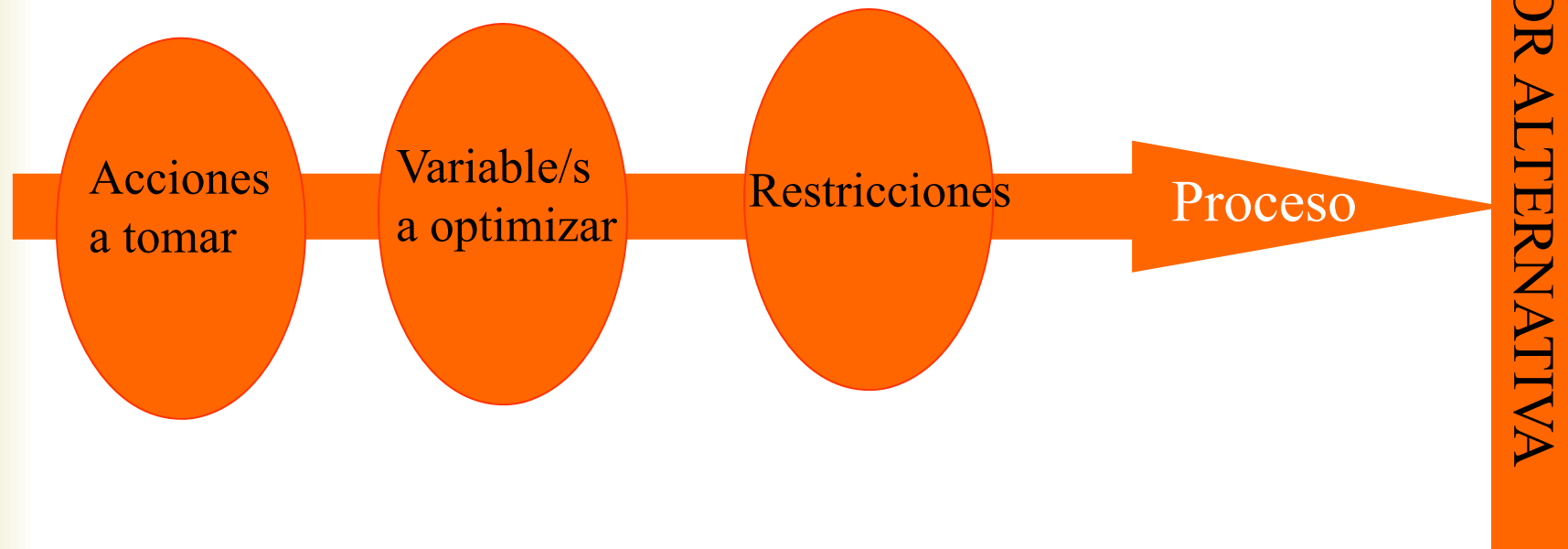
donde $U(X_i=s)$ define la energía de la asignación de la acción s al árbol X_i , que dependerá de la acción actualmente localizada en ese punto y en los árboles vecinos.

- Este algoritmo define un proceso iterativo en el que en vez de modificar la acción del punto con la mayor probabilidad de cambio, altera simultáneamente todos los puntos a su acción más probable.

Técnicas de Optimización: Simulated Annealing

Construcción de la Función de Energía

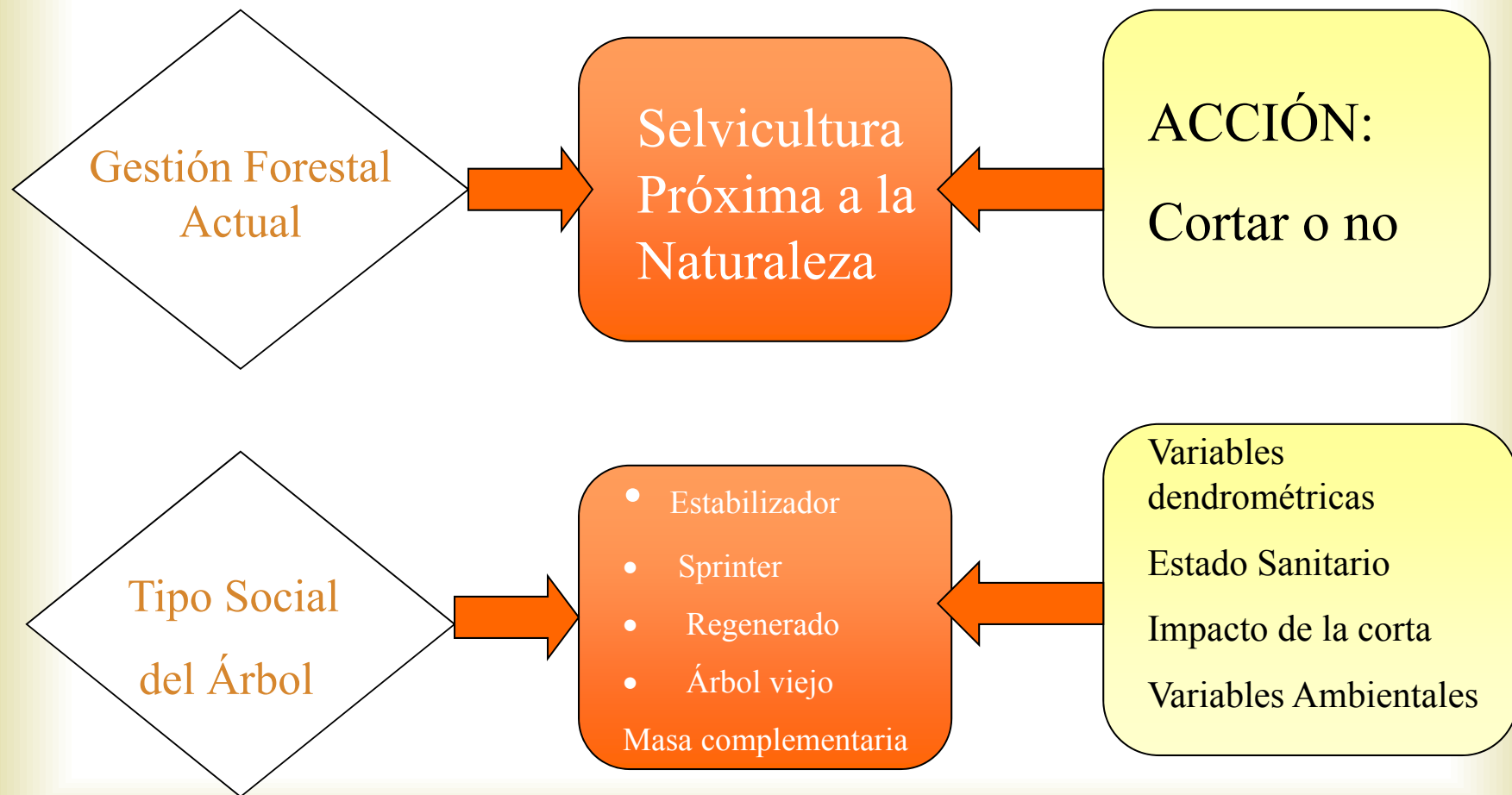
“La función de energía transforma las preferencias del decisor en un probabilidad estadística”



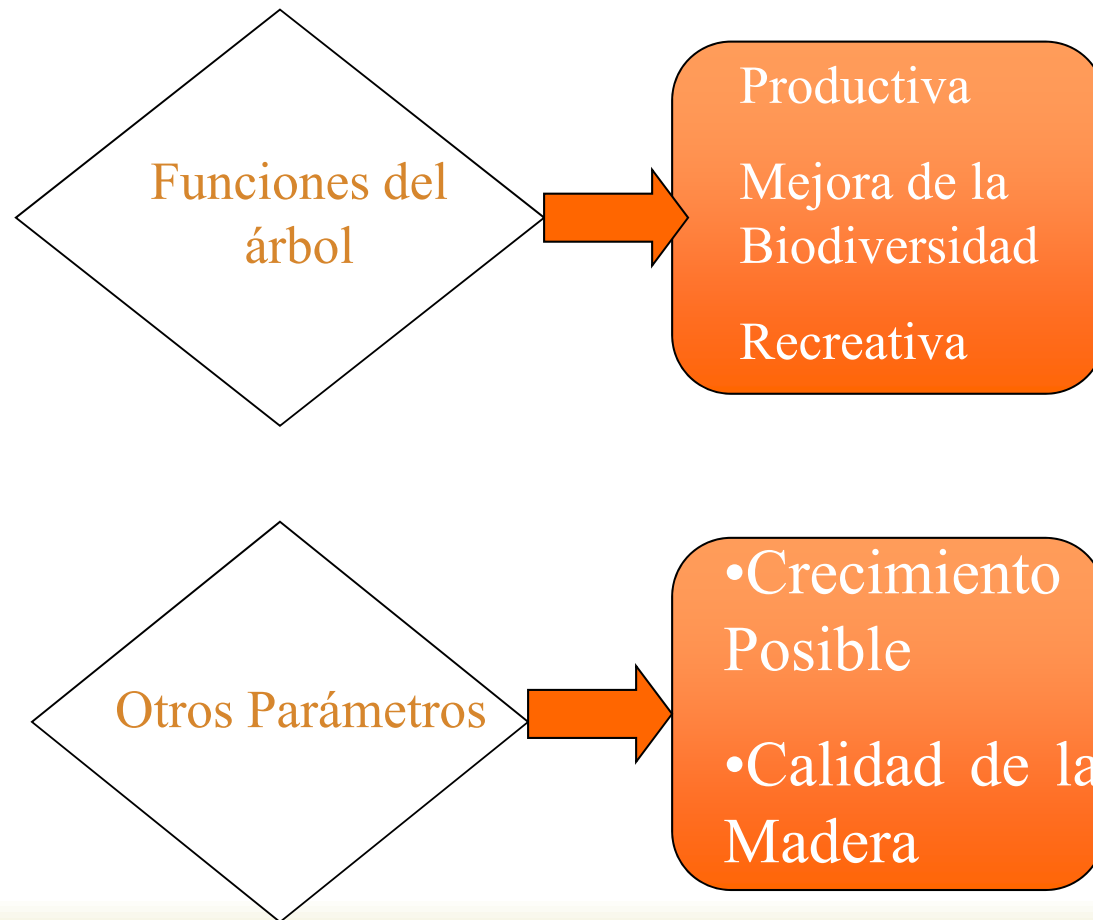
Técnicas de Optimización: Simulated Annealing

Acciones
a tomar

Construcción de la Función de Energía



Construcción de la Función de Energía



Construcción de la Función de Energía

Variabes a
Optimizar

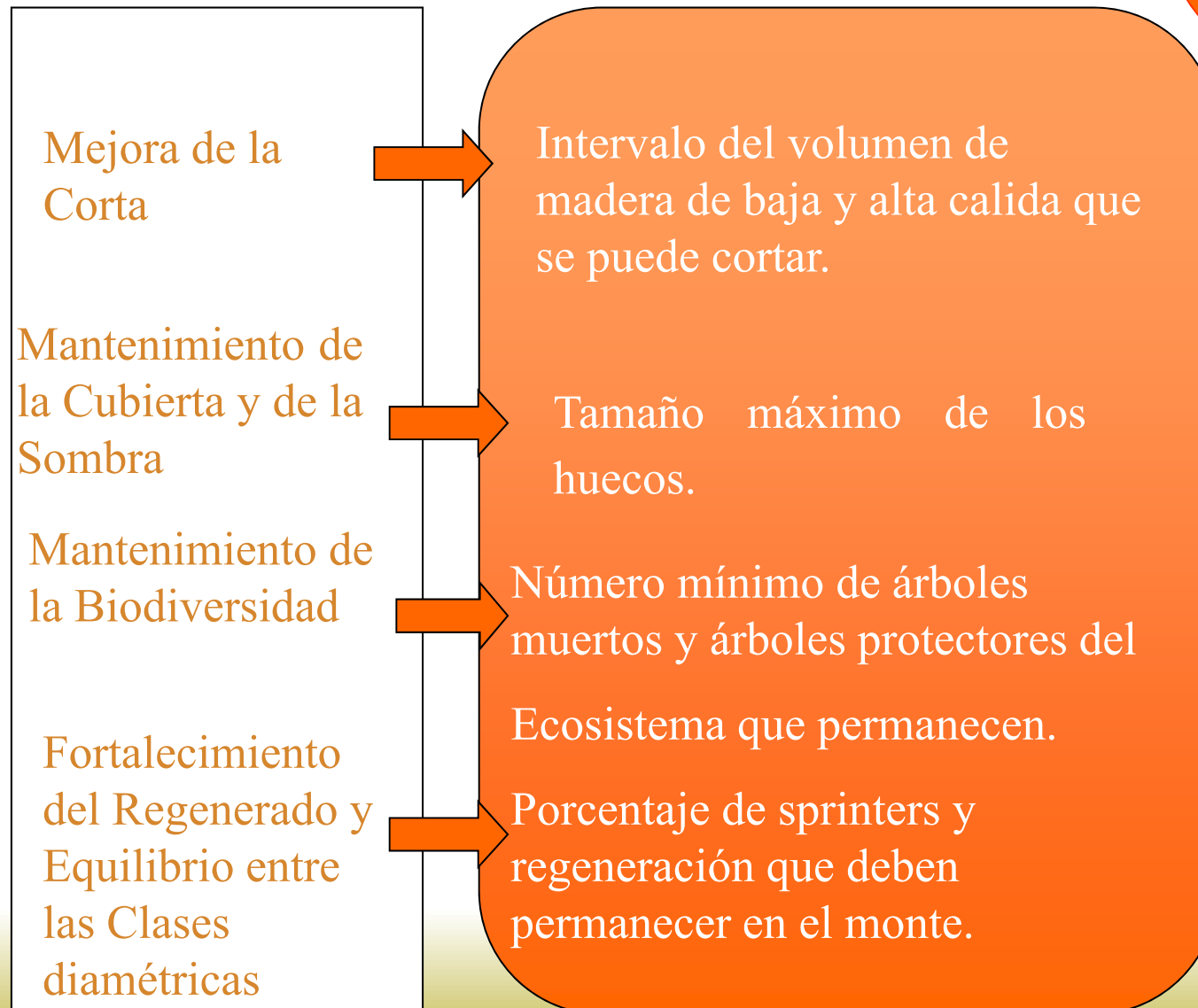
Maximizar el valor económico de la madera que permanece en el monte después de la corta y minimizar la diferencia entre el número de pies por ha por clase diamétrica después de la corta en el monte, y el número de pies por ha de la distribución diamétrica ideal.

Construcción de la Función de Energía

$$U(X_i = s \wedge \lambda(\xi_i) = w_0) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{k=1}^4 V_{ik} P_k - \left(\sum_{j=1}^{n_2} \sum_{k=1}^4 V_{jk} (1 + cP(c))^n P_k \frac{(1+p)^n}{(1+r)^n} - V_{jk} P_k \right) - \sum_{s=1}^{CD} |TN_s - SN_s|$$

- X_i representa la acción asignada, cortar o no.
- $\lambda(\xi_i)$ representa la asignación de los otros árboles.
- V_{ik} representa el volumen de madera de calidad-k del árbol i que no es cortado.
- P_k precio por m^3 de la madera de calidad k.
- V_{jk} representa el volumen de madera de calidad-k del árbol i que es cortado.
- C crecimiento corriente anual del árbol de acuerdo a su clase diamétrica.
- $P(c)$ probabilidad de que el crecimiento se mantenga durante n años.
- n, número de años entre cortas.
- p, ratio del incremento del precio de la madera.
- r, representa la inflación.
- TN_s porcentaje de árboles de la clase diamétrica s.
- SN_s porcentaje de árboles de la clase diamétrica s que permanecen en el monte después de la corta.

Construcción de la Función de Energía

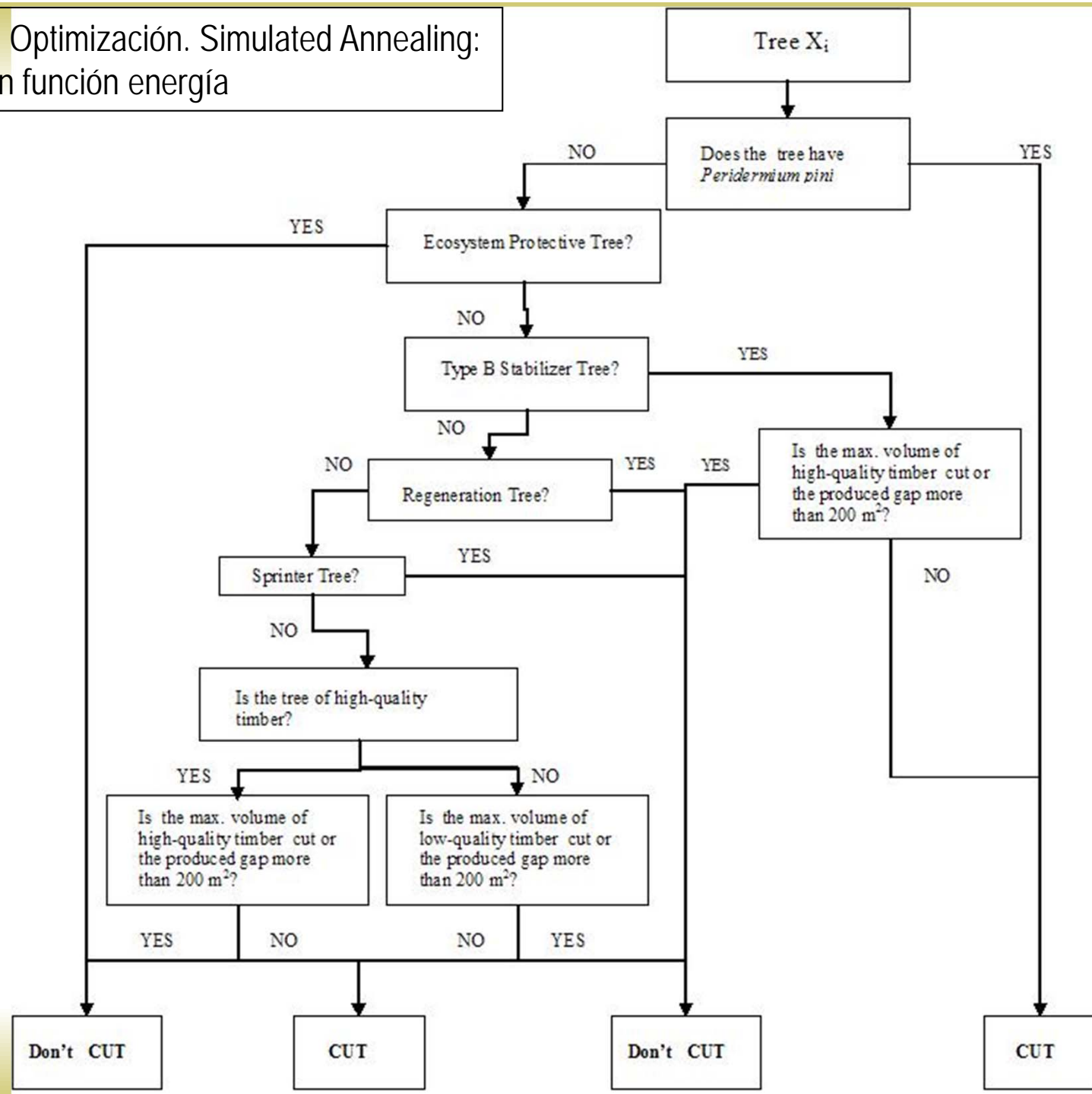


Construcción de la Función de Energía

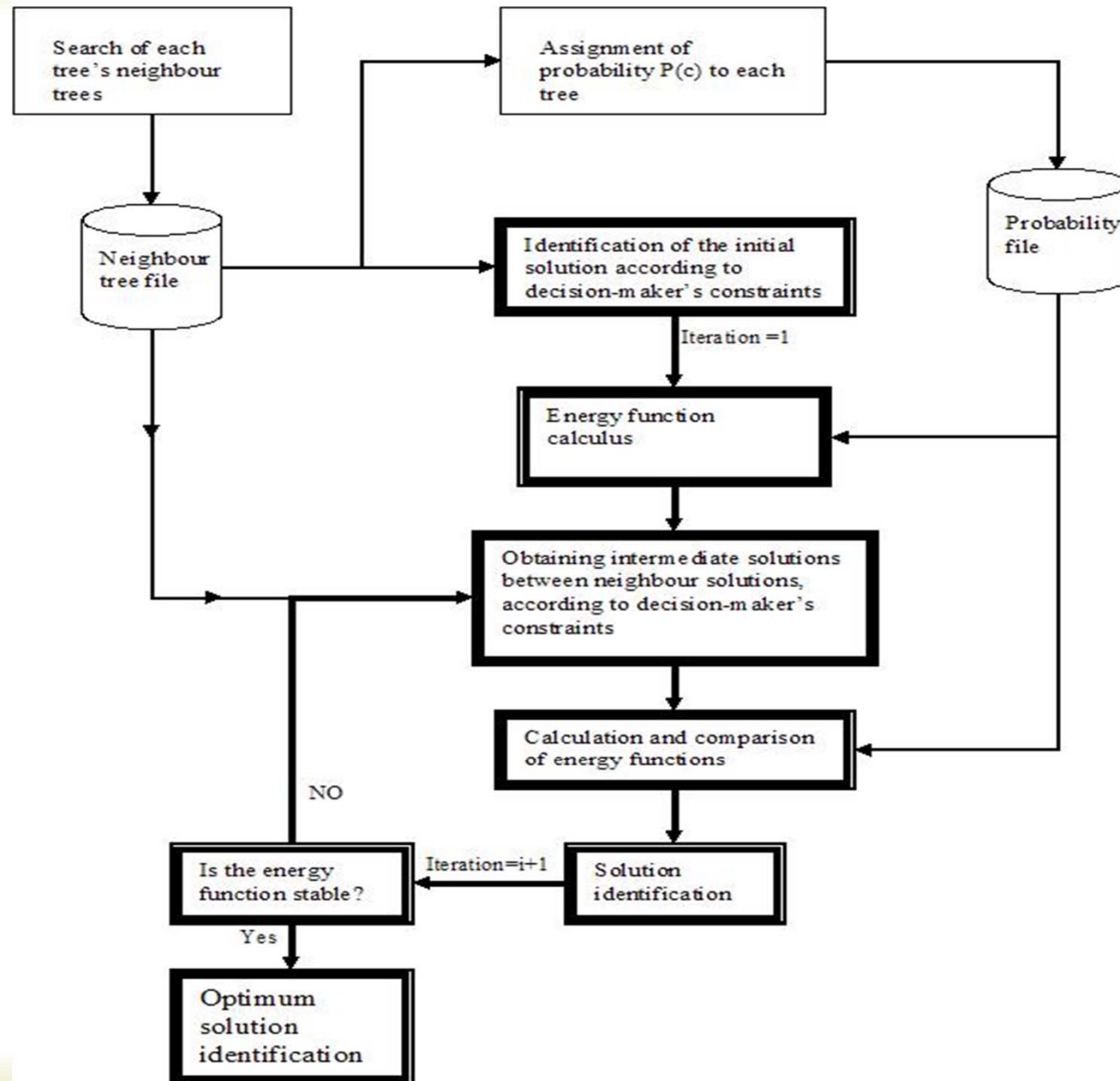
Árbol de decisión: árbol con 3 tipos de nodos:

- De decisión (nodos rectangulares). Del que emergen ramas que representan las decisiones posibles que se pueden tomar en ese instante.
- De azar (nodos circulares), cuyas ramas representan los estados posibles que se pueden dar en ese instante.
- De valor (terminales), utilidad de las consecuencias de la decisión.

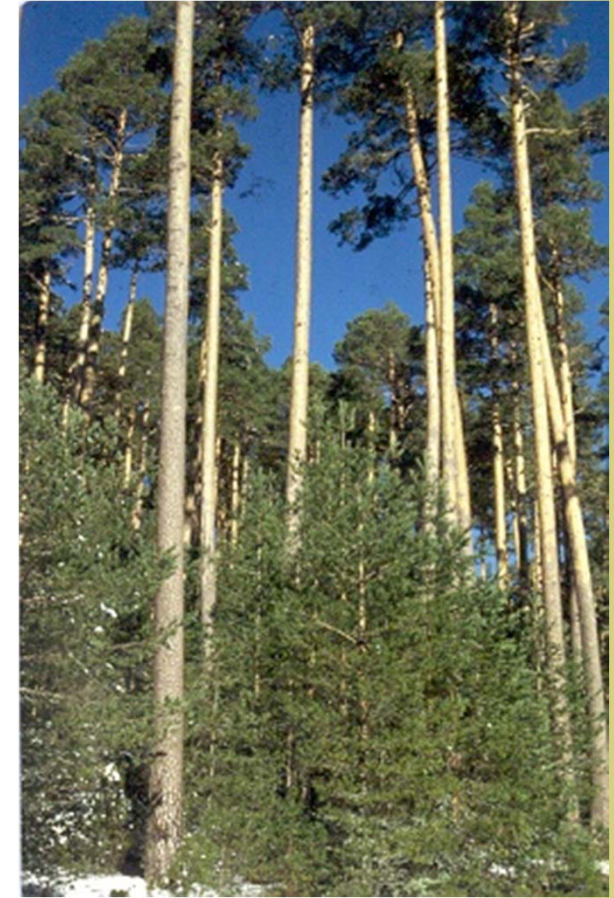
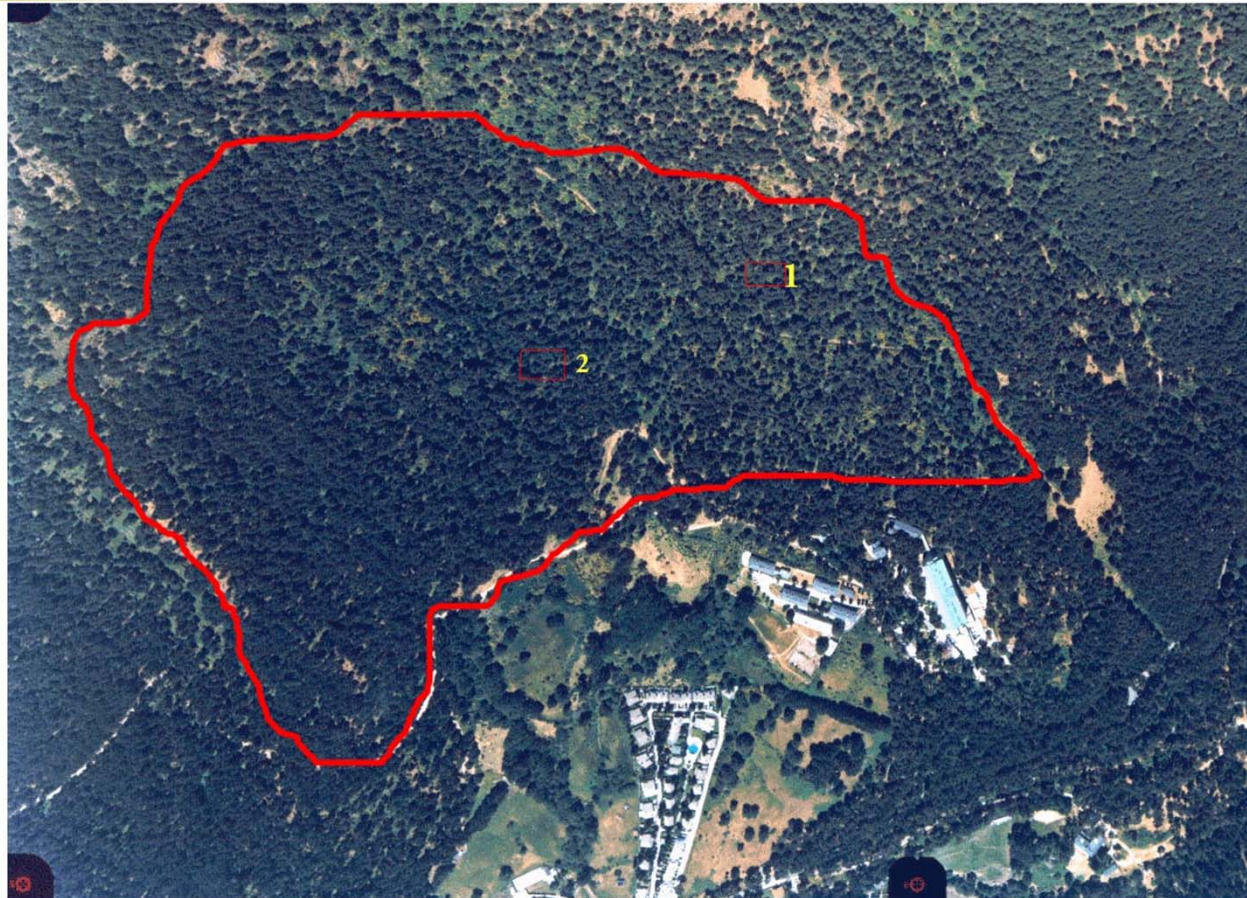
Técnicas de Optimización. Simulated Annealing:
Construcción función energía



Técnicas de Optimización. Simulated Annealing: Construcción función energía



Aplicación a una zona de estudio



Monte Público de Cercedilla, Madrid

Caso de Aplicación: Descripción de la Zona de Estudio

- **Monte Irregular de Pinus sylvestris.**
- **Tipo de silvicultura aplicada: Gestión Próxima a la Naturaleza**
- **S=0.25 ha**
- **Value=2666 Euros**

Table 1: Number of stems in the study area per diameter class

<i>Class ϕ</i>	<i>Number of stems in the study area.</i>
1	110
2	52
3	26
4	16
5	23

Table 2: Number of stems in the study area

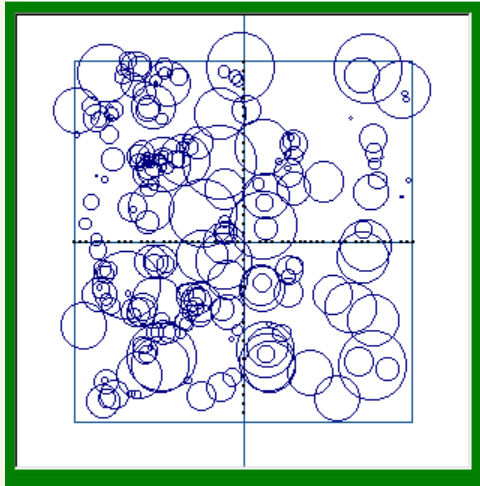
<i>Tree Type</i>	<i>Number of trees</i>
<u>Stabilizer tree</u>	29
<u>Sprinter tree</u>	26
<u>Old tree</u>	1
<u>Regeneration</u>	110
<u>Complementary tree</u>	62

Caso de Aplicación: Restricciones

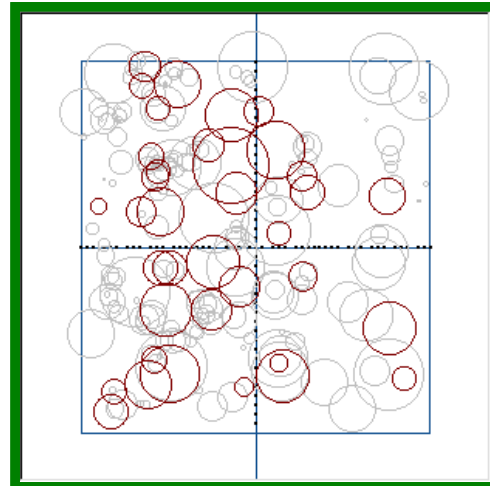
Las **restricciones** definidas por el decisor son:

1. El **volumen de madera de baja calidad** que se puede cortar debe de estar entre 24 y 36 m³/ha.
2. El **volumen de madera de alta calidad** que se puede cortar debe de estar entre 16 y 24 m³/ha.
3. El tamaño máximo del **hueco** que se produce cuando árboles consecutivos son cortados debe ser menor a 200 m².
4. Como mínimo se deben dejar 5 árboles **muertos** por ha. **No se pueden cortar árboles con nidos, ni regenerado, ni sprinters.**

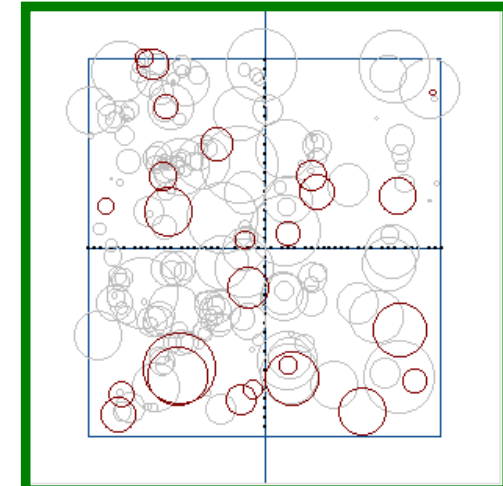
Caso de Aplicación: Resultados



Study area



Initial solution



Optimum solution

Solución Óptima

7 Estabilizadores

15 Árboles de la masa complementaria

1 Árbol viejo

2 Árboles del regenerado con
Cronartium flaccidum

Valor de la madera
que permanece en el
monte: 2064 Euros

Caso de Aplicación: Conclusiones

- Los objetivos ecológicos, recreativos y productivos de la gestión próxima a la naturaleza se consiguieron.
- La información necesaria para aplicar esta metodología es muy detallada. Para aplicarla a superficies mayores, es necesario integrar información procedente de fotografía aérea, LIDAR, y datos de campo.
- Es una herramienta útil para la toma de decisiones, ya que se pueden comparar los resultados de diferentes objetivos y restricciones.

Procedimientos Meta-Heurísticos

Método GRASP

Greedy Randomized Adaptative Search Procedure.

Introducido por Feo y Resende, 1989.

- Procedimiento iterativo que tiene una parte constructiva y otra de mejora.
- **Constructiva:** Se aplica un método heurístico para obtener una buena solución inicial.
- Esta solución se **mejora** mediante una búsqueda local de alternativas. La mejor de todas las soluciones examinadas se guarda como resultado final.

Referencias

- Bettinger, P., Graetz, D., Boston, K., Sessions, J., Woodman, C., 2002. Eight Heuristic Planning Techniques Applied to Three Increasingly Difficult Wildlife Planning Problems. *Silva Fennica*, 36, 561-584.
- Boston, K., Bettinger, P., 1999. An Analysis of Monte Carlo Integer Programming, Simulated Annealing and Tabu Search Heuristics for Solving Spatial Harvest Scheduling Problems. *Forest Science*, 45, 292-301.
- Calkin, D., Montgomery, C.A., Schumaker, N. H., Polasky, S., Arthur, J.L., Nalle, D.J., 2002. Developing a Production Possibility Set of Wildlife Species Persistence and Timber Harvest Value using Simulated Annealing. *Canadian Journal of Forest Research*, 32, 1329-1342.
- Clements, S.E., Dallain, P.L., Jamnick, M.S., 1990. An Operational, Spatially Constrained Harvest Scheduling Model. *Canadian Journal of Forest Research*, 20, 1438-1447.
- De Turckheim, B., 1992. Pour une Sylviculture Proche de la Nature. *Forêts de France*, 350,14-20.
- Dougherty, D.E., Marryott, R.A., 1991. Optimal Groundwater Management. *Water Resources Research*, 27, 2493-2508

Referencias

- Feo, T.A. y Resende, M.G.C., 1989 A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8, 67-71.
- Geman, S., Geman, D., 1984. Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Pattern Analysis. PAMI* 6, 721-741
- Glover, F., 1986. Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence, *Computers and Operations Research*, Vol. 13, pp. 533-549.
- Holland, J. H., 1975 *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press.
- Ising, E., 1925 Beitrag zur Theorie des ferromagnetismus, *Zeitschr. F. Physik* 31, 253-258.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt Jr, and M. P. Vecchi, 1983. Optimization by Simulated Annealing, *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671 - 680.
- Martín-Fernández, S., Martínez-Falero, J.E., Pérez-González, J.M., 2002. Optimization of Resources Management in Fighting Wildfires. *Environmental Management*, 30, 352-365.
- Martínez-Falero, J.E., González-Alonso, S., 1995. *Quantitative Techniques in Landscape Planning*. Lewis Publishers, Boca Raton, Florida.

Referencias

- Martínez-Falero, J.E., Trueba, I., Cazorla, A., Alier, J.L., 1998. Optimization of Spatial Allocation of Agricultural Activities. Journal of Agricultural Engineer Research, 69,1-13.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. and Teller, E. 1953. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, J. Chem. Phys., 21(6), 1087 - 1092.
- Morales, A., Nasrabadi, H., and Zhu, D. 2011. A new modified genetic algorithm for well placement optimization under geological uncertainties. In SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition.
- Rizzo, D.M., Dougherty, D.E., 1996 Design optimization for multiple management period ground water remediation. Water Resource Research 32, num. 8, 2549-2561.
- Tan, J. 1999, Locating Forest Roads by a Spatial and Heuristic Procedure Using Microcomputers. Journal of Forest Engineering 10 (2): 91-100.

Enlaces y Bibliografía complementaria:

- The Metropolis Algorithm. Statistical Systems and Simulated Annealing.
<http://saeta.physics.hmc.edu/courses/p170/Metropolis.pdf>
- Glover, F. and M. Laguna (1997) Tabu Search, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Glover, F., M. Laguna and R. Martí (2005) Practical Tabu Search, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Suman, B. and Kumar, P. (2006) A survey of Simulated Annealing as a tool for single and multiobjective optimization. Journal of the Operational Research Society, Vol. 57, pp.1143-1160.
- Tan, C.M. ed. (2008) Simulated Annealing. Ed. InTech ISBN 978-953-7619-07-7.
- Basics of Monte Carlo simulations, Kai Nordlund 2006
(<http://www.acclab.helsinki.fi/~knordlun/mc/mc10nc.pdf>)
- Introducción a los algoritmos genéticos:
<http://gaul.sourceforge.net/intro.html#holland1975>

Enlaces y Bibliografía complementaria:

- Sierra Sánchez, M.R., 2009 Mejora de Algoritmos de Búsqueda Heurística mediante Poda por Dominancia. Aplicación a Problemas de Scheduling. Tesis doctoral, Universidad de Oviedo.

<http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/11140/UOV0072TMRSS.pdf?sequence=1> (acceso 06/08/2014)

.