

## Asignatura: Matemática Discreta

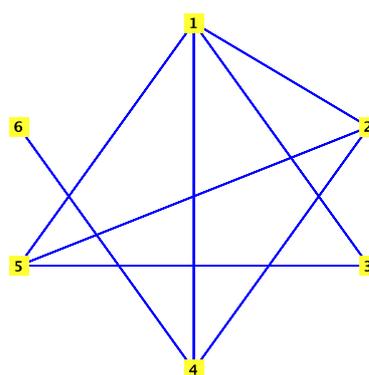
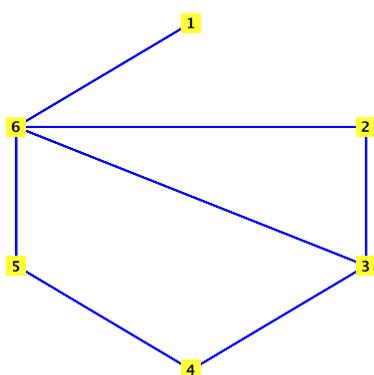
Mayo de 2011

### Ejercicios del tema 5 (Grafos y árboles)

**Fecha límite de entrega: 30 de mayo de 2011**

La entrega de los ejercicios se realizará en un único archivo tipo .doc, .pdf o .mws. Dicho archivo contendrá las explicaciones correspondientes y, en su caso, las sentencias que dan lugar a los resultados obtenidos.

1. Para establecer una red de conexiones entre 15 ordenadores se ha pensado conectar cada uno de ellos con otros 5. ¿Es posible? ¿Por qué?
2. De cada ciudad de un país parten tres carreteras a otra tantas ciudades. ¿Puede haber en total 100 carreteras? ¿Por qué?
3. Si  $G = (V, A)$  es un grafo, se llama *grafo complementario de  $G$*  al grafo cuyo conjunto de vértices es  $V$  y en el que dos vértices están unidos por una arista si no lo están en  $G$ . Por ejemplo los dos grafos siguientes son complementarios:



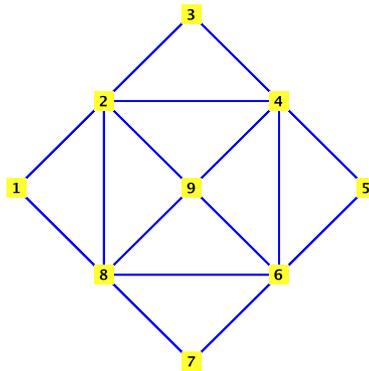
Si  $G$  tiene  $n$  vértices y sus grados son  $d_1, d_2, \dots, d_n$ , ¿cuáles son los grados de los vértices de su grafo complementario?

4. Probar que en todo grafo  $G = (V, A)$  se verifica:

$$|A| \leq \frac{1}{2} \cdot |V| \cdot (|V| - 1)$$

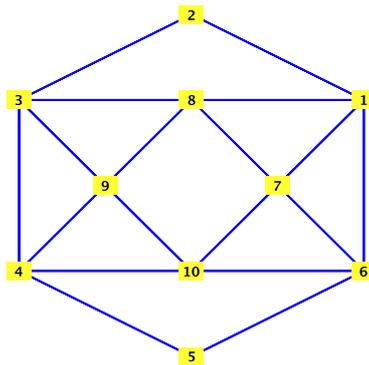
Probar que si se da la igualdad, entonces  $G$  es completo.

5. En el grafo representado a continuación, encontrar:



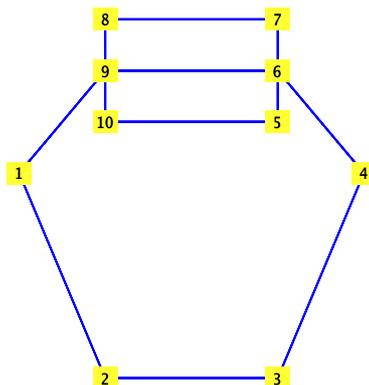
- a) Un camino cerrado de longitud 9.
- b) Un ciclo que contenga al vértice 8.
- c) Un circuito que sea un ciclo y otro que no lo sea.
- d) ¿Cuántos caminos de longitud 3 hay entre los vértices 2 y 8?

6. Un cartero tiene asignadas para el reparto una red de calles representadas en la figura siguiente:

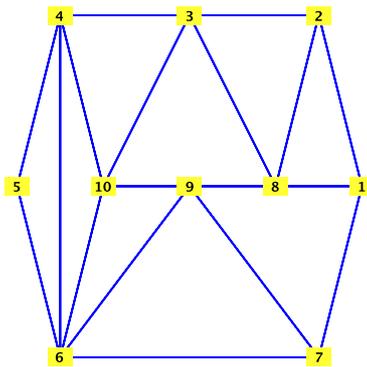


El reparto de cartas debe comenzar y acabar en la estafeta de correos que se encuentra en el vértice 9 y debe efectuarse sin recorrer dos veces la misma calle. Encontrar un recorrido válido para el cartero.

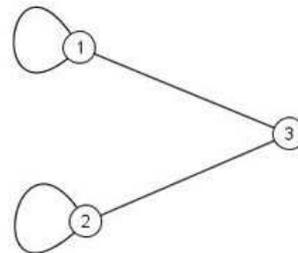
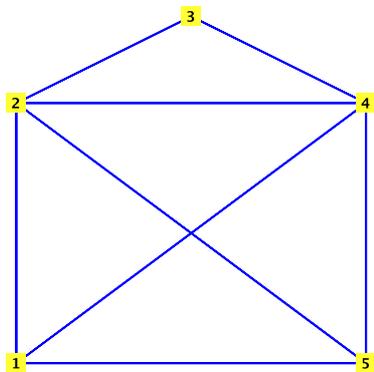
7. ¿Es hamiltoniano el siguiente grafo? ¿Por qué?



8. Determinar un ciclo hamiltoniano para el siguiente grafo:



9. Determinar la matriz de adyacencia de los siguientes grafos:



10. Dibuja el grafo representado por cada una de las siguientes matrices de adyacencia:

$$G_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$