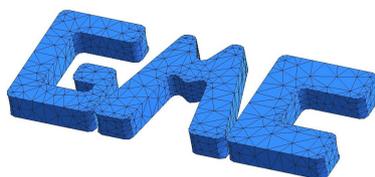


Principios, Personajes y Aplicaciones de la Mecánica

José M.^a Goicolea

Grupo de Mecánica Computacional
Escuela de Ingenieros de Caminos,
Universidad Politécnica de Madrid

5 de octubre del 2005



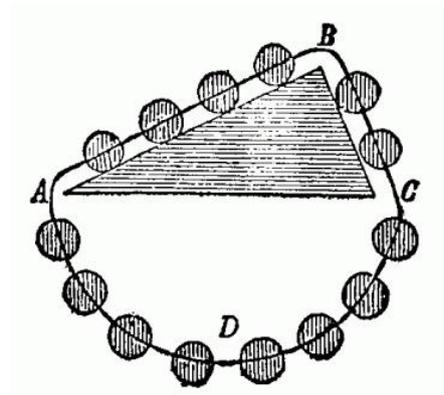
Índice

- 1 Personajes y Axiomas de la Mecánica
 - Grecia y renacimiento: *geometría, movimiento y relatividad*
 - La ilustración: *mecánica racional*
 - Siglos XIX y XX: *teorías modernas*
- 2 Teorías de la mecánica
 - Modelos matemáticos
 - Teorías de la mecánica
- 3 Aplicaciones en la ingeniería
 - Ingeniero de Caminos: plan de estudios
 - La dinámica en la ingeniería estructural
- 4 Aplicaciones de la mecánica computacional
 - Dinámica no lineal
 - Biomecánica



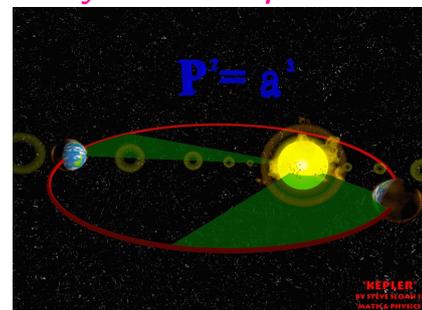
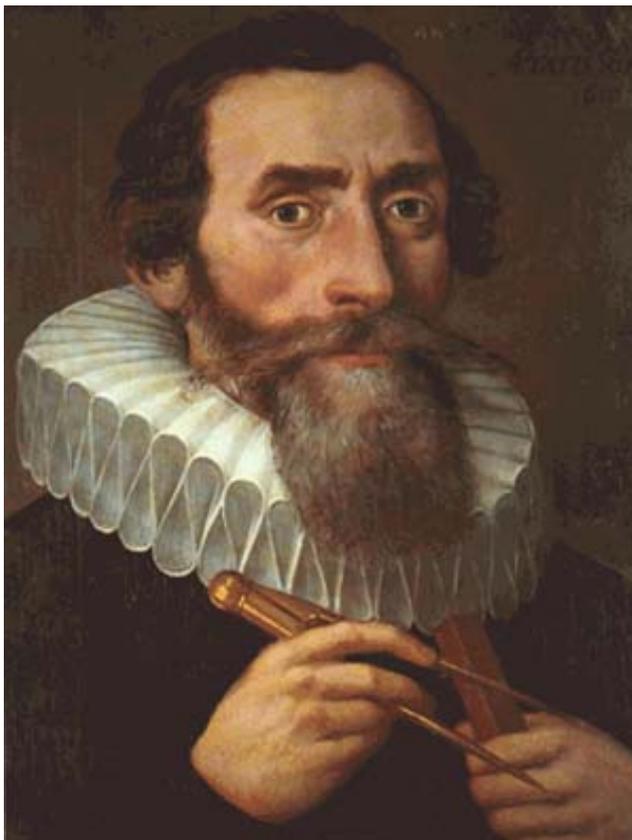
Simon Stevin

- 1548 (Brujas) – 1620 (La Haya)
- Consejero del ejército de Orange
- Diques, molinos, esclusas, puertos
- Introdujo números decimales
- *Epitafio:*

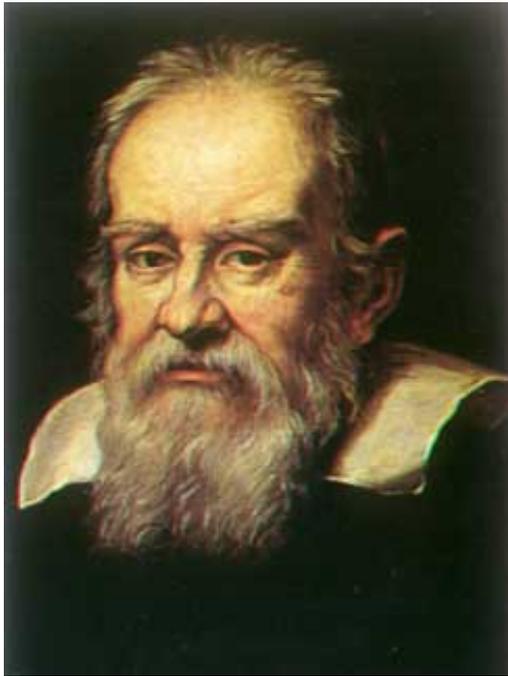


Johannes Kepler

- 1571 (Württemberg) – 1630 (Regensburg)
- Trabajó con Tycho Brahe en Praga
- Tablas astronómicas muy precisas, sin telescopio
- Adoptó telescopio de Galileo, diseño propio
- *3 leyes de Kepler*



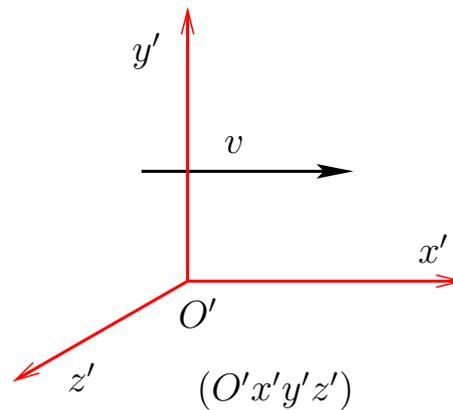
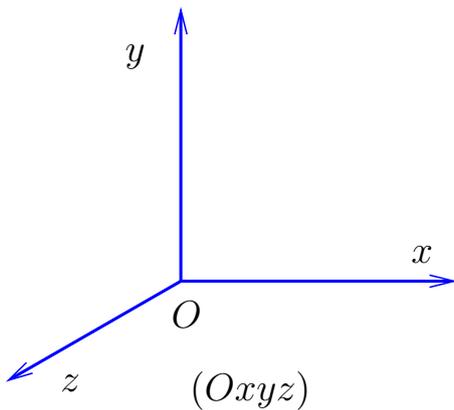
Galileo Galilei



- 1564 (Pisa) – 1642 (Florencia)
- Plano inclinado, péndulo tautócrono, movimiento parabólico, resist. de materiales
- Caída de los graves: aceleración constante (¡contradice Aristóteles!)
- Desarrolla telescopio y observa planetas, lunas de Júpiter, Saturno, ...
- Condenado por inquisición por defender teoría Copernicana: prisión perpetua
- Relatividad Galileana e inercia.



Relatividad Galileana



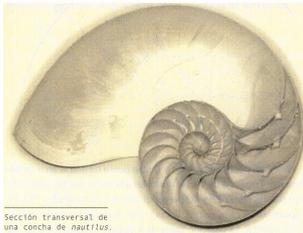
$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}' = \dot{x} - v \\ \dot{y}' = \dot{y} \\ \dot{z}' = \dot{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}' = \ddot{x} \\ \ddot{y}' = \ddot{y} \\ \ddot{z}' = \ddot{z} \end{cases}$$



Jacob Bernoulli



- 1654 (Basilea) – 1705 (Basilea)
- Hermano mayor de Johann B. al que enseña matemáticas. Posteriormente rivalidad y disputas con él. Tío de Daniel B.
- Probabilidades, geometría, series infinitas ($\sum_n(1/n)$, $\sum_n(1/n^2)$)
- Problema de braquistócrona mediante ecuación diferencial
- Espiral logarítmica ($\rho = Ce^{k\theta}$), Lemniscata
- *epitafio: "Eadem mutata resurgo"* (espiral logarítmica)



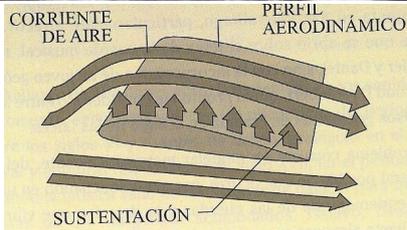
Johann Bernoulli



- 1667 (Basilea) – 1748 (Basilea)
- Hermano de Jacob B., Padre de Daniel
- Pendenciero, disputas irreconciliables con Daniel
- Resuelve problema de Catenaria en 1691 (propuesto por Jacob). Involuta: tractriz.
- Propone y resuelve Braquistócrona
- Seguidor de Leibniz frente a Newton
- *Hidraulica* (1732? → 1739)



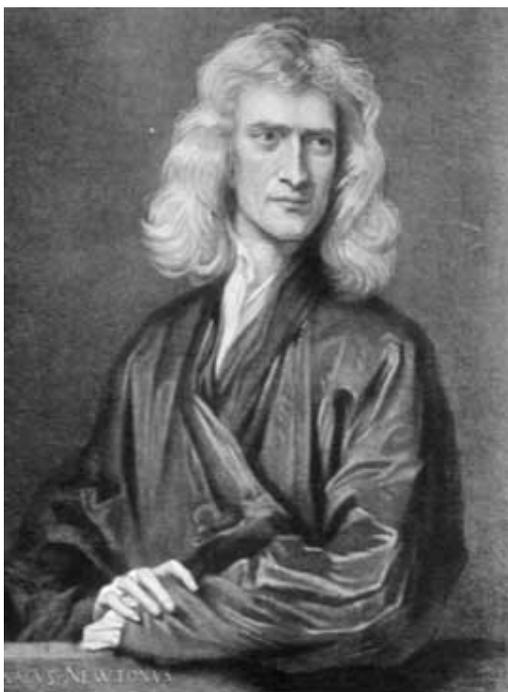
Daniel Bernoulli



- 1700 (Groningen) – 1782 (Basilea)
- Hijo de Johann B., sobrino de Jacob B.
- S. Petersburgo, junto a Euler
- Teoría de vigas (*“viga de Euler-Bernoulli”*), hilos, velarias, ...
- Vibración de hilos tensos
- *Hidrodinámica* (1738)
- Nunca se reconcilió con su padre.



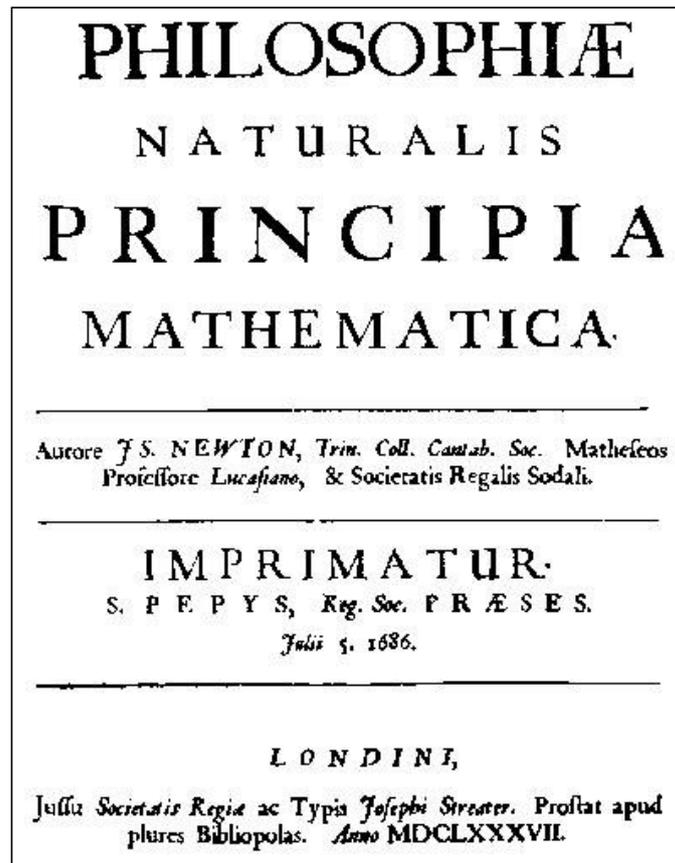
Isaac Newton (1643–1727)



- Nació en c. Juliano 25/12/1642
- Juventud en granja de Woolsthorpe.
- Cambridge. Cátedra Lucasiana.
- Método de fluxiones (cálculo infinitesimal). Disputas amargas con Leibniz. Desarrollado 1671, publicado 1736.
- Óptica (teoría corpuscular)
- Casa de la moneda
- **PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA**



Principia



Definiciones Newton

Definiciones (PRINCIPIA)

‘**DEFINICION PRIMERA.** *La cantidad de materia es la medida de la misma originada de su densidad y volumen conjuntamente.*’

‘**DEFINICION II.** *La cantidad de movimiento es la medida del mismo obtenida de la velocidad y de la cantidad de materia conjuntamente.*’

‘**DEFINICION III.** *La fuerza ínsita de la materia es una capacidad de resistir por la que cualquier cuerpo, por cuanto de él depende, perservera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.*’

‘**DEFINICION IV.** *La fuerza impresa es la acción ejercida sobre un cuerpo para cambiar su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo.*’



Leyes Newton

Leyes (PRINCIPIA)

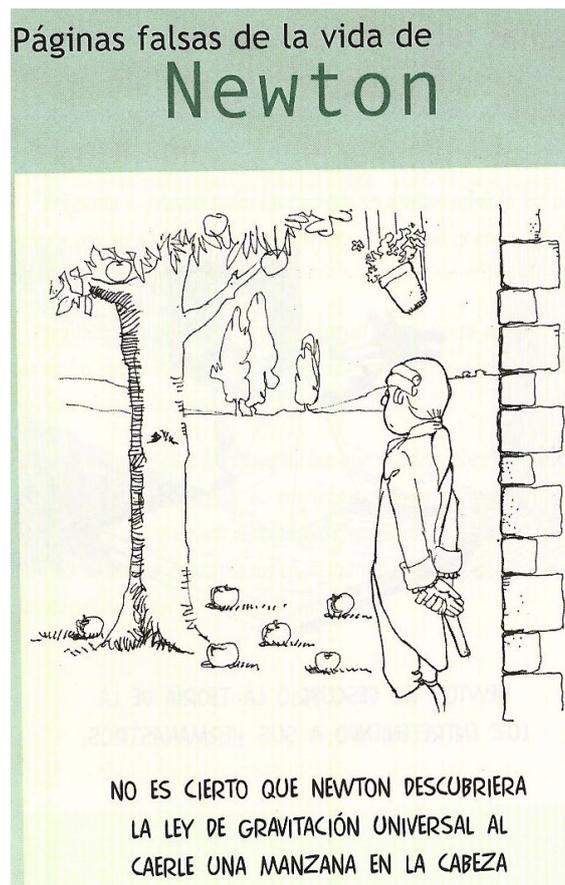
'LEY PRIMERA. *Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado.'*

'LEY II. *El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.'*

'LEY III. *Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria. O sea, las acciones mutuas de los cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas.'*

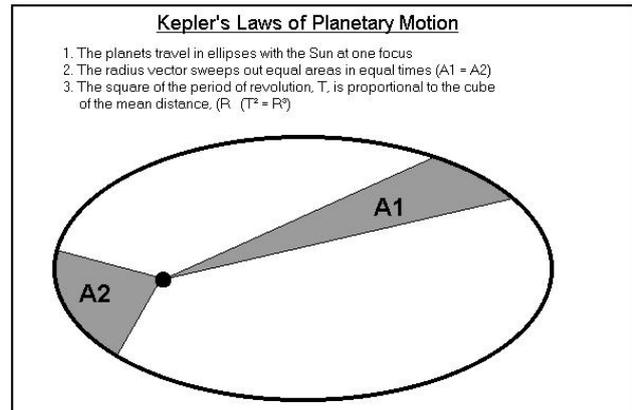


Newton y la gravedad



Ley de la Gravitación Universal

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$



- Explica el movimiento de cuerpos celestes
- Explica también el movimiento de cuerpos terrestres



Leonard Euler



- 1707 (Basilea) – 1783 (S. Petersburgo)
- Infinitésimos e infinitos, Ecuaciones diferenciales, cálculo de variaciones, Probabilidad, Teoría de números, ...
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$
- En su *Mechanica* (1736–37) completa la mecánica clásica: **Principio momento cinético, dinámica del sólido rígido, ...**
- Mecánica de medios continuos, de fluidos, ...
- Ciego al final, sigue publicando.



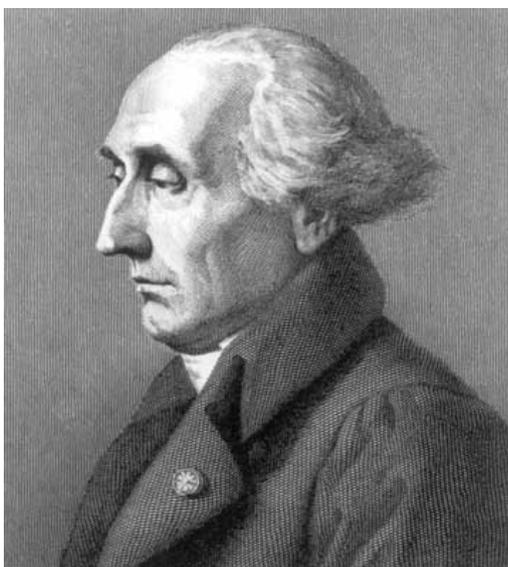
Jean le Rond d'Alembert



- 1717 (París) – 1783 (París)
- Completa definición de fuerza de Newton
- “*Traité de dynamique*” (1743):
Principio de d'Alembert
- Escribe la enciclopedia junto con Diderot
- Ecuaciones en derivadas parciales
- Mecánica de fluidos



Joseph-Louis Lagrange



- 1736 (Turín) – 1813 (París)
- Braquistócrona mediante cálculo de variaciones (1754)
- Energía cinética, principio de mínima acción
- Cálculo de probabilidades
- Propagación sonido, cuerdas vibrantes
- Problema de 3 cuerpos (premio academia París)
- “*Mecanique analytique*” (París, 1788)



Charles Augustin de Coulomb



- 1736 (Angoulême) – 1806 (París)
- Fuerzas electrostáticas
- Mecánica de suelos: rotura como cuña de rozamiento
- Teoría de fricción (*Teoría de máquinas simples*, 1781)



William Rowan Hamilton



- 1805 (Dublín) – 1865 (Dublín)
- “*On a general method in dynamics*” (1834). Función característica, acción.
- Nuevos métodos de la dinámica analítica: *función Hamiltoniana*, *ecuaciones canónicas* (o de Hamilton). Base para la dinámica moderna y la mecánica cuántica.
- Pares, ternas, cuaternios. Algebra de cuaternios.



Albert Einstein



- 1879 (Ulm) – 1955 (Princeton)
- Experto en música; judío, apátrida 1896–1901.
- Oficina de patentes Berna. Trabaja en tiempo libre.
- Teoría de relatividad especial (1905)
- Usa cálculo tensorial de Levi-civita, Ricci-cubastro
- Teoría de relatividad general (1912)
- Confirmadas predicciones en eclipse 1919, gran celebridad.



Emmy Noether



- 1882 (Erlangen) – 1935 (Pennsilvania)
- *teorema de Noether*: 1915. Relación entre simetrías y teoremas de conservación.
- Teoría de invariantes.



Mecánica como modelo matemático

Modelos Matemáticos

Sistemas de referencia: *espacio, tiempo*



Sistemas de referencia en la mecánica clásica

Espacio:

- *independiente* de objetos
- *Constante*
- *Homogéneo*
- *Isótropo*

Tiempo:

- *Homogéneo*
- Fluye constantemente *en un solo sentido*
- *Simultaneidad absoluta*



Conceptos de masa y fuerza

Masa

- *Masa inercial*: constante de cada cuerpo proporcional a su variación de velocidad para fuerza dada
Según PRINCIPIA, definido por *densidad y volumen* ¿?
- *Masa gravitatoria*: origina fuerza de gravedad
En mecánica clásica, igual valor que masa inercial

Fuerzas

- *Fuerza*: causa que provoca cambio de cantidad de movimiento
Según PRINCIPIA, *definición circular*: def. IV \Leftrightarrow ley I
- **Tipos de fuerzas** (¿centrales?)
 - Gravitatorias (¿acción a distancia? ondas gravitatorias – gravitones)
 - Electromagnéticas (no centrales, dependen de v ; fotones)
 - Nucleares fuertes (unen núcleo atómico – gluones)
 - Nucleares débiles (desintegración nuclear – bosones)



Teorías de la mecánica

Según modelos matemáticos

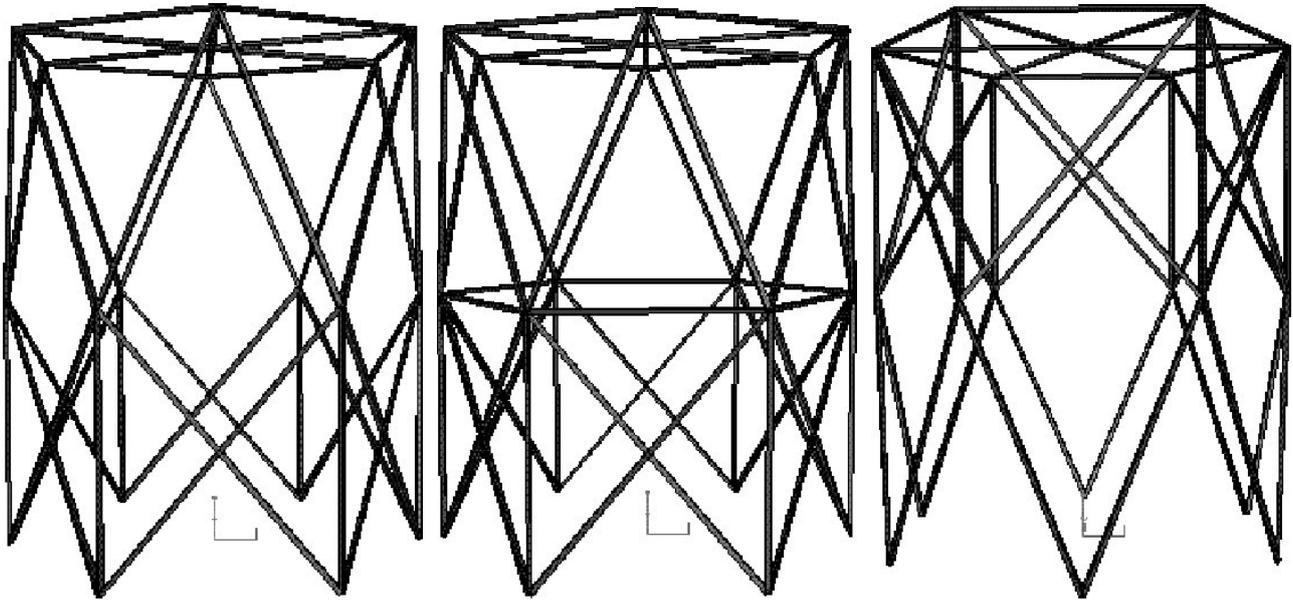
- Mecánica clásica
- Mecánica relativista (velocidades próximas a la de la luz, campos gravitatorios muy intensos)
- Mecánica cuántica (acciones comparables a la constante de Planck, $Et \approx h$)

Según aplicaciones

- Mecánica de medios continuos (sólidos y fluidos)
- Mecánica estructural
- Mecánica celeste
- Dinámica de sistemas complejos (caos)
- Biomecánica ...



Alternativas iniciales tubo



Aspectos Críticos del Diseño y Cálculo (2)

🔹 Vibraciones de elevación tubo ($f = 7 \text{ Hz}$)

