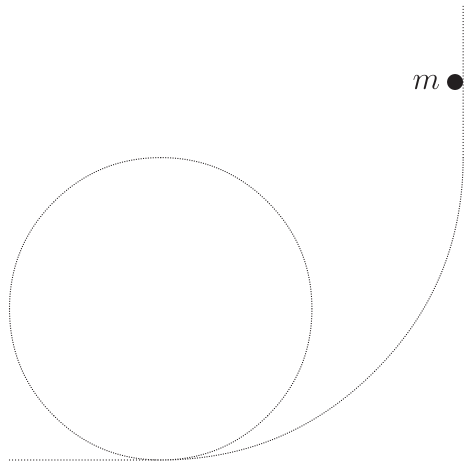
Práctica nº 1 curso 2006-2007

MECÁNICA

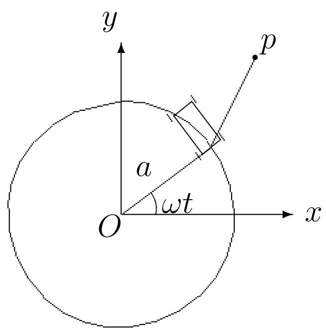
1. Una bolita pesada de masa m desliza sin rozamiento sobre la trayectoria de la figura, cuyo lazo es circular de radio R, siendo el enlace unilateral. ¿A qué altura H (medida desde el punto más bajo del lazo) es necesario soltar la bolita, sin velocidad inicial, para que recorra el lazo sin desprenderse? ¿y para que se desprenda y pase por el centro del lazo?



⋆

2. En un plano horizontal perfectamente liso, un patinador p es arrastrado por un veh¡culo que describe una circunferencia de centro O y radio a, con velocidad angular constante ω. El patinador se encuentra unido al vehículo por una varilla sin masa de longitud a. Inicialmente, el vehículo ocupa la posición $(a, 0)$ y el patinador se encuentra en reposo en (2a,0). Se pide:

1. Ecuaciones horarias del movimiento del patinador.
2. Trabajo realizado por el vehículo entre el instante inicial y un tiempo suficientemente largo.
3. Si se sustituye la varilla por una cinta flexible con posibilidad de arrugarse si se somete a compresión, estudiar si se presenta esta circustancia y precisar con exactitud dónde se produce.



⋆

3. Un punto material pesado P, de masa m, está unido mediante un hilo flexible e inextensible de longitud $l > \pi R$ y masa despreciable al punto A situado en la parte superior de un cilindro circular fijo de radio R y eje horizontal. Se sitúa el punto P de modo que el hilo esté horizontal y perpendicular a la generatriz superior del cilindro y que se encuentre extendido, o sea que $PA = l$. Se abandona entonces el punto, sin velocidad inicial, a la acción de la gravedad, y se desea saber:

1. ¿Cual será la velocidad del punto cuando éste pase por la posición más baja de su trayectoria?

2. ¿Cual será la tensión del hilo en ese momento?

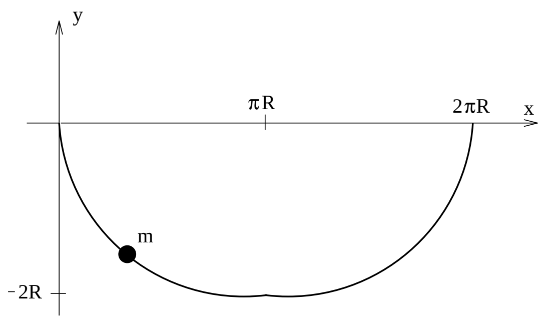
3. ¿Cual debe ser la longitud del hilo para que su tensión se anule cuando en el movimiento ascendente subsiguiente al instante considerado en las dos preguntas anteriores, el hilo alcance un ángulo de 30° por encima de la horizontal?

⋆

4. Bajo la acción de la gravedad, una partícula m se mueve sin rozamiento en la cicloide (ver figura adjunta) definida en forma paramétrica por las expresiones:

$$x = R(\theta - sen\theta) \qquad y = -R(1 - cos\theta)$$

con $0 \leq \theta \leq 2\pi$.



Del movimiento así definido se pide:

1. Obtener la relación $s(\theta)$, siendo s la longitud de arco medido desde el punto más bajo de la cicloide ($\theta = \pi$).

2. Hallar las expresiones de T (Energía cinética) y V (Energía potencial) en función de s y $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$

3. Obtener la ecuación dinámica del movimiento (ecuación diferencial de orden 2 en $s(t)$)

4. Si la partícula se libera, partiendo del reposo, desde la posición $s = -4R$ ($\theta = 0$), obtener el tiempo que tarda en llegar al punto más bajo de la cicloide ($s = 0$).

5. Calcular el tiempo que tardaría la partícula en llegar al punto más bajo si se lanzara esta vez desde la posición $s = -2R$ ($\theta = 120°$), partiendo también del reposo.

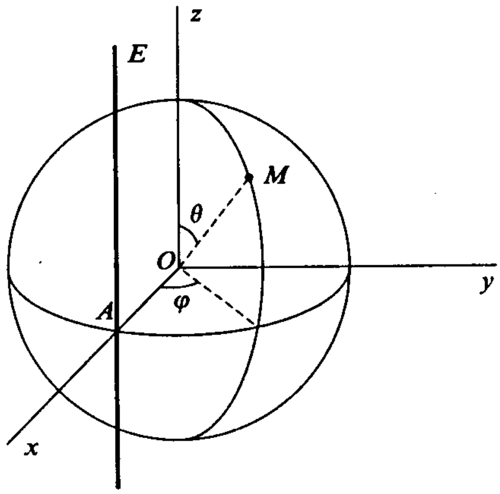
6. Caracterizar el movimiento armónico resultante, estableciendo la similitud con un péndulo simple en pequeñas oscilaciones, y hallando la longitud del péndulo correspondiente. ¿Qué diferencia existe con un péndulo simple no limitado a pequeñas oscilaciones?.

(Problema Puntuable, Curso 96/97)

⋆

5. Un punto material M, de masa m, sin peso, se mueve sin rozamiento sobre una esfera de centro O y radio a. La recta E, tangente a la esfera por A, repele al punto material con una fuerza proporcional al producto de la masa por la distancia que lo separa de dicha recta. El coeficiente de proporcionalidad es ω^2, siendo ω una constante conocida.

Se eligirá un triedro $Oxyz$ cuyo origen es el centro de la esfera y de forma que el eje Ox pasa por A, siendo Oz paralelo a la recta E. Se utilizarán los ángulos θ y φ de la figura para determinar la posición del punto sobre la esfera.



Se pide:

1. Determinar, en función de θ y φ la función potencial de la que deriva la fuerza repulsiva.
2. Plantear las ecuaciones que determinan el movimiento del punto.
3. Estudiar la posibilidad de que, para unas determinadas condiciones iniciales, el punto describa círculos máximos que pasan por A, determinando dichos círculos máximos.
4. Determinar la zona del movimiento en el caso en que el punto material se sitúe inicialmente en el punto diametralmente opuesto al A y se le lance con una velocidad $\omega a\sqrt{2}$ tangente al círculo máximo que pasa por el eje Oy.
5. Determinar la zona del movimiento en el caso en que el punto se sitúa inicialmente en el punto diametralmente opuesto al A y se le lance con una velocidad $\omega a\sqrt{2}$ tangente al círculo máximo que pasa por el eje Oz.

⋆