

1. Una partícula se mueve sobre el cilindro

$$x = \frac{3}{4}R \cos \phi + \frac{1}{4}R \cos 3\phi$$

$$y = \frac{3}{4}R \operatorname{sen} \phi + \frac{1}{4}R \operatorname{sen} 3\phi \quad , \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

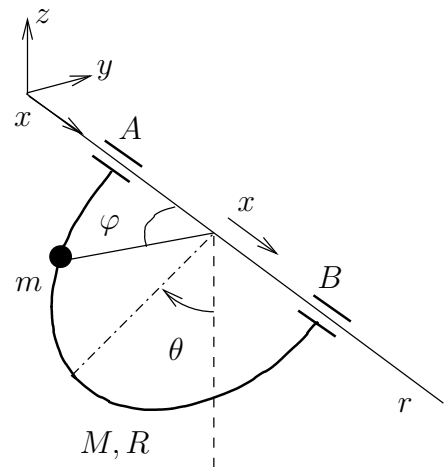
de modo que su aceleración normal permanece constantemente paralela al plano  $OXY$ , siendo su velocidad en cada instante  $v = \sqrt{3}\omega R \cos \phi$ . Inicialmente la partícula se encuentra en  $\phi = 0$  y  $z = 0$ , formando su vector velocidad un ángulo de  $60^\circ$  con el eje  $OZ$ .

Se pide:

1. Expresión de la trayectoria de la partícula;
2. Ecuaciones horarias de su movimiento;
3. Expresión de la longitud de arco recorrida en función del tiempo.

\_\_\_\_\_★\_\_\_\_\_

2. Un semiarco de radio  $R$  desliza a lo largo de una recta horizontal fija  $r$  por su diámetro  $AB$  con velocidad constante y además gira alrededor de éste con velocidad de rotación constante  $\dot{\theta} = \omega$ . Ensartada en el semiarco se mueve sin rozamiento una partícula pesada de masa  $m$ . Se pide:



1. Ecuación diferencial del movimiento de la partícula respecto del arco.
2. Expresión de la reacción que ejerce el arco sobre la partícula en un instante genérico.

*(Examen Final modificado, Curso 98/99)*

\_\_\_\_\_★\_\_\_\_\_

3. Una partícula que se mueve sobre una circunferencia es atraída por un punto de su perímetro, con una fuerza función de la distancia. Determinar esta función de modo que la reacción que ejerza la circunferencia sobre la partícula sea constante, y calcúlese la reacción en función de las condiciones iniciales.

\_\_\_\_\_★\_\_\_\_\_

4. Una partícula material  $M$ , de masa  $m$ , está obligada a moverse sobre un aro circular situado en un plano vertical. Dicho aro es sometido a un ciclo térmico que origina dilataciones y contracciones de forma que su radio varía de acuerdo con la relación

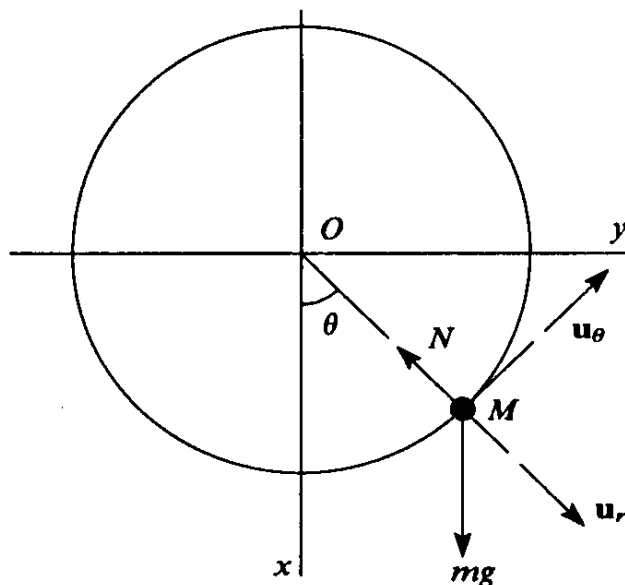
$$R = \frac{1}{2}a(2 + \cos \omega t)$$

Se pide:

1. Plantear la ecuación diferencial que determina el movimiento de la partícula material  $M$  suponiendo que sobre ella actúa, además de la acción del aro, la fuerza de la gravedad.
2. Determinar el movimiento de la partícula en el caso de que se anule la fuerza de la gravedad y suponiendo que, en el instante inicial, la partícula se encuentre en la posición más baja del aro y esté dotada de una velocidad absoluta de valor:

$$|v| = \frac{3\sqrt{3}}{2}\omega a$$

3. Calcular, en función del tiempo, la fuerza que el aro ejerce sobre la partícula en las condiciones específicas del apartado anterior.



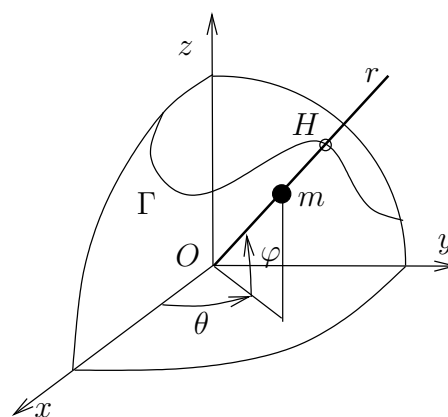
5. Una recta  $r$  tiene un punto  $O$  fijo, que se toma como origen de referencia del triedro trirrectángulo  $Oxyz$  de modo que  $Oz$  coincide con la vertical ascendente. La recta  $r$  se mueve de forma que un punto dado  $H$  de la misma recorre, con velocidad constante y de valor  $a\omega$ , una determinada curva  $\Gamma$  sobre la superficie esférica de centro  $O$  y radio  $a$ . (podrá suponerse esta curva definida, de forma genérica, por sus coordenadas esféricas  $r = a$ ,  $\theta = \theta(t)$ ,  $\varphi = \varphi(t)$ ). A su vez, una partícula pesada de masa  $m$  se mueve sin rozamiento sobre dicha recta  $r$ .

Se pide:

1. Obtener la ecuación diferencial del movimiento de la partícula sobre la recta  $r$ .
2. Consideramos ahora el caso particular en que la curva  $\Gamma$  es una circunferencia situada en el plano  $z = a\sqrt{3}/2$ .

Asimismo, en el instante inicial la partícula se encuentra situada a una distancia  $r_0$  del origen y animada de una velocidad, respecto a la recta  $r$ , de valor  $b\omega$ .

Determinar el movimiento, relativo a  $r$ , de la partícula (integrando la ecuación diferencial del movimiento).



¿Qué relación deben satisfacer las condiciones iniciales para que el movimiento se mantenga acotado en el transcurso del tiempo?

3. Bajo el mismo supuesto del apartado anterior y suponiendo que las condiciones iniciales satisfagan la relación pedida, obtener la reacción de la recta  $r$  sobre la partícula, especificando el valor asintótico al que tiende.

*(Examen Extraordinario, septiembre 1999)*

---

★