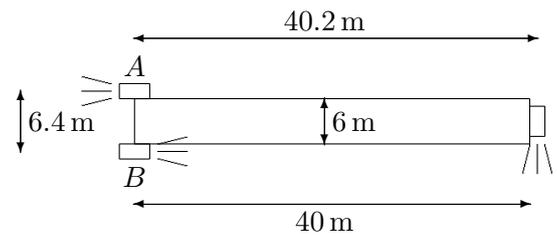


51. Una caja de masa  $M$  kg está llena de una masa  $m$  kg de arena. Se coloca en reposo sobre un plano liso inclinado un ángulo  $\theta$ . Por un agujero de la caja se escapa la arena hacia abajo con una velocidad relativa  $\omega$  m/s a razón de  $k$  kg/s. Suponiendo que  $\omega$  y  $k$  se mantienen constantes, se pide: calcular la velocidad de la caja cuando ha salido toda la arena.

★

52. Un vehículo espacial puede ser asimilado a un cilindro hueco de 40 m de largo, 6 m de diámetro y espesor de paredes de 0,06 m con densidad relativa media del material de las paredes de  $6 \text{ kg/m}^3$ . (Para simplificar puede admitirse que el espesor de las paredes es despreciable frente a las demás dimensiones). Para cambiar de dirección dispone de dos pequeños cohetes  $A$  y  $B$  en la parte posterior, capaces de invertir su empuje, y otro transversal en su parte delantera, dispuestos según indica la figura. En un instante dado el cohete  $A$  empuja hacia adelante y el  $B$  hacia atrás. Tanto el  $A$  como el  $B$  gastan  $20 \text{ kg/s}$  con velocidad de salida  $1000 \text{ m/s}$ . Se pide:



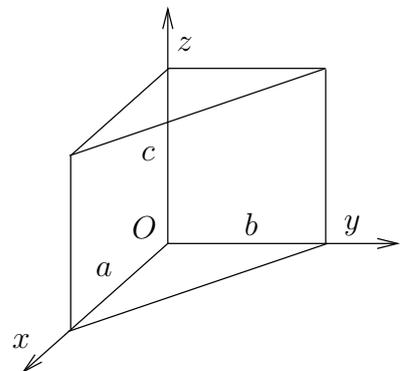
1. Sabiendo que la expulsión de gases del  $C$  puede ser controlada, calcular el gasto de dicho cohete (con la misma velocidad de salida de los otros) para que el vehículo adquiriera una velocidad transversal sin giro.
2. Aceleración transversal que se produce.
3. Se apaga el cohete  $C$ , ¿Cuánto tardará el vehículo en invertir su posición? Para simplificar se despreciará el cambio de masa del vehículo debido al consumo de los pequeños cohetes.

Para la resolución numérica se elegirá el S.I. de unidades.

★

53. Se considera un prisma triangular de lados  $a, b, c$  y masa  $m$ , como el que se muestra en la figura. Calcular:

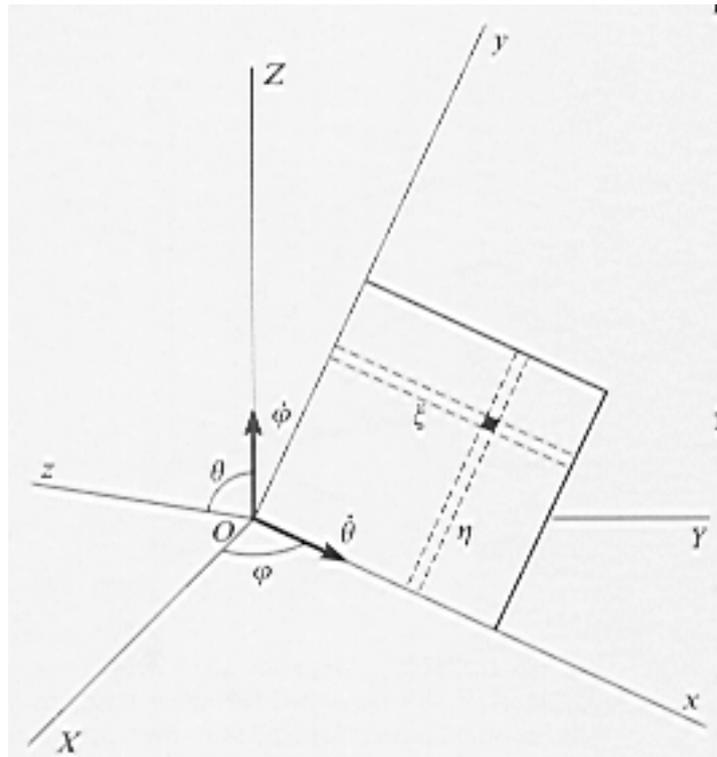
1. Tensor de inercia en  $O$  referido al sistema ortogonal de la figura
2. Tensor central de inercia
3. Direcciones y momentos principales de inercia respecto de  $G$ , para los valores  $a = 1, b = 1, c = 1, m = 1$ .



★

**54.** Una placa cuadrada homogénea de lado  $a$  y masa  $m$  se mueve respecto al triedro  $OXYZ$  con el vértice  $O$  fijo y uno de sus lados describiendo el plano  $XY$  como se indica en la figura. Se pide:

1. Velocidad angular de la placa, expresándola en los ejes móviles  $Oxyz$ .
2. Cantidad de movimiento.
3. Momento cinético en  $O$ .
4. Energía cinética.



★

**55.** Sea  $I_O$  el tensor de inercia de un cubo homogéneo (de masa  $M$  y lado  $b$ ) respecto de uno de sus vértices  $O$ , expresado en unos ejes paralelos a las aristas.

Diagonalizar  $I_O$  mediante la rotación del sistema de referencia.

★