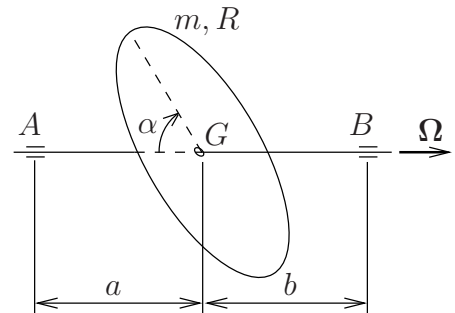


61. Un disco pesado circular y homogéneo de masa  $m$  y radio  $R$  gira con velocidad angular constante  $\Omega$  alrededor de un eje horizontal de masa despreciable al que está soldado y que pasa por su centro de gravedad  $G$ . El plano del disco forma en todo momento un ángulo  $\alpha$  constante con el eje, que se encuentra apoyado en sendos cojinetes lisos  $A$  y  $B$  situados a distancias  $a$  y  $b$  de  $G$  respectivamente.



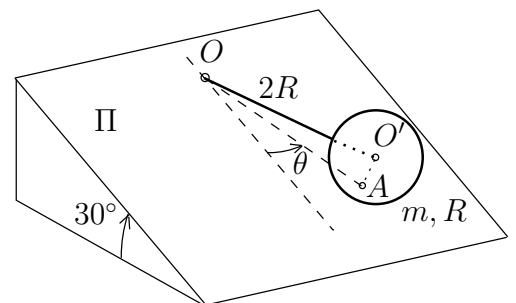
Se pide:

1. Expresión del momento cinético del disco respecto de su centro  $H_G$ ;
2. Expresión de la derivada de  $H_G$  respecto del tiempo;
3. Expresión del momento en  $G$  de las fuerzas ejercidas sobre el conjunto formado por el disco y el eje;
4. Expresiones obtenidas de la aplicación del principio de cantidad de movimiento al sistema formado por el disco y el eje;
5. Expresión de las reacciones de los cojinetes sobre el eje en un instante genérico.

(Problema puntuable, 12/03/2003)

★

62. Una esfera hueca con pared de espesor despreciable, masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre un plano inclinado ( $\Pi$ ) un ángulo  $30^\circ$ . El centro  $O'$  de la esfera está unido mediante una articulación a un punto fijo  $O$  del plano  $\Pi$  a través de una barra de longitud  $2R$  y masa despreciable. La posición de la barra se define mediante el ángulo  $\theta$  que forma su proyección sobre el plano inclinado y una línea de máxima pendiente del mismo. Se pide:



1. Tensor de inercia del conjunto en  $O$ .
2. Expresión del momento cinético  $H_O$  en función de  $\dot{\theta}$ .
3. Expresión del momento de las fuerzas externas en  $O$  (se deberá considerar que la reacción del plano inclinado ( $\Pi$ ) sobre la esfera está contenida en todo momento en un plano que es perpendicular tanto a  $\Pi$  como a la proyección de la barra sobre él).
4. Ecuaciones de Euler del movimiento.
5. Expresar las reacciones y la ecuación dinámica exclusivamente en función de  $\theta$  y sus derivadas.
6. Justificar que el movimiento que se produce es de tipo pendular.
7. Integrales primeras del movimiento.

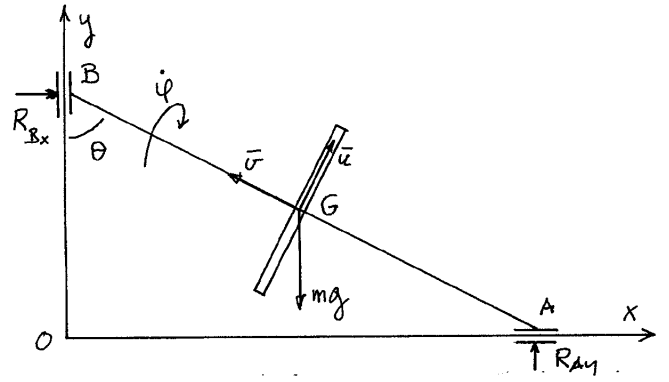
(Problema Puntuable, Curso 99/00)

★

**63.** El sistema de la figura está formado por un rotor que se puede asimilar a un disco homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$ , cuyo eje de longitud  $l$  desliza en sus extremos  $A$  y  $B$  sobre los ejes  $Ox$  y  $Oy$  mediante enlaces bilaterales lisos.

Se pide:

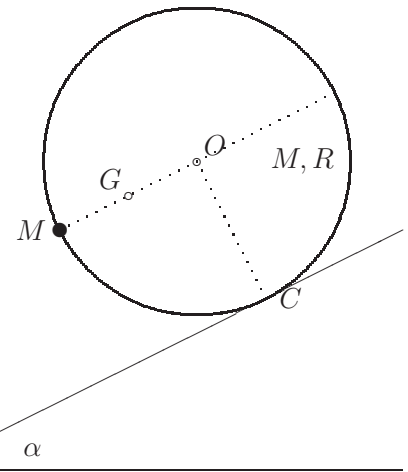
1. Obtener la expresión de la Energía Cinética y del momento cinético respecto del C.D.M. ( $G$ ) en un instante genérico.
2. Ecuaciones del movimiento e integrales primeras, suponiendo que en el instante inicial es  $\theta(0) = \pi/2$ ,  $\dot{\theta}(0) = 0$ ,  $\dot{\psi}(0) = \omega$ .
3. Obtener las reacciones en los enlaces.



**64.** Un disco de masa  $M$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una recta inclinada un ángulo  $\alpha$ , dentro de un plano vertical. El disco lleva adherida una masa puntual de valor  $M$  en el borde, pudiéndose considerar que ésta no estorba la rodadura. El conjunto parte del reposo en la situación de la figura, en que la masa puntual está a una distancia  $R$  de la recta inclinada. Se pide

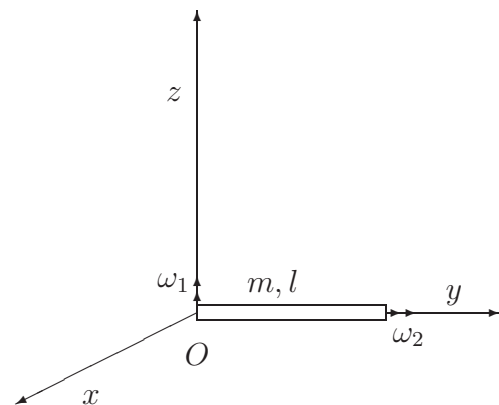
- a. Ecuaciones del movimiento en ese instante;
- b. Valor necesario del coeficiente de rozamiento  $\mu$  para que no deslice.

(Examen Final, curso 1993/1994)



**65.** Una barra de sección circular con radio  $R$ , longitud  $l$  y masa  $m$  tiene fijo un extremo  $O$  de su eje, sin más restricciones en su movimiento. En un momento determinado se halla con su eje horizontal, girando con velocidad angular  $\omega_1$  alrededor de un eje vertical y con velocidad de rotación propia  $\omega_2$  alrededor de su eje. Se pide

1. Integrales primeras del movimiento, en función de las condiciones iniciales dadas.
2. Calcular el valor de  $\omega_2$  necesario para que el eje de la barra se mantenga horizontal en todo instante.



(Examen parcial, curso 1992/1993)