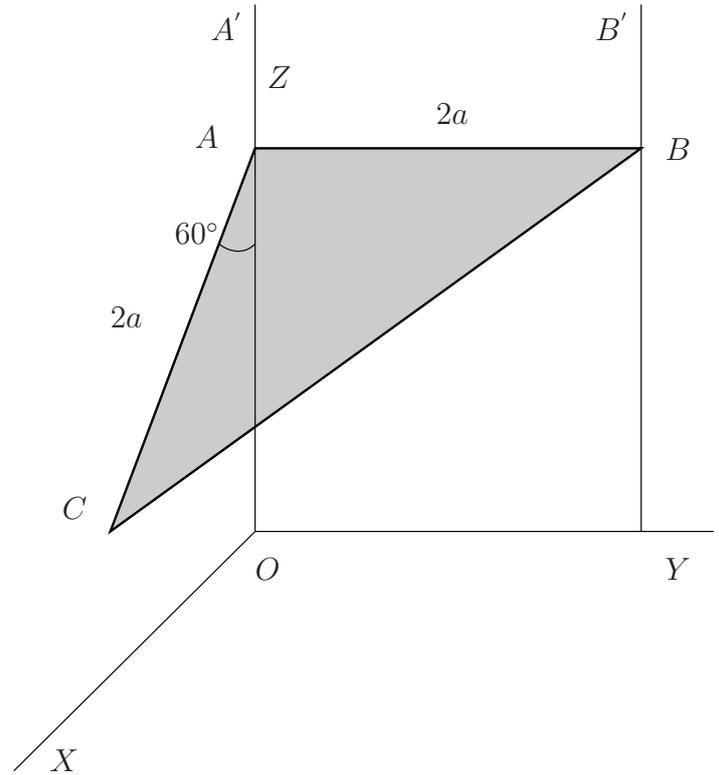


71. Un triángulo rectángulo isósceles  $ABC$  tiene los vértices del cateto  $AB$  obligados a deslizar por dos guías verticales lisas  $AA'$  y  $BB'$  que distan  $2a$ . Inicialmente el plano del triángulo forma  $60^\circ$  con el plano  $OYZ$  y se deja caer sin velocidad inicial desde una altura  $OA = 2a$ , impactando el vértice  $C$  con el plano horizontal liso  $OXY$ . El choque es perfectamente elástico.

Se pide:

1. Campo de velocidades de la placa en el instante posterior al choque
2. Percusión en el vértice  $C$
3. Percusiones en los vértices  $A$  y  $B$  según la dirección  $OX$

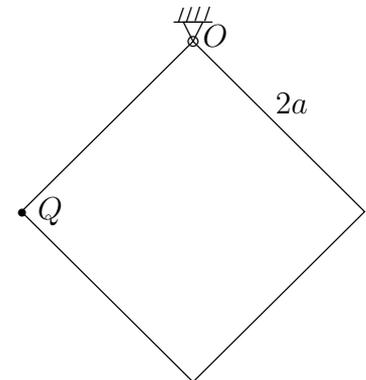


(Examen parcial, curso 1997-98)

72. Una placa cuadrada de masa  $m$  y lado  $2a$  se halla suspendida de una esquina  $O$ , cuando se ve golpeada en otra esquina  $Q$  mediante una percusión  $P$  perpendicular a su plano.

Se pide:

1. Determinar el eje de rotación de la placa en el instante inmediato después de la percusión, así como la velocidad de rotación que adquiere.
2. Valor de la percusión reactiva en  $O$ .
3. Particularizar para el caso en que la percusión  $P$  provenga del impacto de una partícula de masa  $m$  impactando con velocidad  $v$  normal a la placa y coeficiente de restitución  $e$ , calculando el valor de  $P$  en función de estos datos.
4. En este último caso, calcular la expresión de la energía perdida en la percusión por el conjunto placa+partícula.



73. Un aro homogéneo de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar sobre un plano horizontal rugoso de forma que se encuentra en posición vertical y su centro  $A$  describe una trayectoria rectilínea con velocidad  $v_A$ .

En un cierto instante, una partícula de masa  $m$  choca con el aro en dirección perpendicular a su plano con velocidad  $v_0$  y se queda adherida en él. Se supone que en la impulsión el aro

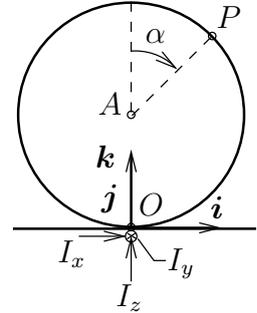
rueda sin deslizar sobre el suelo, aunque puede pivotar libremente sobre éste.

Se pide:

1. Movimiento instantáneo del aro y de la partícula inmediatamente después del impacto.

NOTA: bastará expresar las ecuaciones para resolver el campo de velocidades, no siendo imprescindible la resolución explícita de las mismas.

2. Calcular el valor de la percusión vertical que ejerce el suelo sobre el aro en función del lugar de impacto de la partícula sobre el aro.
3. Calcular el lugar geométrico de los puntos del aro en los que debe incidir la partícula para que aquél no tienda a despegarse del suelo inmediatamente después del impacto. Calcular también el punto en el que debe impactar la partícula para que se produzca la máxima percusión vertical.

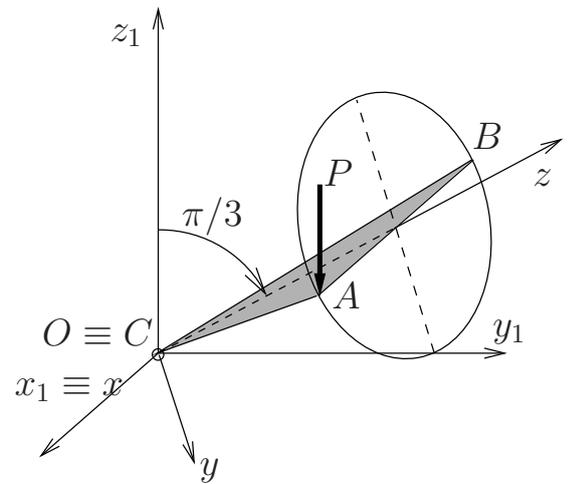


(Examen final, curso 1999-2000)

★

**74.** Un sólido está constituido por una placa en forma de triángulo equilátero homogéneo  $ABC$  de lado  $2a$  y masa  $m$  unida a un aro sin masa de radio  $a$ . El plano de la placa y el aro son perpendiculares y el lado  $AB$  es un diámetro de éste, formando un único sólido rígido.

El sólido así definido se coloca con el vértice  $C$  obligado a permanecer en el origen de coordenadas  $O$  mediante una articulación esférica. Asimismo el aro está obligado a rodar sin deslizar por el plano horizontal  $Ox_1y_1$ , existiendo fuerzas de ligadura solamente según la tangente al aro y según la normal al plano, pero no según la recta que une el punto de contacto con  $O$ . En la posición inicial el diámetro  $AB$  está horizontal y el sólido en reposo. En este estado se le aplica una percusión vertical descendente de valor  $P$  en el punto  $A$ .



Se pide

1. Tensor de inercia del sólido empleando las coordenadas del triedro  $Oxyz$  ligado al sólido.
2. Obtener la velocidad angular del sólido y su energía cinética después de la percusión.
3. Percusión reactiva que aparece en el contacto entre el aro y el plano  $Ox_1y_1$ .
4. Obtener las expresiones de la velocidad angular  $\Omega$  y de la energía cinética del sólido en un instante genérico del movimiento posterior a la impulsión.
5. Obtener la reacción del plano sobre el aro en un instante genérico, expresada en función del ángulo de precesión  $\psi$

(Examen final, curso 2001-02)

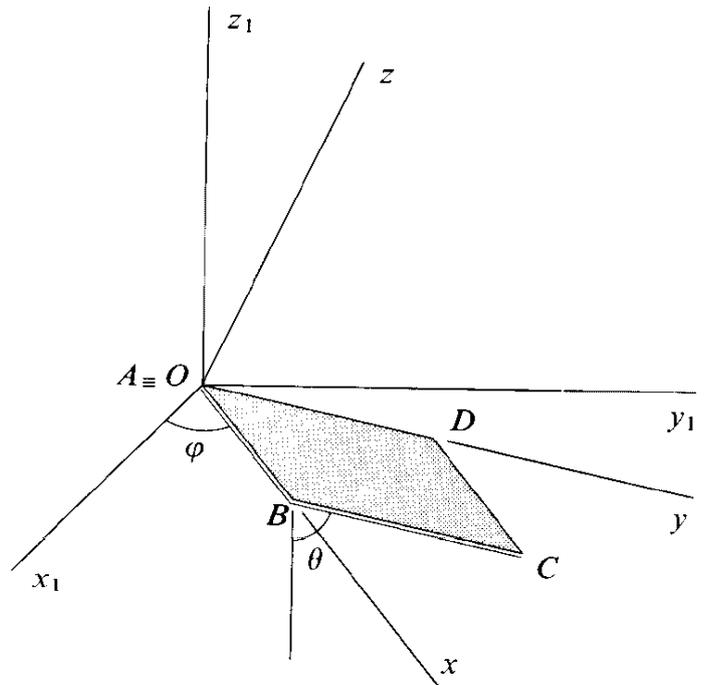
★

**75.** Una placa cuadrada, homogénea, pesada, de masa  $m$  y lado  $a$  tiene su vértice  $A$  fijo en el origen de un sistema ortogonal de coordenadas  $Ox_1y_1z_1$  siendo  $Oz_1$  vertical ascendente. El vértice  $B$  está obligado a moverse sin rozamiento sobre el plano  $Ox_1y_1$ .

Se pide:

1. Energía cinética de la placa en un instante genérico, en función de los ángulos  $\theta$ ,  $\varphi$  y sus derivadas.
2. Momento cinético de la placa respecto a  $O$  en función de los ángulos  $\theta$ ,  $\varphi$  y sus derivadas. Dejarlo referido al triedro  $Oxyz$  ligado a la placa.

3. Inicialmente se tiene  $\theta = 0$ ,  $\varphi = 0$  y la placa se encuentra en reposo. En este instante, una masa puntual  $m$  choca con velocidad  $\mathbf{v} = v\mathbf{k}$  en el vértice  $C$  de la placa, siendo el choque elástico. Determinar los valores de  $\dot{\theta}$  y  $\dot{\varphi}$  en el instante inmediatamente posterior al choque así como el valor de las percusiones que aparecen en  $A$  y  $B$ .



★