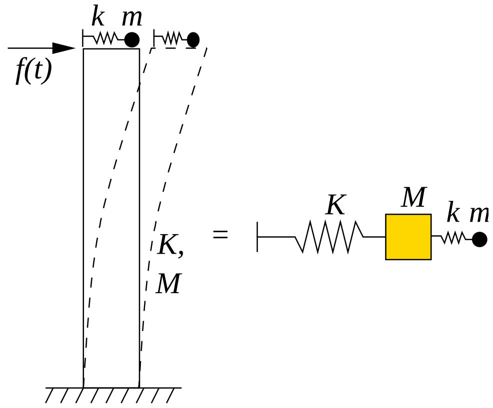
MECÁNICA

76. Una torre de gran altura manifiesta cierta flexibilidad frente a las acciones del viento, pudiendo considerarse equivalente a una masa puntual M con un resorte horizontal de rigidez K. Para reducir las oscilaciones se instala en el nivel superior de la torre un oscilador armónico horizontal de masa $m = \epsilon M$ y rigidez $k = \epsilon K$. Se pide:



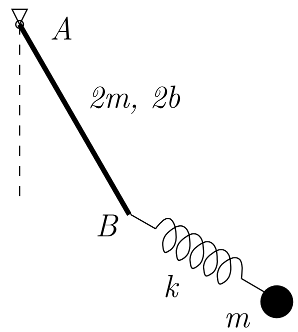
1. Ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema, suponiendo pequeñas oscilaciones, así como las matrices de masa y rigidez.
2. Frecuencias propias del sistema, dejándolas expresadas en función de $\omega_0^2 = K/M = k/m$, tomando el valor $\epsilon = 1/10$.
3. Modos normales de vibración así como la expresión que relaciona las coordenadas normales con las coordenadas geométricas inicialmente consideradas.
4. La acción del viento se puede suponer como una fuerza horizontal armónica $f(t) = b \operatorname{sen} \Omega t$. Obtener la solución para las amplitudes modales (coordenadas normales) en el régimen permanente (suponiendo un pequeño amortiguamiento inevitable). Particularizar para el caso concreto $\Omega = \omega_0$ y discutir la diferencia entre la respuesta de la torre con y sin el oscilador armónico instalado.

(Examen parcial, curso 2002-03)

⋆

77. Una partícula de masa m está unida al extremo de un hilo elástico, de longitud natural b y constante $k = 3mg/b$, cuyo otro extremo va unido al extremo B de una barra homogénea AB, de masa $2m$ y longitud $2b$, cuyo extremo A está fijo. El conjunto puede moverse en un plano vertical.

Se pide:

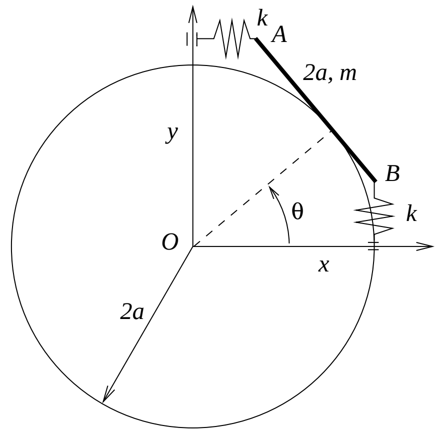


1. Ecuaciones generales de la dinámica del sistema y su linealización para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
2. Frecuencias propias del sistema y modos normales de vibración.
3. Expresión de las coordenadas normales.

Examen final, curso 2003-04)

⋆

78. Una varilla homogénea AB, de masa m y longitud $2a$, está contenida en el plano horizontal Oxy, y permanece en contacto sobre el borde de un disco de radio $2a$ y centro en O sin rozamiento, como se indica en la figura. El extremo A de la varilla se une a un resorte de longitud natural nula y constante k que se mantiene paralelo al eje Ox, y el extremo B de la varilla se une a otro resorte igual que se mantiene paralelo a Oy. El disco no estorba a estos resortes.



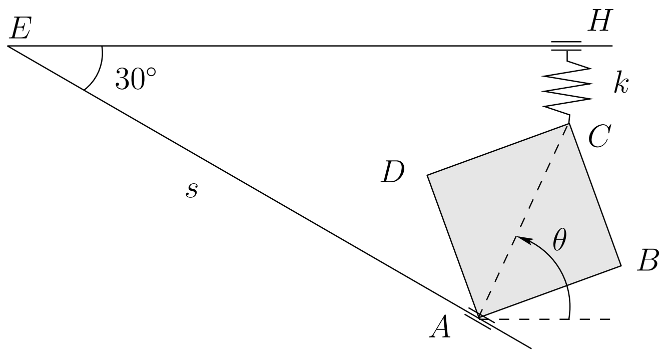
Se pide:

1. Estudiar el movimiento general de la varilla, obteniendo las ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Estudiar las pequeñas oscilaciones alrededor de la posición $\theta = \pi/4$, supuesta de equilibrio estable. Obtener las frecuencias naturales y los modos normales de vibración.
3. Calcular las posibles posiciones de equilibrio y estudiar su estabilidad, comprobando la posición anteriormente dada.

(Examen parcial, curso 2003-04)

———————— ⋆ ————————

79. Una placa cuadrada $ABCD$ de masa m y lado l está contenida en un plano vertical, de forma que el vértice A puede deslizar sobre una guía lisa inclinada 30°, y el vértice opuesto C está unido mediante un resorte a una deslizadera que a su vez se mueve libremente sobre una recta horizontal lisa. El resorte tiene longitud natural nula y constante elástica $k = (\sqrt{2}/3)mg/l$.



Se pide:

1. Obtener todas las posibles configuraciones de equilibrio;
2. Suponiendo ahora que el sistema está en movimiento, ecuaciones diferenciales de la dinámica;
3. Admitiendo además que el movimiento produce pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, linealizar las ecuaciones del movimiento (se recomienda tomar como coordenadas las relativas a dicha posición de equilibrio);
4. Frecuencias propias de las pequeñas oscilaciones;
5. Modos normales de vibración;
6. Expresión de las coordenadas normales en función de las coordenadas "geométricas".
7. Integrar las ecuaciones en coordenadas normales para las condiciones iniciales $s(0) = s_0$, $\theta(0) = \theta_0$, $\dot{s}(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = \omega_0$, siendo (s_0, θ_0) las coordenadas en la posición de equilibrio estable.

Examen Parcial, curso 1997-98

———————— ⋆ ————————

80. Una placa homogénea pesada tiene forma de triángulo rectángulo isósceles con masa m y lados $OA = AB = a$. El vértice O está fijo mientras que el A está obligado a permanecer en el plano horizontal Oxy mediante una ligadura lisa. Entre el vértice A y el punto $(a, 0, 0)$ existe además un resorte lineal, de constante k y longitud natural nula.

Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, y considerando el valor de la rigidez del muelle $k = mg/a$,
   a) Ecuaciones del movimiento linealizadas
   b) Frecuencias propias del movimiento
   c) Modos normales de vibración

(Examen parcial, curso 1995-96)