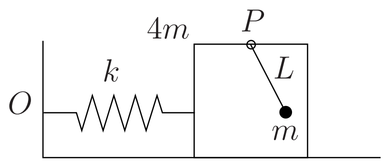
MECÁNICA

76. Un péndulo simple, constituido por una masa m que cuelga de un hilo sin masa de longitud L, está suspendido de un punto P de una caja hueca de masa $4m$. La caja, a su vez, está unida a un punto fijo O a través de un resorte de constante k, y se mueve en todo momento sobre una recta horizontal fija y lisa.



Se pide:

1. Obtener las matrices de masa y rigidez, correspondientes a los pequeños movimientos alrededor de la posición de equilibrio estable, directamente a partir de las expresiones de la energía cinética T y el potencial de las fuerzas activas V en una posición genérica;

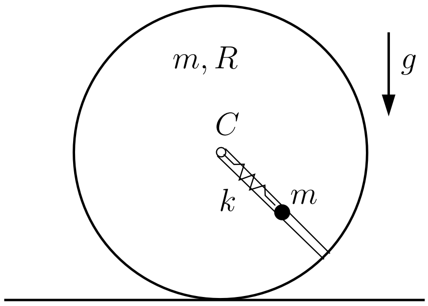
2. Obtener las mismas matrices linealizando las correspondientes ecuaciones de Lagrange para pequeñas oscilaciones;

3. Obtener las frecuencias propias de oscilación y las coordenadas normales para el caso $k/m = 6g/L$.

(Problema puntuable, curso 2002/2003)

⋆

77. Un disco de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre un eje horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Según un radio del disco existe una ranura lisa, en la cual puede moverse una masa de igual valor m sujeta al centro del disco por un resorte lineal de constante $k = mg/2R$ y longitud natural nula.
Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales que definen la dinámica;

2. Definir la posición de equilibrio estable del sistema y obtener las frecuencias propias para pequeñas oscilaciones respecto de la misma.

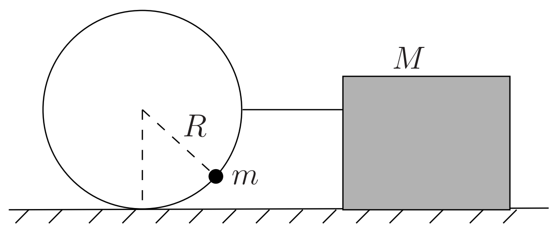
(Examen parcial, curso 2001/2002)

⋆

78. Un sistema mecánico está compuesto por un bloque de masa M unido a un aro sin masa de radio R, y una partícula pesada de masa m. El conjunto formado por el bloque y el aro se apoya sobre un plano horizontal fijo y liso, y la partícula está obligada a moverse sobre el aro con ligadura bilateral lisa.

Se pide:

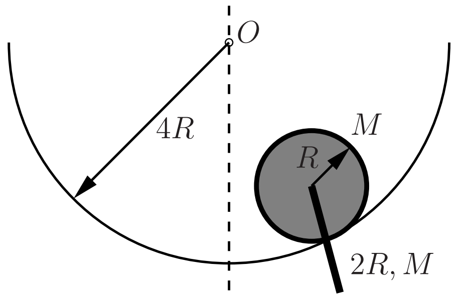
1. Determinar el número de grados de libertad del sistema y seleccionar justificadamente parámetros que los representen;
2. Determinar las posiciones de equilibrio del sistema y su estabilidad;
3. Suponiendo pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, calcular frecuencias propias, modos propios y expresión de las coordenadas normales.



(Problema puntuable, curso 2003/2004)

---

79. En un plano vertical fijo, un disco de radio R y masa M rueda sin deslizar sobre el interior de un aro fijo de radio $4R$. Desde el centro del disco cuelga articulada una varilla de longitud $2R$, con igual masa M que la del disco, que tampoco puede salirse del plano vertical. Se pide:

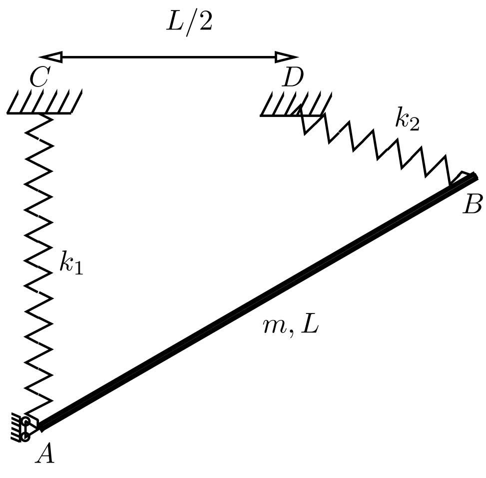


1. Determinar las ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Determinar razonadamente la posición de equilibrio estable y las ecuaciones del movimiento linealizadas alrededor de esa posición. Calcular las frecuencias propias y los modos normales de vibración.
3. Fruto de una percusión externa con el sistema en la posición de equilibrio estable, el disco adquiere una velocidad de rotación ω_0 y la varilla una velocidad de rotación $(3/4)\omega_0$. Admitiendo la hipótesis de pequeñas oscilaciones integrar las ecuaciones del sistema para expresar los grados de libertad en función del tiempo.

(Examen de recuperación, curso 2006/2007)

---

80. Se considera el sistema mecánico de la figura, formado por una varilla pesada de masa m y longitud L, unida por sus extremos A y B a dos muelles de longitud natural nula y constantes elásticas k_1 y k_2 respectivamente. A su vez los muelles están unidos a sendos puntos fijos C y D situados a la misma altura y separados $L/2$. El extremo A está obligado a moverse únicamente sobre la recta vertical bajo C, mientras que la varilla permanece en todo instante en el plano vertical fijo que contiene a CD. Para el caso en que $k_2 = 2k_1$ se pide:



1. Valor de k_1 para que la posición en la que la varilla forma 60° con la horizontal, estando B por encima de A, sea de equilibrio.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

3. Para las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio determinada en el primer apartado:

   a) Ecuaciones diferenciales del movimiento linealizadas

   b) Frecuencias propias

   c) Expresión de las coordenadas normales en función de los grados de libertad considerados.

(Examen parcial, curso 2002/2003)