MECÁNICA

11. Una caja de altura H y masa M está apoyada en un muelle de contante K y longitud natural l_0. De la base superior de la caja cuelga un masa puntual m mediante un hilo de longitud y masa despreciables. En un instante determinado se rompe el hilo y la masa puntual comienza a caer libremente.

Durante el tiempo transcurrido entre la rotura del hilo y el instante en que la masa puntual llega al fondo de la caja, se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento de la caja.
2. Periodo de las oscilaciones de la caja.
3. Posiciones más alta y más baja de la caja en relación con la posición de equilibrio del sistema en el instante inicial (antes de la rotura del hilo).
4. Velocidad máxima con que se mueve la caja.
5. A partir del instante en que la masa puntual llega al fondo de la caja, aquella queda pegada de forma que ambas se mueven de manera solidaria (sin que haya despegue partícula-caja). Calcular la velocidad del sistema conjunto en el instante inmediatamente posterior al contacto. Para simplificar el cálculo, se admitirá que la distancia recorrida por m en la caída es igual a H, despreciando por tanto el desplazamiento de la caja durante la caída de m.
6. Igual cuestión sin admitir la simplificación del punto anterior.

Particularizar para los valores numéricos siguientes: $H = 1\,\text{m.}$; $M = 2$ Kg.; $m = 1$ Kg.; $K = 1000$ N/m.; $l_0 = 0{,}031$ m.; $g = 10\,\text{m/s}^2$

⋆

12. Una partícula de masa m está unida a un punto fijo de un plano horizontal mediante un resorte de longitud natural l_0 y contante k. Esta partícula, que tiene un movimiento circular de radio R dentro del plano horizontal con velocidad contante ωR, sufre en un cierto instante un pequeño impulso en dirección radial.

Calcular la frecuencia de vibración radial del movimiento posterior al impulso.

⋆

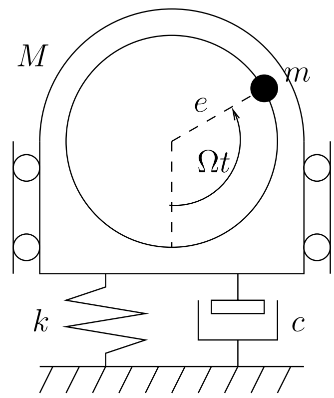
13. Un equipo tiene un bastidor rígido de masa M sobre una fundación elástica que puede idealizarse como un resorte de constante k que permite únicamente el movimiento vertical, con un amortiguamiento del 5 % del crítico. Dentro del bastidor hay un motor cuyo efecto dinámico equivale a una masa m con excentricidad e, girando a una velocidad constante Ω.

Considerando los valores numéricos $M = 900$ kg, $m = 100$ kg, $e = 0{,}01$ m, $k = 10^7$ N/m, $\Omega = 2000$ r.p.m., se pide:

1. Ecuación diferencial del movimiento.

2. Solución general de la ecuación anterior, tanto para el régimen transitorio como para el permanente (pasado suficiente tiempo). Se considerará que en el instante inicial la masa excéntrica está en la posición inferior con el bastidor en reposo.

3. Obtener el valor de Ω que produce resonancia para la amplitud del movimiento, y calcular dicha amplitud resonante.



(Examen Parcial, 1999)

———————— ⋆ ————————

14. Un oscilador armónico está formado por una partícula pesada, un muelle y un amortiguador, y queremos caracterizar sus parámetros mediante una serie de ensayos.

Se observa que:

1. El tiempo de relajación es $\tau = 0,5\,\mathrm{s}$.

2. La frecuencia de resonancia cuando se aplica en la base del muelle un movimiento impuesto armónico es $\Omega_r = 16,7\,\mathrm{Hz}$.

3. La frecuencia de resonancia es muy similar a la de oscilación propia.

Se pide calcular la frecuencia propia de oscilación y la tasa de amortiguamiento crítico del oscilador.

NOTA: Se entiende por tiempo de relajación el tiempo al cabo del cual la amplitud de la oscilación se reduce a un factor $1/e$.

———————— ⋆ ————————

15. Una masa m se mueve sobre una recta horizontal, unida a un punto fijo de la misma mediante un resorte elástico de constante K y longitud natural l_0. Entre masa y recta se produce una fuerza de rozamiento cuyo coeficiente vale $\mu = (ky_0)/(mg)$, siendo y_0 un dato del problema. Se pide:

1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento.

2. Si la masa parte de una elongación inicial respecto de la posición natural $x_0 > y_0$ y en reposo, integrar la ecuación del movimiento distinguiendo las distintas fases según el sentido del rozamiento.

3. Obtener las elongaciones máximas positivas en cada oscilación y la ley de recurrencia en función de x_0 e y_0.

4. Aplicarlo al caso de $k = 50\,\mathrm{N/m}$, $x_0 = 54\,\mathrm{mm}$, $m = 0{,}12\,\mathrm{kg}$, $\mu mg = 0{,}2\,\mathrm{N}$ determinando la ley del movimiento y el número de oscilaciones efectuadas antes de pararse.

———————— ⋆ ————————