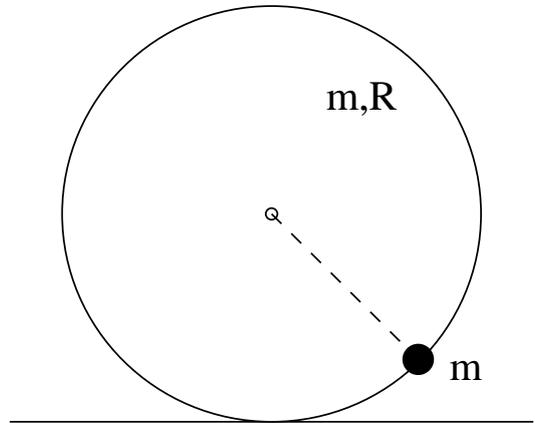


31. Un aro de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Sobre él se mueve sin rozamiento una partícula de masa m con ligadura bilateral que no estorba la rodadura. Aplicando los teoremas de Newton-Euler, se pide:

1. Calcular la reacción que la recta ejerce sobre el aro y la reacción que el aro ejerce sobre la partícula, en función de los grados de libertad y sus derivadas.
2. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema en función únicamente de los grados de libertad y sus derivadas, sin que en ellas aparezcan las reacciones.



(Examen final y parcial, curso 1999/2000)

★

32. Un sistema formado por dos masas puntuales M y m pesadas, unidas por una varilla rígida sin masa de longitud ℓ , se mueve de forma que M está obligada a permanecer sobre el eje vertical fijo Oz , sin rozamiento, y m tiene el movimiento más general posible compatible con los enlaces descritos. Además sobre m actúa una fuerza horizontal constante F_0 de atracción hacia Oz . Se pide:

1. Expresión de la energía mecánica total del sistema en un instante genérico, razonando si se conserva o no.
2. Expresión del momento cinético del sistema respecto al eje Oz , en un instante genérico, razonando si se conserva o no.
3. Ecuaciones diferenciales suficientes para definir el movimiento.
4. Reacción del eje Oz sobre M en un instante genérico.
5. ¿Qué fuerza necesitaremos aplicar a M para conseguir un movimiento uniforme de la misma?

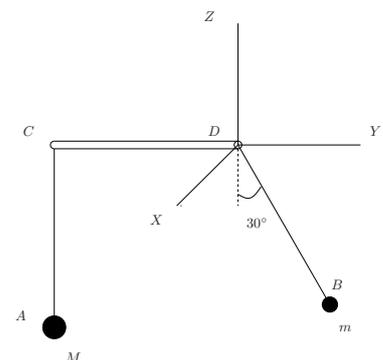
(Examen parcial, curso 2002/2003)

★

33. Un hilo AB (flexible, inextensible y de masa despreciable) de longitud $3b$ pasa a través de un tubo CD (fijo, horizontal y liso) de longitud b . En los extremos del hilo están sujetas sendas partículas, de masa M la que se encuentra en A , y de masa m la que se encuentra en B .

En la situación inicial se cumple:

- El hilo sobresale por igual por ambos extremos del tubo (con lo que $AC = CD = DB = b$)



- Todo el hilo se encuentra situado en un plano vertical DYZ , colgando verticalmente el tramo AC , mientras que el tramo DB esta desviado 30° de la vertical descendente
- La partícula M está en reposo, mientras que la partícula m tiene velocidad horizontal $v_0 > 0$, dirigida según el eje X

Se pide:

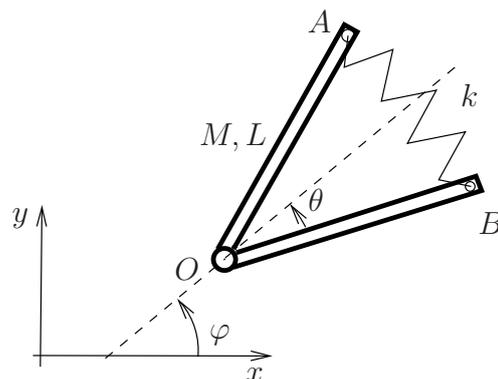
1. Expresar las ecuaciones diferenciales necesarias para definir completamente el movimiento, mediante los teoremas generales de Newton-Euler.
2. Integrales primeras del movimiento.
3. Demostrar que no es posible que m alcance el extremo D .
4. Calcular el valor de v_0 que hace que la masa M permanezca en reposo.

(Examen parcial, curso 1997/1998)

★

34. Un sistema está constituido por dos barras iguales de masa M y longitud L , articuladas entre sí en un punto O . Los extremos libres de ambas barras se encuentran unidas con un muelle de constante k . El sistema se mueve en un plano vertical sin rozamiento sujeto al campo gravitatorio simplificado. A partir de unas condiciones iniciales arbitrarias, se pide:

1. Determinar el número de grados de libertad del sistema.
2. Calcular las ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Discutir la existencia de integrales primeras y en el caso de existir calcularlas.

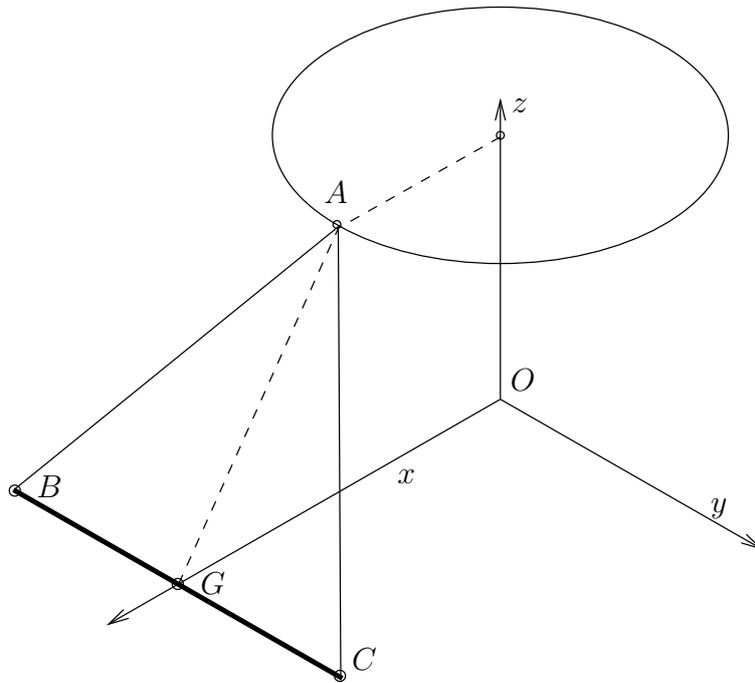


(Problema puntuable, curso 2003/2004)

★

35. Un triángulo equilátero rígido de lado $2a$ está formado por dos varillas AB y AC de masa despreciable y la barra BC uniforme con masa m . El sistema mecánico se mueve de forma que A describe una circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = a^2$; $z = \sqrt{2}a$. La barra BC está siempre apoyada sobre el plano horizontal Oxy , y todos los vínculos son lisos. En el movimiento más general posible, se pide:

1. Describir el movimiento eligiendo unos parámetros adecuados para caracterizarlo y obtener las ecuaciones diferenciales de la dinámica, aplicando los teoremas generales (Newton-Euler). Las condiciones iniciales son $\mathbf{v}_A = v_0 \mathbf{j}$, $\mathbf{v}_G = \mathbf{0}$, y la altura del triángulo contenida en el plano Oxz .
2. Calcular la reacción de la circunferencia sobre el vértice A del triángulo, en función de los parámetros y sus derivadas.



(posición inicial)
(*Examen Parcial, curso 2006/2007*)

★
