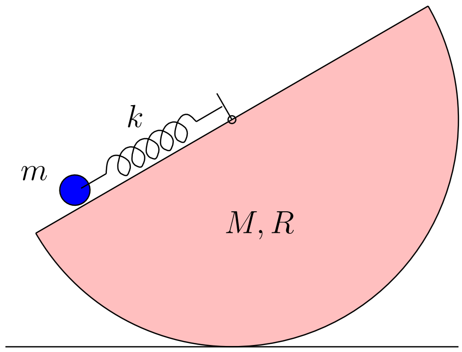
MECÁNICA

41. Un semidisco de radio R y masa M se mantiene en un plano vertical de forma que rueda sin deslizar sobre una recta horizontal. Sobre el borde plano del semidisco hay una partícula de masa m que desliza sobre el mismo, sujeta al centro por un resorte lineal de constante k y longitud natural nula. Se considera que la partícula no llega a salir del borde.

Se pide:

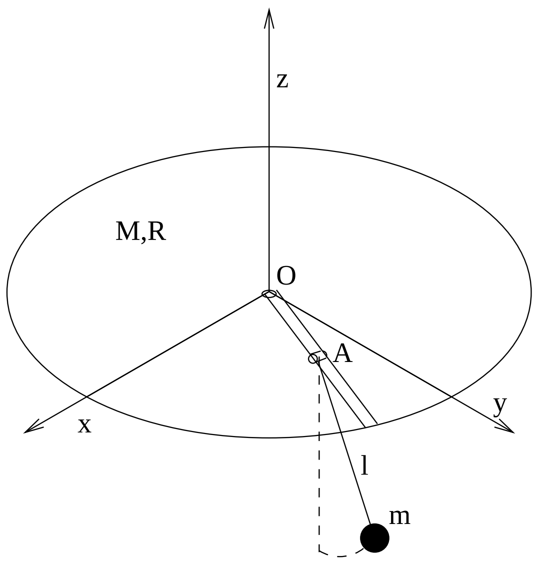


1. Elegir unas coordenadas generalizadas adecuadas y expresar mediante las mismas la función Lagrangiana.
2. Ecuaciones de la dinámica (de Lagrange).
3. Integrales primeras caso de haberlas.
4. Suponiendo que el semidisco desliza libremente sobre la recta horizontal, obtener de nuevo la Lagrangiana y discutir las integrales primeras.

(Problema puntuable, curso 2005/2006)

⋆

42. Un disco de masa M y radio R puede girar libremente alrededor de su eje de revolución vertical Oz. En el disco existe una acanaladura radial lisa por la que desliza una rótula cilíndrica A, que a su vez es el punto de suspensión de un péndulo simple de longitud l y masa m. La rótula A actúa obligando al péndulo a moverse en el plano vertical que contiene a la ranura OA. Se pide:



1. Obtener las ecuaciones del movimiento de la masa puntual, utilizando métodos de la dinámica analítica.
2. Expresar las posibles integrales primeras del movimiento del sistema e interpretarlas físicamente.
3. Suponiendo ahora que el disco no está libre, sino que se le obliga a girar con velocidad constante ω, estudiar el movimiento de la masa puntual.
4. Obtener el valor del momento que es necesario aplicar al disco para mantener la velocidad ω constante.

(Examen Parcial y Final, curso enero 2000)

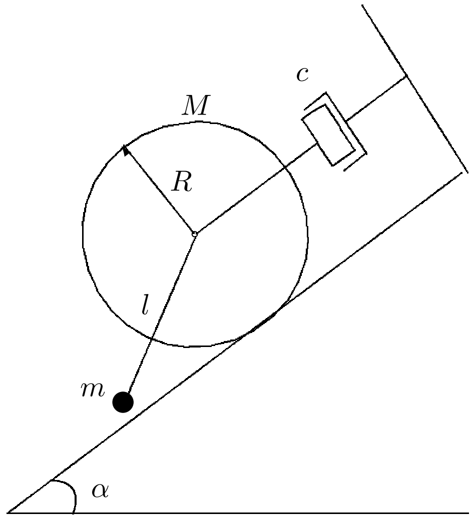
⋆

43. Un disco de masa M y radio R rueda sin deslizar sobre un plano inclinado un ángulo α respecto de la horizontal. Del centro del disco cuelga un péndulo simple constituido por una varilla sin masa de longitud l con una masa puntual m en su extremo.

El centro del disco está unido a un punto fijo mediante un amortiguador viscoso de constante C que se opone al movimiento con una fuerza proporcional a la velocidad (ver figura).

Para considerar la resistencia del aire, se supone que sobre la masa puntual actúa una fuerza viscosa $\boldsymbol{F} = -cv$, siendo v la velocidad de dicha masa.

Se pide:



1. Expresión de las fuerzas generalizadas correspondientes a las fuerzas viscosas.

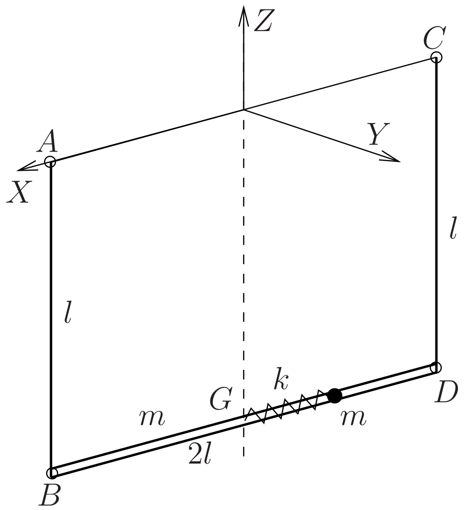
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento. Discutir la existencia de integrales primeras.

(Problema puntuable, curso 1997/1998)

---

44. Un tubo BD de masa m, longitud $2l$ y sección despreciable, tiene sus extremos articulados a dos varillas AB y CD de masa despreciable y longitud l. Los extremos A y C de las varillas están articulados y fijos en la misma horizontal. El centro G del tubo está obligado a moverse según la vertical.

Por el interior del tubo se mueve sin rozamiento una masa puntual m unida a un muelle de constante k y longitud natural nula, que tiene el otro extremo anclado en G. Se pide:



1. Expresar la velocidad de G en función del ángulo girado por el tubo alrededor del eje Z vertical.

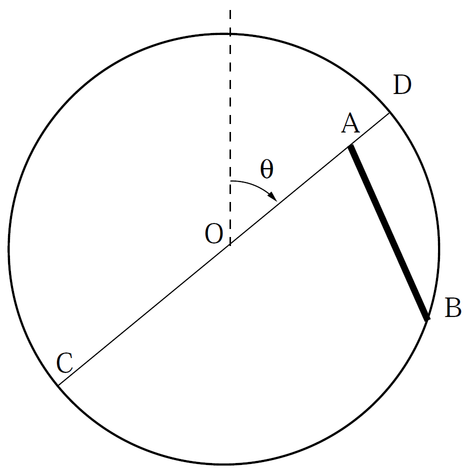
2. Expresión de la energía cinética del sistema.

3. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

(Examen final, curso 1996/1997)

---

45. Un aro de radio R reforzado con un diámetro dado CD y momento de inercia conjunto respecto de O de valor I, se mueve en un plano vertical con su centro O fijo. Sobre el aro se mueve una varilla AB de masa m y longitud R de tal modo que el extremo A desliza sin rozamiento sobre el diámetro y el otro extremo B desliza sin rozamiento por el aro. Se pide:



1. Lagrangiana del sistema.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
3. Integrales primeras.
4. Calcular el par que hay que aplicar al aro para que su velocidad angular sea constante.

(Examen Parcial y final, curso 2005/2006)