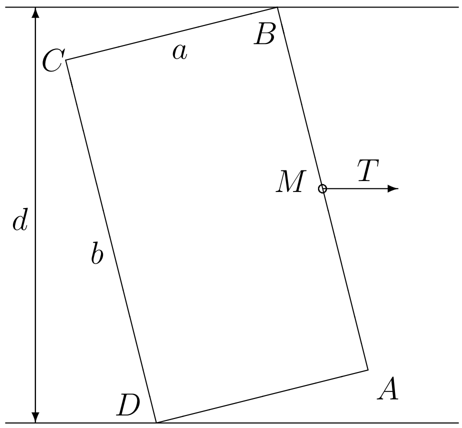
Mecánica

EXAMEN FINAL ORDINARIO (28 de Junio de 1996)

Apellidos *Nombre* Nº *Grupo*

Ejercicio 4º Tiempo: 45 min.

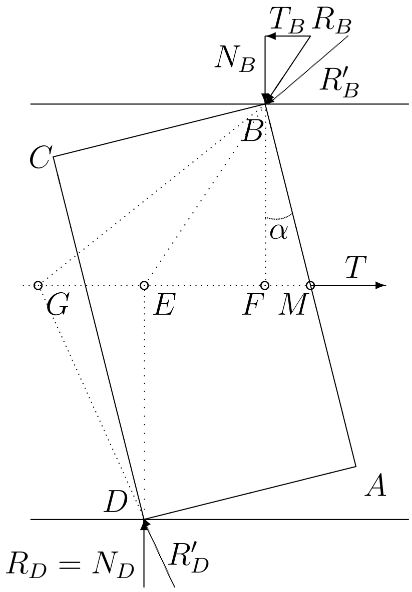
Un cajón rectangular $ABCD$, de ancho $AB = b$ y profundidad $AD = a$, está insertado entre dos paneles paralelos que distan entre sí $d > b$. Al extraer el cajón mediante un esfuerzo T paralelo a los paneles sobre la manilla M (sita en el punto medio de AB), inevitablemente se ladea, deslizando sobre los paneles laterales mediante dos esquinas diagonalmente opuestas (D, B) o (A, C).
Se pide:



1. Máximo valor del coeficiente de rozamiento $\mu_{\max}$ entre cajón y paneles para que aquél no quede bloqueado, expresado en función de (a, b, d).

2. Igual cuestión para el caso límite en que el huelgo del cajón $\epsilon = d - b$ es despreciable frente a las otras dimensiones ($\epsilon \ll b$, $\epsilon \ll a$), expresado en función de (a, b).

Una vez que se ladea el cajón, adquiere la configuración de la figura, en contacto mediante las esquinas D y B con los paneles. La recta de acción de la fuerza T es la recta MG, con lo que para el equilibrio las reacciones R'_D y R'_B en las esquinas deben cortar a esta recta en un mismo punto G. Este debe estar situado a la izquierda del punto E, puesto que las reacciones tangenciales T_D y T_B deben estar orientadas hacia la izquierda.



Por equilibrio en sentido normal a los paneles sabemos $N_D = N_B = N$. Por otra parte, si el coeficiente de rozamiento es μ,

$$T_D \leq \mu N; \quad T_B \leq \mu N.$$

Debe precisarse que la fuerza de rozamiento que se moviliza en D y B es distinta aunque el coeficiente de rozamiento sea igual en ambos paneles, ya que éste indica tan sólo el valor máximo que pueden tomar ambas. El equilibrio se puede conseguir con R'_D y R'_B cortándose en un punto cualquiera G sobre el eje MG, con tal que esté situado a la izquierda de E.

Queda claro que el ángulo de rozamiento exigido en B para el equilibrio será mayor que en D, y a su vez será mínimo cuando $G = E$. En este caso límite, el rozamiento vale

$$\mu_{\max} = \frac{FE}{FB} \tag{1}$$

Asimismo, en este caso límite, las reacciones tangenciales valen

$$T_D = 0; \quad T_B = \mu_{\max} N.$$

de la geometría de la figura observamos que

$$FE = a\cos\alpha - b\,\mathrm{sen}\,\alpha; \quad FB = \frac{b}{2}\cos\alpha$$

por lo que

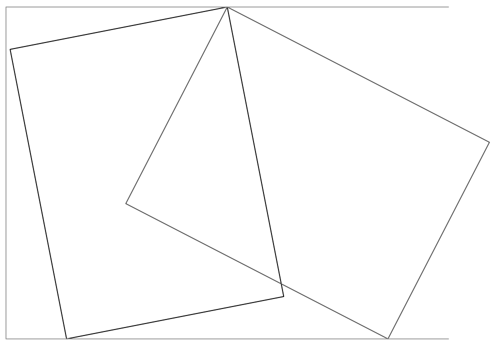
$$\mu_{\max} = \frac{a}{b/2} - 2\tan\alpha \tag{2}$$

Para calcular $\tan\alpha$ en función de (a, b, d) observamos que

$$b\cos\alpha + a\,\mathrm{sen}\,\alpha = d \quad \Rightarrow \quad b + a\tan\alpha = d\sqrt{\tan^2\alpha + 1}$$

Eliminando la raíz resulta una ecuación cuadrática cuyas soluciones son:

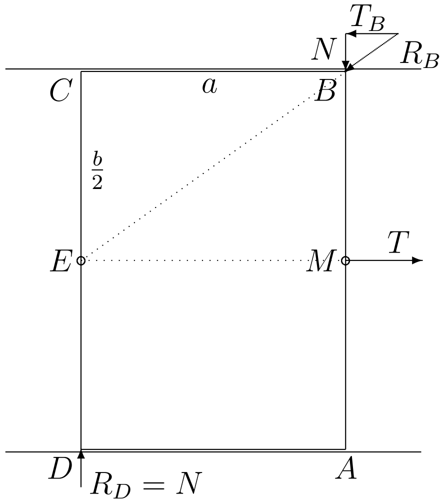
$$\tan\alpha = \frac{2ab \pm \sqrt{4a^2b^2 - 4(d^2-b^2)(d^2-a^2)}}{2(d^2-a^2)} = \frac{ab \pm d\sqrt{a^2+b^2-d^2}}{d^2-a^2}$$



La compatibilidad de esta expresión queda garantizada si $a^2 + b^2 > d^2$. Por otra parte, de las dos soluciones debemos elegir el signo $-$ de la raíz, ya que al ladearse el cajón es la configuración que primero se produce, al ser menor el ángulo α. esto queda ilustrado en la figura adjunta (en la que se ha tomado $a = 3$, $b = 4$, $d = 4.5$).

Sustituyendo el valor de $\tan\alpha$ en (2) se obtiene la expresión pedida:

$$\boxed{\mu_{\max} = \frac{2a}{b} - 2\frac{ab - d\sqrt{a^2+b^2-d^2}}{d^2-a^2}} \tag{3}$$



2.- En este caso límite ($d \approx b$) se realiza el mismo razonamiento que antes, pero la geometría se simplifica considerablemente. Admitiendo que el contacto se establece entre los vértices B y D, el coeficiente de rozamiento requerido se deduce directamente de la figura:

$$\boxed{\mu_{\max} = \frac{ME}{MB} = \frac{2a}{b}}$$

También se podría haber razonado a partir de la expresión general (3) del apartado anterior, tomando $d = b$, con lo que se obtiene igual resultado al anularse el segundo término.