ENUNCIADO DEL EJEMPLO 11

Un giroscopo se compone de un disco de masa homogenea m y radio R que gira sobre un eje perpendicular a dicho disco compuesto de una varilla de masa despreciable y longitud l. La inercia y la masa del elemento se hayan reforzadas por medio de un cuerpo toroidal que se encuentra adosado a la periferia del disco.

Paso 0. Reiniciación de las variables del sistema y llamada a los paquetes linalg, plots y plottools.

```
> restart;
> with (linalg):with(plots):with(plottools):
```

```
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

Warning, the name arrow has been redefined
```

```
> libname:="C:/",libname:
> with (mecapac3d):
```

Paso 1. Definimos las coordenadas generalizadas del sistema en una lista que se denominará cg.

```
> cg := [psi,theta,phi] ;
```

$$cg := [\psi, \theta, \phi]$$

Paso 2. Definición mediante variables de los elementos que forman el sistema mecánico.

El primer elemento es la varilla de masa despreciable.

```
> v1 := [varilla,[0,0,l/2],rota(0,1),0,l];
```

$$v1 := \left[varilla, \left[0, 0, \frac{1}{2} l \right], \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, 0, l \right]$$

El segundo es el disco homogeneo.

```
> d1 := [disco,[0,0,l],rota(phi,3),m,R];
```

$$d1 := \left[disco, [0, 0, l], \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, m, R \right]$$

```
> R:= 10:
> graf := tubeplot([R*cos(t),R*sin(t),0],t=0..2*Pi,radius=0.5):
> gr1 := [grafico,[0,0,l],rota(phi,3),graf]:
```

Paso 3. Definición de los elementos gráficos que definiran nuestro sistema de ejes.

```
> ejex:=[vector,[0,0,0],[10,0,0],red]:
> ejey:=[vector,[0,0,0],[0,10,0],green]:
> ejez:=[vector,[0,0,0],[0,0,10],blue]:
> TO := [texto,[0,0,-1],"O"]:
> TX := [texto,[10,0,-1],"X"]:
> TY := [texto,[0,10,-1],"Y"]:
> TZ := [texto,[0,0,11],"Z"]:
```

Paso 4. Definición de la variable sistema que agrupa en una lista todos los elementos anteriores.

Por un lado definimos el sistema no inercial.

```
> s1 :=
[subsistema2,[0,0,0],evalm(rota(psi,3)&*rota(theta,1)),[v1,d1,gr1]]:
```

Y ahora el sistema total.

```
> sistema := [s1,ejex,ejey,ejez,TO,TX,TY,TZ] :
```

Paso 5. Obtención de la energía potencial del sistema mediante fV asignándola a la variable V.

```
> V := fV(sistema);
```

$$V := m\,g\cos(\theta)\,l$$

Paso 6. Obtención de la energía cinética del sistema mediante fT asignándola a la variable T.

```
> T := simplify(fT(sistema));
```

$$T := \frac{1}{2} m\left(\psi1^2\,l^2 - \psi1^2\,l^2\cos(\theta)^2 + \theta1^2\,l^2 + 25\,\psi1^2 + 25\,\psi1^2\cos(\theta)^2 + 25\,\theta1^2 + 100\,\psi1\cos(\theta)\,\phi1 + 50\,\phi1^2\right)$$

Paso 7. Obtención de la lagrangiana como diferencia de energías entre la energía cinética y la potencial.

```
> L := simplify(T-V) ;
```

$$L := \frac{1}{2} m\left(\psi1^2\,l^2 - \psi1^2\,l^2\cos(\theta)^2 + \theta1^2\,l^2 + 25\,\psi1^2 + 25\,\psi1^2\cos(\theta)^2 + 25\,\theta1^2 + 100\,\psi1\cos(\theta)\,\phi1 + 50\,\phi1^2 - 2\,g\cos(\theta)\,l\right)$$

Paso 8. Obtención de las ecuaciones de lagrange para las dos coordenadas generalizadas mediante el operador Ec_lag

```
> ecua := map(simplify,ec_lag()):
```

Paso 9. Asignación de valores numéricos a los parámetros que queden sun asignar para poder proceder a la integración numérica.

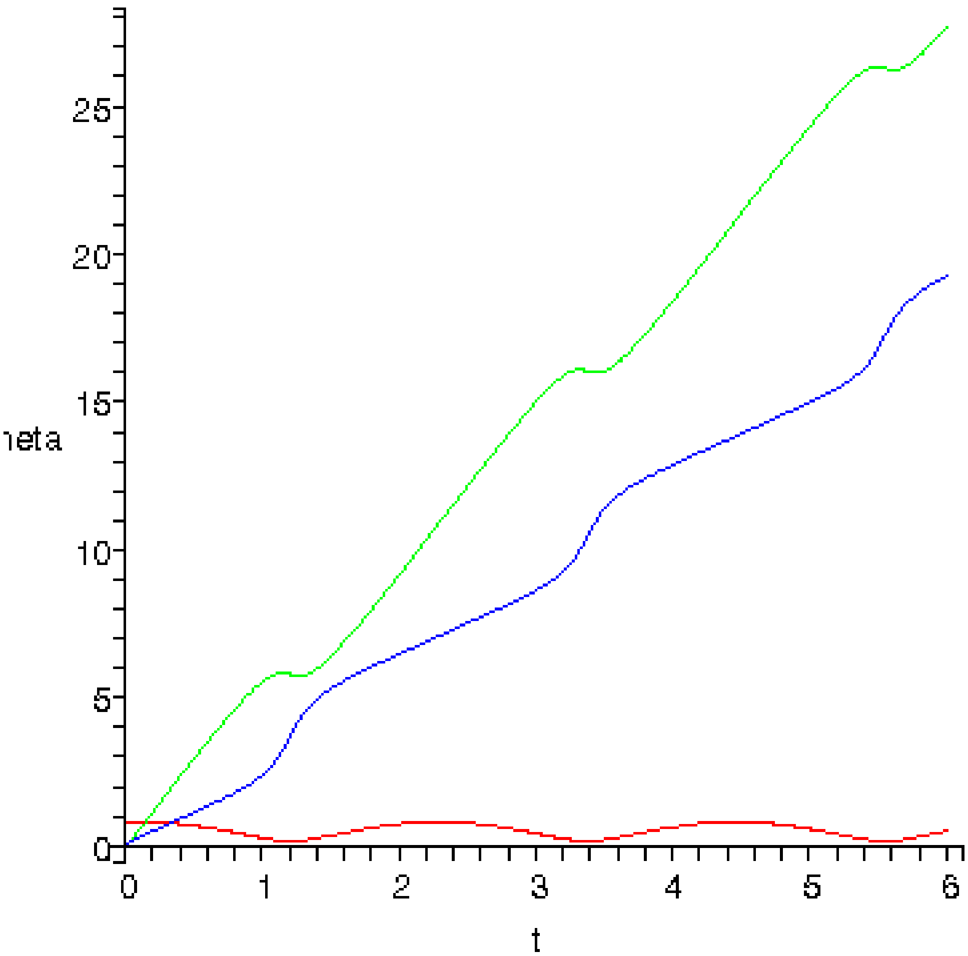
```
> g:=9.8: m:= 10 :l:=10 :
```

Paso 10. Integración numérica del problema mediante la función fint asignando el resultado a la variable res.

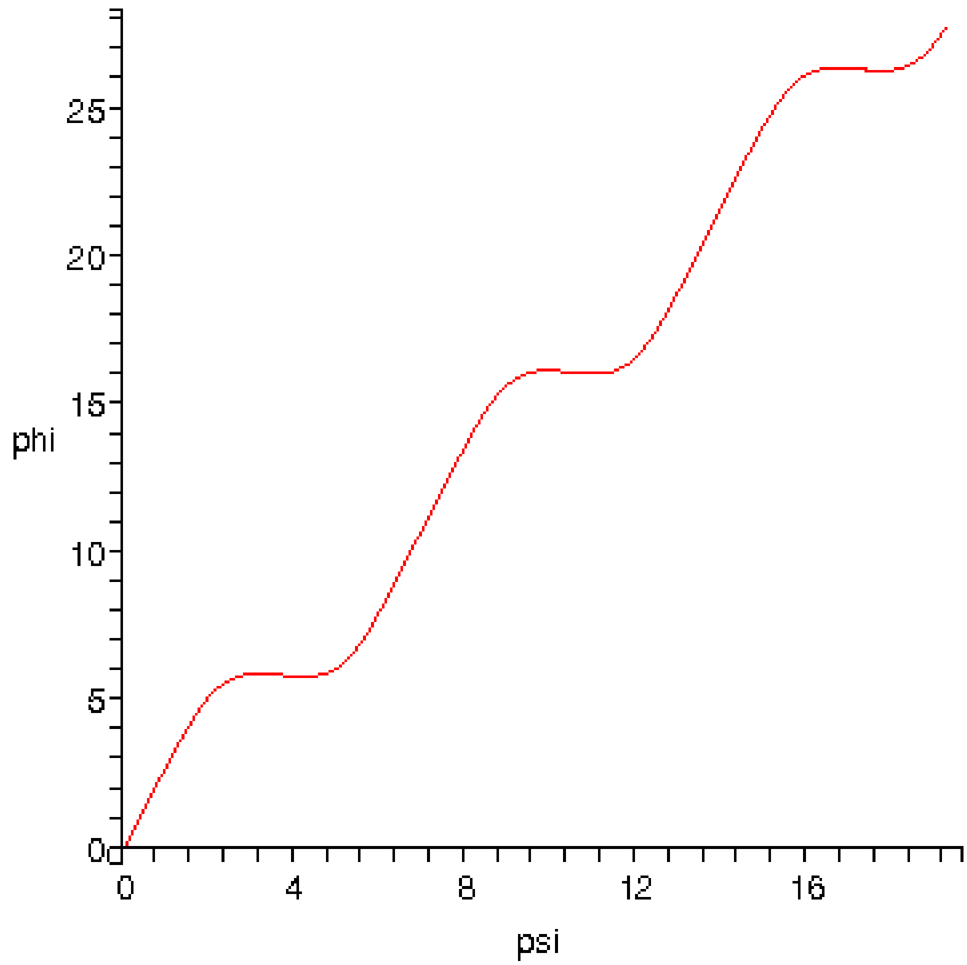
```
> res := fint([0.1,2.1,.8,0.2,0,6.]):
```

Paso 11. Representación gráfica de las evoluciones temporales theta, phi y psi mediante odeplot.

```
> p1:=odeplot(res,[t,theta(t)],0..6,color=red,numpoints=1000):
> p2:=odeplot(res,[t,phi(t)],0..6,color=green,numpoints=1000):
> p3:=odeplot(res,[t,psi(t)],0..6,color=blue,numpoints=1000):
> display({p1,p2,p3});
```

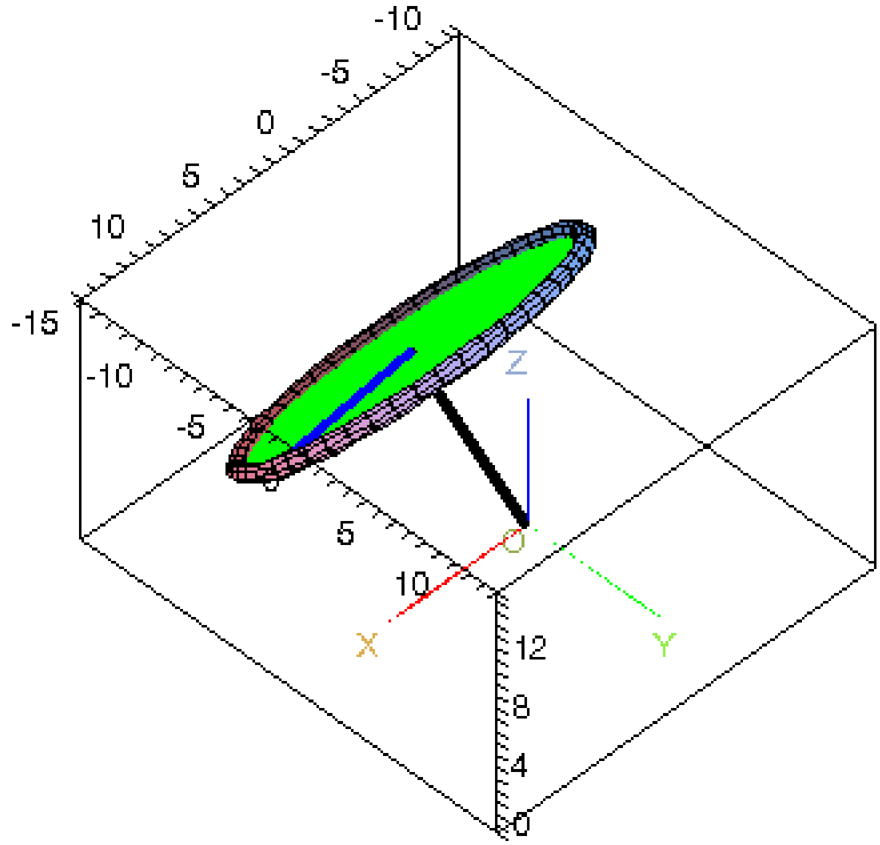



```
> odeplot(res,[psi(t),phi(t)],0..6,numpoints=1000);
```



Paso 12. Procedemos a realizar una animación del movimiento del conjunto por medio de la función dibu3.

```
> dibu3(1.1,70);
```



-10
-5
0
5
10
-15
-10
-5
5
10
Z
X
Y
O
12
8
4
0

>