ENUNCIADO DEL EJEMPLO 17

Un aro vertical homogeneo de masa M y radio R puede girar segun su centro por medio de una articulacion fija. Sobre un punto del disco se inserta un muelle de constante K que se encuentra unido a una masa puntual de valor m.

Paso 0. Reiniciación de las variables del sistema y llamada a los paquetes linalg, plots y plottools.

```
> restart;
> with(linalg):with(plots):with(plottools):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

Warning, the name changecoords has been redefined

Warning, the name arrow has been redefined

> libname:="C:/",libname:
> with(mecapac3d):
```

Paso 1. Definimos las coordenadas generalizadas del sistema en una lista que se denominará cg.

```
> cg:=[theta,y,phi];
```

$$cg := [\theta, y, \phi]$$

Paso 2. Definición mediante variables de los elementos que forman el sistema mecánico.

```
> rot1:=rota(Pi/2,2):
> rot2:=rota(theta,1):
> rottot:=evalm(rot2&*rot1):
> d1:=[aro,[0,0,0],rottot,M,R];
```

$$d1 := [aro, [0, 0, 0], rottot, M, R]$$

```
> m1:=[muelle,[0,-R*cos(theta),-R*sin(theta)],[0,y*cos(phi),y*sin(phi)],K,
  0];
```

$$m1 := [muelle, [0, -R\cos(\theta), -R\sin(\theta)], [0, y\cos(\phi), y\sin(\phi)], K, 0]$$

```
> p1:=[punto,0,y*cos(phi),y*sin(phi),m];
```

$$p1 := [punto, 0, y\cos(\phi), y\sin(\phi), m]$$

Paso 3. Definición de los elementos gráficos que definiran nuestro sistema de ejes.

```
> a1:=[angulo,[0,-R,0],[0,0,0],[0,-R*cos(theta),-R*sin(theta)],1.5]:
> ejeY:=[vector,[0,0,0],[0,4,0],green]:
> ejeZ:=[vector,[0,0,0],[0,0,4],blue]:
> seg1:=[segmento,[0,0,0],[0,-R*cos(theta),-R*sin(theta)],blue]:
> TO := [texto,[0,0,-1],"O"]:
> TY := [texto,[0,4,1],"Y"]:
> TZ := [texto,[0,0,5],"Z"]:
```

Paso 4. Definición de la variable sistema que agrupa en una lista todos los elementos anteriores.

```
> sistema:=[d1,m1,p1];
```

$sistema := [[aro, [0, 0, 0], rottot, M, R], [muelle, [0, -R\cos(\theta), -R\sin(\theta)], [0, y\cos(\phi), y\sin(\phi)], K, 0], [punto, 0, y\cos(\phi), y\sin(\phi), m]]$

Paso 5. Obtención de la energía cinética del sistema mediante fT asignándola a la variable T.

```
> T:=fT(sistema);
```

$$T := \frac{1}{2}\theta 1^2 M R^2 + \frac{1}{2} m ((y1\cos(\phi) - y\sin(\phi)\,\phi 1)^2 + (y1\sin(\phi) + y\cos(\phi)\,\phi 1)^2)$$

Paso 6. Obtención de la energía potencial del sistema mediante fV asignándola a la variable V.

```
> V:=fV(sistema);
```

$$V := \frac{1}{2} K ((y\cos(\phi) + R\cos(\theta))^2 + (y\sin(\phi) + R\sin(\theta))^2) + m\,g\,y\sin(\phi)$$

Paso 7. Obtención de la lagrangiana como diferencia de energías entre la energía cinética y la potencial.

```
> L:=simplify(T-V);
```

$$L := \frac{1}{2}\theta 1^2 M R^2 + \frac{1}{2} m y^2 \phi 1^2 + \frac{1}{2} m\, y1^2 - K y\cos(\phi) R\cos(\theta) - \frac{1}{2} K y^2 - K y\sin(\phi) R\sin(\theta) - \frac{1}{2} K R^2 - m\,g\,y\sin(\phi)$$

Paso 8. Obtención de las ecuaciones de lagrange para las dos coordenadas generalizadas mediante el operador Ec_lag

```
> ecua:=ec_lag();
```

$$ecua := \left[\left(\frac{d^2}{dt^2}\theta(t)\right) M R^2 - K y(t)\cos(\phi(t)) R\sin(\theta(t)) + K y(t)\sin(\phi(t)) R\cos(\theta(t)),\right.$$
$$m\left(\frac{d^2}{dt^2}y(t)\right) - m\,y(t)\left(\frac{d}{dt}\phi(t)\right)^2 + K\cos(\phi(t)) R\cos(\theta(t)) + K y(t) + K\sin(\phi(t)) R\sin(\theta(t)) + m\,g\sin(\phi(t)),$$
$$2\,m\,y(t)\left(\frac{d}{dt}\phi(t)\right)\left(\frac{d}{dt}y(t)\right) + m\,y(t)^2\left(\frac{d^2}{dt^2}\phi(t)\right) - K y(t)\sin(\phi(t)) R\cos(\theta(t))$$
$$\left. + K y(t)\cos(\phi(t)) R\sin(\theta(t)) + m\,g\,y(t)\cos(\phi(t))\right]$$

Paso 9. Asignación de valores numéricos a los parámetros que queden sun asignar para poder proceder a la integración numérica.

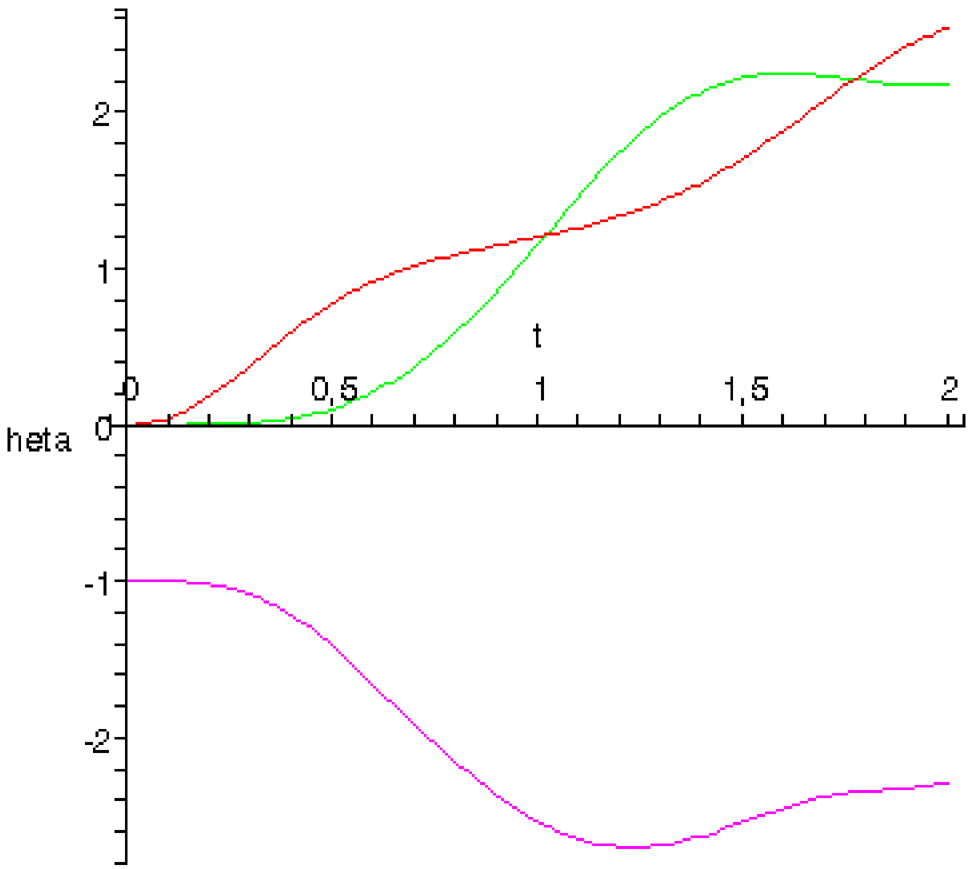
```
> M:=2:m:=1:K:=10:R:=1:g:=9.8:
```

Paso 10. Integración numérica del problema mediante la función fint asignando el resultado a la variable res.

```
> res:=fint([0,0,-1,0,0,0]):
```

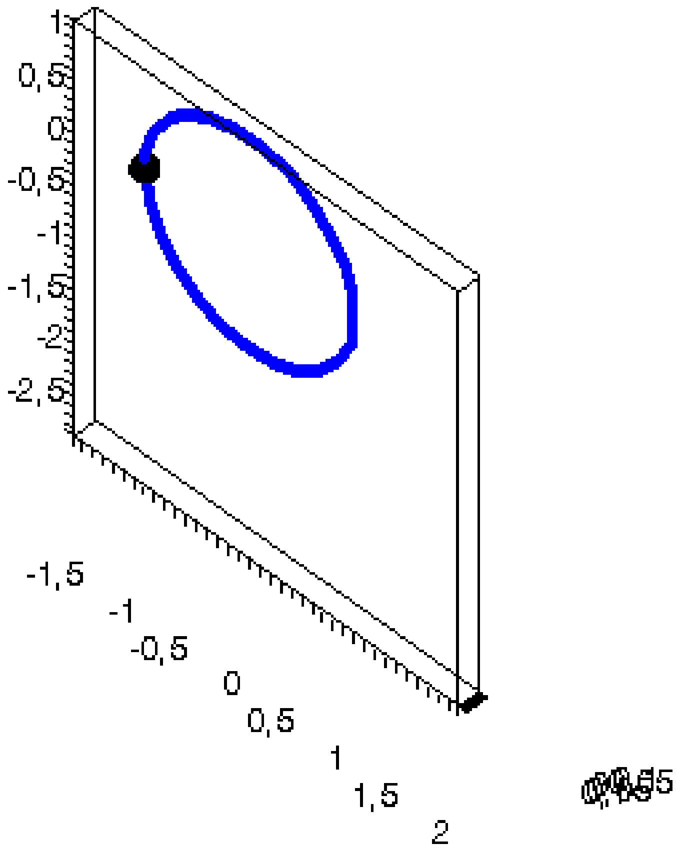
Paso 11. Representación gráfica de las evoluciones temporales de theta, y y phi mediante odeplot.

```
> pl1:=odeplot(res,[t,theta(t)],0..2.,numpoints=100,color=green):
> pl2:=odeplot(res,[t,y(t)],0..2.,numpoints=100,color=magenta):
> pl3:=odeplot(res,[t,phi(t)],0..2.,numpoints=100,color=red):
> display(pl1,pl2,pl3);
```



Paso 12. Procedemos a realizar una animación del movimiento del conjunto por medio de la función dibu3.

```
> dibu3(2.1,50);
```


1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1
1,5
2

>