

## Fórmulas para flexión simple: sección constante

La comprobación de una viga de uno o varios tramos requiere comprobar la resistencia y rigidez de cada vano o voladizo que la forman. Las fórmulas que se ofrecen, no siempre exactas, permiten tanteos rápidos durante el diseño. En el reverso se ofrecen las características mecánicas de distintos tipos de secciones.

### Resistencia en un tramo

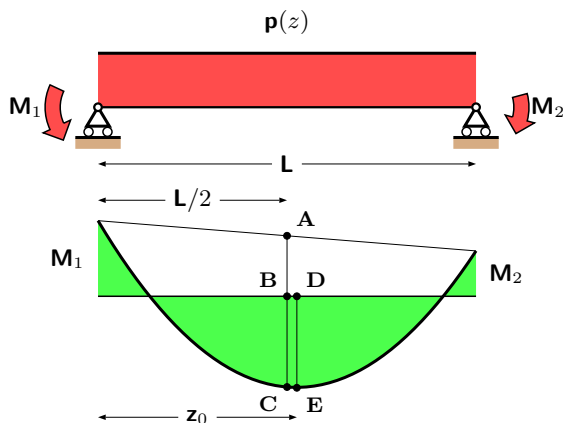
En los extremos de un vano pueden actuar momentos ( $M_1$  y  $M_2$ ) ejercidos por vanos contiguos o por vuelos que, desde el punto de vista del vano, son como cargas externas.

Para la comprobación de la resistencia a momento hay que determinar el máximo valor absoluto de entre los momentos extremos,  $M_1$  y  $M_2$ , y el máximo momento de vano,  $M_0$ , segmento DE en la figura.  $M_0$  debe calcularse en la cota en la que el esfuerzo cortante es nulo,  $z_0$ :

$$M_0 = -M_1 + \int_0^{z_0} V(z) dz$$

En los casos habituales de carga sensiblemente simétrica puede bastar como aproximación el momento en el centro del vano,  $M_c$ , el segmento BC en la figura. Denominando *momento isostático del vano*,  $M_i$ , al momento producido por  $p(z)$  en el centro cuando  $M_1=M_2=0$ , segmento AC en la figura, se tiene que:

$$M_0 \approx M_c = M_i - \frac{M_1 + M_2}{2} = \overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC} \approx \overline{DE}$$



En lo que se refiere al cortante, hay que determinar el máximo valor absoluto y comprobar con él la resistencia. Para primeros tanteos, una estimación rápida se obtiene sumando a la mitad de la carga total el denominado *cortante hiperestático*:

$$\frac{\text{abs}(M_1 - M_2)}{L}$$

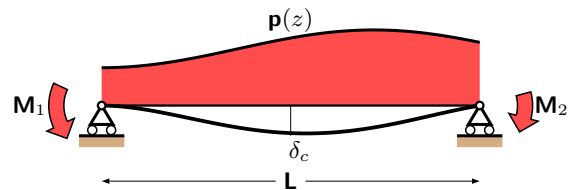
En un voladizo, basta con comprobar la resistencia a los máximos valores de momento y cortante, generalmente en el apoyo.

### Flecha en el centro de un vano

La flecha en el centro de un vano,  $\delta_c$ , o mejor, la distorsión media,  $\phi$ , pueden obtenerse aproximadamente en función de unos pocos parámetros:

- $M_i$ : el *momento isostático del vano*, véase el apartado anterior.
- $\alpha$ : coeficiente que varía según la forma del diagrama *isostático* de la curvatura,  $\kappa(p, z)$ , correspondiente a  $M_i$ , véase la tabla.

$$\phi = \frac{\delta_c}{L/2} \approx \frac{L}{24} \times \frac{\alpha M_i - 3(M_1 + M_2)}{EI}$$



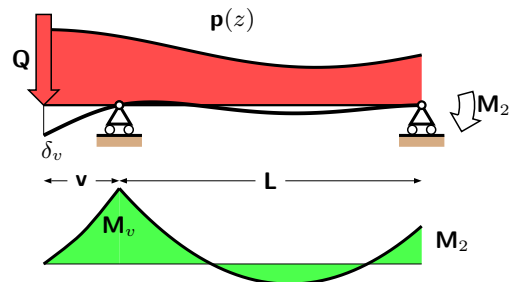
	Valores de $\alpha$		
$\alpha$	4	5	6
$\kappa(p, z)$			

### Flecha en el extremo de un voladizo

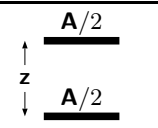
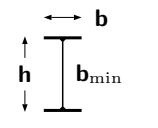
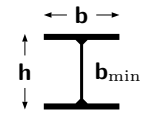
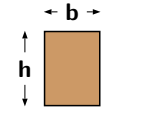
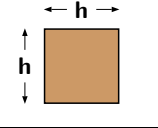
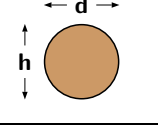
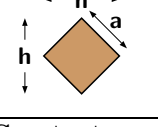
La flecha en el extremo del voladizo,  $\delta_v$ , se puede estimar siguiendo la misma estrategia:

- $M_i$  sigue siendo el momento isostático de la carga del vano, véase más arriba.  $M_v$  es el momento máximo en el vuelo: cumple el mismo papel que antes  $M_1$ , véase la figura.
- La flecha depende ahora de dos parámetros,  $\beta$  y  $\theta$ , función del tipo de carga del vuelo ( $\beta$ ) o del vano ( $\theta$ ), véase la tabla. Para los casos habituales ambos valores oscilan entre 3 y 4.

$$\phi = \frac{\delta_v}{v} \approx \frac{v}{12EI} \left[ M_v \left( \beta + 4 \frac{L}{v} \right) + (2M_2 - \theta M_i) \frac{L}{v} \right]$$



	Valores de $\beta$ y $\theta$			
Tipos de carga				
	$\beta=4 \quad \theta=4$	$\beta=4 \quad \theta=3$		
	$\beta=3 \quad \theta=4$	$\beta=3 \quad \theta=3$		

Tipo de sección	$\mathcal{H}$ (1)	$\mathbf{A}$ (2)	$\mathbf{I}$ (3)	$\mathbf{I}/\mathbf{I}_{\square}$ (4)	$\mathbf{W}$ (5)	$\mathbf{W}/\mathbf{W}_{\square}$ (6)	$\mathbf{A}_R$ (7)	$\mathbf{z}/\mathbf{h}$ (8)	$\mathbf{W}_p/\mathbf{W}$ (9)	$\mathbf{S}$ (10)	
	ideal $\mathbf{h} = \mathbf{z}$	$\sqrt{\mathbf{A}}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{Ah}^2/4$ $0,25\mathbf{Ah}^2$	$3\frac{\mathbf{h}^2}{\mathbf{A}}$	$\mathbf{Ah}/2$ $0,5\mathbf{Ah}$	$3\frac{\mathbf{h}}{\sqrt{\mathbf{A}}}$	$\mathbf{0}$	1	1	$\frac{1}{4}\mathbf{Ah}$ $0,25\mathbf{Ah}$
	IPE { pequeño mediano grande	$\approx \mathbf{h}/3,3$ $\approx \mathbf{h}/4$ $\approx \mathbf{h}/4,5$	$\approx \mathbf{h}^2/10$ $\approx \mathbf{h}^2/15$ $\approx \mathbf{h}^2/20$	$\approx 1,5\mathbf{A}^2$ $\approx 2,5\mathbf{A}^2$ $\approx 3,2\mathbf{A}^2$	$\approx 15$ $\approx 30$ $\approx 40$	$\approx 0,95\mathbf{A}^{3/2}$ $\approx 1,28\mathbf{A}^{3/2}$ $\approx 1,43\mathbf{A}^{3/2}$	6,5 $\approx 8,0$ 9	$\approx 0,32\mathbf{A}$ $\approx 0,33\mathbf{A}$ $\approx 0,36\mathbf{A}$			$\approx \frac{5}{26}\mathbf{Ah}$
$\mathbf{b}_{\min} \approx 0,03\mathbf{h}$	Cualquier IPE:			$\approx \mathbf{Ah}^2/6$		$\approx \mathbf{Ah}/3$		$\approx \mathbf{A}/3$	$\approx 8/9$	$\approx 1,14$	$\approx 0,192\mathbf{Ah}$
	HEB { pequeño mediano grande	$\approx \mathbf{h}/2,2$ $\approx \mathbf{h}/2,5$ $\approx \mathbf{h}/2,8$	$\approx \mathbf{h}^2/5$ $\approx \mathbf{h}^2/6$ $\approx \mathbf{h}^2/8$	$\approx 0,98\mathbf{A}^2$ $\approx 1,15\mathbf{A}^2$ $\approx 1,54\mathbf{A}^2$	$\approx 11$ $\approx 14$ $\approx 17$	$\approx 0,86\mathbf{A}^{3/2}$ $\approx 0,93\mathbf{A}^{3/2}$ $\approx 1,09\mathbf{A}^{3/2}$	4,8 $\approx 5,4$ 6	$\approx 0,22\mathbf{A}$ $\approx 0,20\mathbf{A}$ $\approx 0,24\mathbf{A}$			$\approx \frac{6}{29}\mathbf{Ah}$
$\mathbf{b}_{\min} \approx 0,04\mathbf{h}$	Cualquier HEB:			$\approx 2\mathbf{Ah}^2/11$		$\approx 4\mathbf{Ah}/11$		$\approx \mathbf{A}/5$	$\approx 8/9$	$\approx 1,13$	$\approx 0,206\mathbf{Ah}$
	proporción $\lambda = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{b}}$	$\sqrt{\mathbf{bh}}$	$\mathbf{bh}$	$\mathbf{bh}^3/12$ $\lambda\mathbf{A}^2/12$	$\lambda$	$\mathbf{bh}^2/6$ $\sqrt{\lambda}\mathbf{A}^{3/2}/6$	$\sqrt{\lambda}$	$2\mathbf{bh}/3$ $0,67\mathbf{A}$			$\frac{1}{8}\mathbf{Ah}$
	$\lambda = 1$	$\mathbf{h}/\sqrt{\lambda}$	$\mathbf{h}^2/\lambda$	$\mathbf{Ah}^2/12$	1	$\mathbf{Ah}/6$		$2\mathbf{A}/3$	0,67	1,5	$0,125\mathbf{Ah}$
	$\mathbf{h} = \mathbf{d}$	$\sqrt{\pi}\mathbf{h}/2$ $0,89\mathbf{h}$	$\pi\mathbf{h}^2/4$ $0,79\mathbf{h}^2$	$\pi\mathbf{h}^4/64$ $\mathbf{A}^2/4\pi$ $\mathbf{Ah}^2/16$	$3/\pi$ $0,964$	$\pi\mathbf{h}^3/32$ $\mathbf{A}^{3/2}/4\sqrt{\pi}$ $\mathbf{Ah}/8$	$3/2\sqrt{\pi}$ $0,846$	$3\pi\mathbf{h}^2/16$ $0,589\mathbf{h}^2$ $3\mathbf{A}/4$	$3\pi/16$ $0,589$	1,70	$\frac{1}{3\pi}\mathbf{Ah}$ $0,106\mathbf{Ah}$
	$\mathbf{h} = 1,41\mathbf{a}$	$\mathbf{a}$ $0,71\mathbf{h}$	$\mathbf{a}^2$ $\mathbf{h}^2/2$	$\mathbf{a}^4/12$ $\mathbf{A}^2/12$ $\mathbf{Ah}^2/24$	1	$\mathbf{a}^3/6\sqrt{2}$ $\mathbf{A}^{3/2}/6\sqrt{2}$ $\mathbf{Ah}/12$	0,71	$8\mathbf{a}^2/9$ $0,444\mathbf{h}^2$ $8\mathbf{A}/9$	0,5	2	$\frac{1}{12}\mathbf{Ah}$ $0,083\mathbf{Ah}$

**Constantes mecánicas para la flexión en un plano vertical respecto al centro de gravedad de la sección.**  $\mathcal{H}$ ,  $\mathbf{I}_{\square}$  y  $\mathbf{W}_{\square}$ : respectivamente, canto, inercia y módulo resistente de la sección cuadrada de igual área que la sección considerada.  $\mathbf{A}_R$ : área eficaz a esfuerzo cortante y rasante.  $\mathbf{W}_p$ : módulo resistente de la sección plastificada (con curvatura infinita); la reserva plástica no puede utilizarse en su totalidad cuando  $\mathbf{W}_p/\mathbf{W}$  es mayor que el coeficiente de seguridad aplicable,  $\gamma$ ; en el análisis plástico de estructuras de acero,  $\gamma$  suele ser 1,12 veces mayor que en análisis elástico.  $\mathbf{S}$ : momento estático de media sección.

Los valores para perfiles IPE y HEB son aproximados y deben comprobarse los diseños con los catálogos del fabricante. ‘ $\approx$ ’ denota una aproximación muy buena (errores por debajo del 5%); ‘ $\simeq$ ’ denota una aproximación decente. Un perfil puede considerarse *pequeño* si su canto es menor que 220 mm; y *grande*, si es mayor que 330 mm.

La tensión tangencial máxima en un rombo se produce a un octavo del canto por encima y por debajo del centro de gravedad.