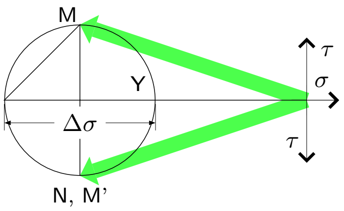
Sólido deformable (IV). Compresión / Tracción.

> [...] muchas de las situaciones reales son tan complicadas que no pueden ser representadas completamente por un modelo matemático. De la misma manera, en las estructuras existen a menudo varias posibles formas de rotura. Naturalmente, la estructura rompe de la forma en la que nadie había pensado, por muchos números que se hayan hecho.
>
> J. E. Gordon[1]

Compresión

La importancia de la inestabilidad en compresión puede medirse mediante cocientes del tipo L^2/Q, siendo L el tamaño de la estructura y Q la intensidad de las acciones que soporta. Si las acciones son gravitatorias, Q crece con L^3 y como consecuencia *en estructuras grandes, la inestabilidad de la compresión disminuye.* (Siempre hay una componente gravitatoria de las acciones: el peso propio de la estructura que, para tamaños *muy* grandes, predomina sobre cualquier otra.)

Otra singularidad importante es que la rotura por compresión isótropa (o hidrostática) *es imposible*: una esfera sometida a una presión hidrostática *no tiene por donde romperse* (no puede *implosionar* hacia dentro *salvo convirtiendo parte de su masa en energía*: fisión o fusión nuclear, lo que queda bastante lejos de nuestro campo de estudio). Hay tres ejemplos para vencer la incredulidad: la zona central de la base de las montañas ($L \approx 8$ km); el lecho de las fosas abisales[2] ($L \approx 11$ km); y el núcleo de nuestro planeta ($L \approx 6.300$ km, aunque se trata de una mezcla líquida, densa y caliente).



Paradójicamente, la rotura por compresión sólo es posible si hay *diferencia* de compresión al considerar distintas direcciones (compresión anisótropa): se trata, más bien, de roturas por tensión tangencial (criterios de rotura de Tresca o Huber/Von Mises), a 45° de la compresión principal, y de valor $0{,}5\Delta\sigma$. Y la inestabilidad se agrava (aumenta la tensión tangencial) para compresiones pequeñas o tamaños pequeños con diseños estrictos (o incorrectos).

Cizalladura

La cizalladura siempre puede describirse por una tracción acompañada de compresión en la dirección perpendicular. La rotura por cizalladura comienza siempre por la aparición de una fisura perpendicular a la dirección de tracción: a fin de cuentas, *la rotura es siempre una rotura por tracción* (aunque para producirse puede hacer falta algo de tensión en una dirección transversal).

Tracción

> Las señoras de la limpieza terminaron de barrer las cabinas de un avión vacío, tarde, por la noche. Cerraron la puerta y bajaron por las escaleras hasta la pista.
> —Pepa, te has olvidado de apagar la luz de los aseos.
> —¿¡Qué dices!?
> —¿No ves la luz que atraviesa las grietas del fuselaje?

En un mundo estático podría valer con el ensayo de tracción simple y el criterio de seguridad habitual $\sigma < \sigma_u$: dos cables de igual área se rompen bajo la misma carga, incluso si son de distinta longitud.

Pero el mundo real es dinámico y las acciones varían en el tiempo. Los modelos dinámicos con tensiones son enormemente complicados. Pero puede obtenerse un modelo razonablemente aproximado y convenientemente sencillo contabilizando energía de deformación en vez de tensiones. Las acciones no se representan ahora mediante fuerzas, sino mediante aportaciones de energía que la estructura ha de disipar o almacenar (o ambas cosas).

Para un cable con comportamiento '*hookeano*', la energía útil de deformación por unidad de volumen (*densidad de energía*) es esencialmente $U = \mathbf{E}\varepsilon^2/2 = \sigma\varepsilon/2$; conforme tal energía se acumula, al menos una cantidad similar se disipa (carga lenta). La energía útil que puede acumularse como energía de deformación de forma compatible con la seguridad puede estimarse utilizando la deformación segura del material; recibe el nombre de *resilencia* $\mathcal{R}$, véase el Cuadro 1.

A igualdad de todo lo demás, una estructura de mayor volumen aguanta mejor los impactos pues es capaz de acumular y/o disipar más energía: las amarras de los barcos *deben* ser largas; un *seiscientos* siempre lleva las de perder frente a un **4×4** (al igual que una persona en bicicleta frente a un *seiscientos*). A igualdad de volumen, aguantan mejor los materiales resilentes: los buenos arcos son los mediterráneos, de cuerno y

Cuadro 1: Resilencia de distintos materiales

Material	ε_f	$\mathbf{f}$	Resilencia $\mathcal{R}$
	mm/m	N/mm^2	kJ/m^3, kN/m^2
Acero de cables	3	600	900
Acero laminado	0,9	180	81
Balsa	7	10	35
Cuerno	40	90	1.800
Fundición	0,03	70	1,05
Goma	300	7	1.050
Haya	9	120	540
Hueso	4,41	75	170
Madera	0,8	10	4
Seda de araña	30	300	4.500
Tendón	80	70	2.800
Vidrio laminado	0,1	7	0,35

[1] Esta y las demás citas, pertenecen a la obra *Structures or Why things dont't fall down.*

[2] Las camisas de hormigón de los bidones de residuos nucleares, irresponsablemente arrojados al mar, en el pasado no se rompieron por compresión, sino por degradación química (durabilidad).

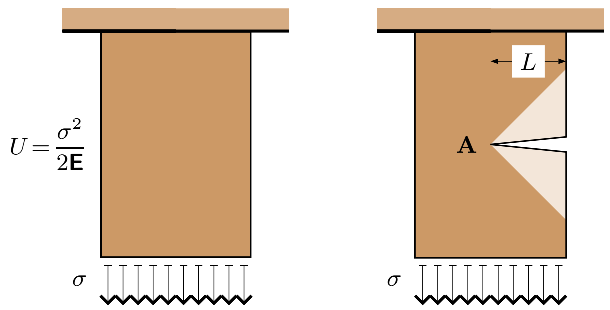


Figura 1: Propagación de una fisura

tendón; la mejor catapulta de todos los tiempos: el *palintonon* griego (tendón y madera); los amortiguadores son de goma, serían mejores de tendón (nuestras piernas), cuerno o seda; los rinocerontes pueden *divertirse jugando* a embestirse, a las personas humanas no nos conviene hacerlo.

Mucha resilencia supone mucha flexibilidad, así que hay que buscar un compromiso para satisfacer el requisito de rigidez. Además, en general, las formas más 'rígidas' suelen ser las menos costosas pero también las menos resilentes.

Más tarde o más temprano, se produce la rotura. En términos de energía, la rotura *disipa* la energía útil almacenada en los enlaces químicos entre átomos o moléculas a lo largo de una superficie, y esa energía de enlace es esencialmente $10^{-3}\,\mathrm{kJ/m^2}$ para los sólidos. En los materiales frágiles, casi basta realmente con eso. En los materiales dúctiles es necesario, además, *dislocar* el material antes de producir una fisura: la energía de fractura es bastante mayor que la energía de enlace. Nada es perfectamente frágil ni dúctil: a la energía de fractura se le denomina *ductilidad* $\mathcal{D}$, y cuanto mayor es, más energía requiere la rotura, véase el Cuadro 2.

Los materiales son *frágiles* no porque tengan poca resistencia a tracción, más bien porque se requiere poca energía para romperlos: «un albañil puede partir limpiamente un ladrillo en dos mitades con un ligero [y hábil] toque de paleta y por eso sólo tenemos que ser un poco torpes para romper un plato o una copa».

La rotura a lo largo de una superficie no es otra cosa que un 'motor' que *consume* energía útil de cualquier clase y la *disipa* como energía de fractura, véase la Figura 1, provocando la 'autodestrucción' de la estructura. Pero como todos los motores, la rotura no comienza si no hay suficiente 'combustible'. Esencialmente, la propagación de la fisura requiere disipar una energía $2\mathcal{D}{\cdot}L$; esa energía, en principio, puede obtenerse de la región que pierde tensión y, por tanto, energía útil de deformación (triángulos claros de la figura), a razón de cte$\cdot U\cdot L^2$. El balance total de energía es:

$$\Delta E = 2\mathcal{D}{\cdot}L - \mathrm{cte}{\cdot}U{\cdot}L^2$$

La rotura progresará espontáneamente si la estructura pierde más energía útil que la que se disipa en la fisura (balance *negativo*). Para fisuras muy pequeñas, la rotura es imposible si no hay aporte externo de energía (*perturbación*) pues la propagación requiere más energía que la disponible: sin ese aporte la fisura permanece estable. Puede demostrarse que, esencialmente, el tamaño de tales fisuras estables es:

$$L \le \frac{1}{\pi}\frac{\mathcal{D}}{U} = \frac{2}{\pi}\frac{\mathcal{D}\mathbf{E}}{\sigma^2} = \frac{2}{\pi}\frac{\mathcal{D}}{\sigma\varepsilon} \le \frac{1}{\pi}\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{R}}; \qquad \sigma \le \sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{\mathcal{D}\mathbf{E}}{L}}$$

lo que impone una restricción sobre la tensión media de las estructuras en función del tamaño previsible de sus fisuras 'iniciales'. Por lo tanto, la longitud de una grieta segura depende sencillamente de la relación entre la ductilidad y la resilencia. En general, cuanto mayor es la resilencia, más corta es la grieta que puede permitirse. «Es otro de los casos para los que no puede pedirse dos cosas a la vez»: la goma de un globo es muy resilente, y podremos deformarlo mucho antes de romperlo. Pero su rotura será frágil: el más mínimo pinchazo causa «un ruidito muy satisfactorio».

En realidad, la tensión local en el borde de la fisura, punto **A** de la Figura 1, puede ser *muchísimo* mayor que la tensión de rotura 'oficial' del material: da igual, la rotura no progresará si no hay suficiente energía disponible en el interior de la estructura o si no se produce una perturbación suficientemente grande.

¿Cual *debe ser* la máxima fisura inicial? Esencialmente, la que se acuerde en el contrato de construcción. La situación es análoga a las tolerancias de fabricación y la exigencia de calidad irá acorde con el tamaño: en un barco de medio kilómetro de eslora abrá que admitir grietas de varios metros de longitud, única manera de que los inspectores de las compañías de seguro puedan verlas. Esto significa que un acero corriente en un barco *grande* no podrá usarse con tensiones medias superiores a unos $80\,\mathrm{N/mm^2}$. Muchas de las desapariciones de grandes barcos que ocurrieron antes de que todo esto fuera puesto en claro (y aún después), bien pudieran haberse debido a una pequeña grieta de la que nadie se ocupó, hasta que se volvió inestable gracias a la energía suministrada por una fuerte marejada.[3]

Por otra parte, en una estructura *grande*, las tensiones medias crecen con el tamaño debido al peso propio (y con ellas la energía disponible), y para algún tamaño verdaderamente grande cualquier fisura microscópica progresará: las estructuras traccionadas no pueden ser infinitamente grandes (aún si se dispusiera del material para construirlas). Incluso, sin llegar a tanto, una estructura traccionada, medianamente grande, se fisurará mediando una perturbación suficiente, ocasionando un estruendo nada satisfactorio.

A fin de cuentas, lo peligrosamente inestable se encuentra en grandes estructuras traccionadas y en pequeñas estructuras comprimidas.

Cuadro 2: Ductilidad de distintos materiales

Material	σ_u N/mm^2	Ductilidad $\mathcal{D}$ kJ/m^2, kN/m
Acero de cables	1.000	10
Acero laminado	400	100–1.000
Cemento, ladrillo, piedra	4–50	3–4$\times10^{-3}$
Cerámica, vidrio	170	1–10$\times10^{-3}$
Hueso, dientes	200	1
Madera	100	10

[3] Sin embargo, las grietas en regiones comprimidas rara vez son preocupantes, contra lo que se suele sugerir.