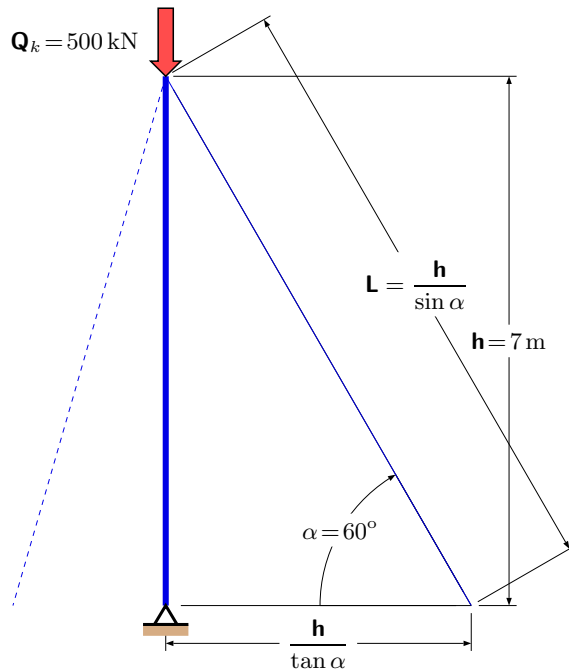


Práctica 'Arriostramiento. Estabilidad en compresión'



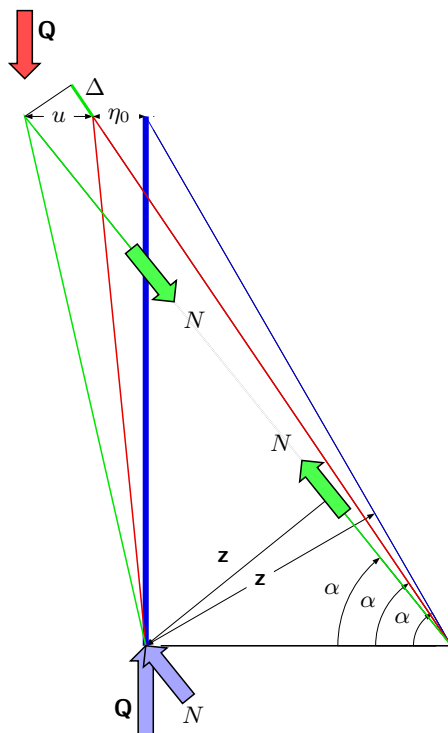
Datos

$$A = 200 \text{ mm}^2$$

$$E = 200 \text{ kN/mm}^2$$

$$\sigma_e = 260 \text{ N/mm}^2$$

(Véase el enunciado de la práctica para más información.)



- La componente vertical de N es siempre $N \sin \alpha$. Como el máximo valor posible de N es $200 \text{ mm}^2 \times 260 \text{ N/mm}^2 = 52 \text{ kN}$, la máxima componente vertical será de 45 kN , marginal respecto de 4.104 kN . En servicio, ε será $1,43 \text{ mm} \div \cos 60^\circ \div h \times \sin 60^\circ = 0,35 \text{ mm/m}$, la sollicitación del cable será $0,35 \text{ mm/m} \times 200 \text{ kN/mm}^2 \times 200 \text{ mm}^2 = 14,2 \text{ kN}$, y la componente vertical $12,3 \text{ kN}$, es decir, $2,5\%$ de la carga Q_k .
- Siempre se comete un error al calcular z en la geometría ideal, en vez de en la de equilibrio. Igual que al considerar que todos los α son el mismo α .

Desplome $-x$

Si la excentricidad inicial η_0 , de $7 \text{ m} \div 300 = 23,3 \text{ mm}$, se produce en el plano definido por uno de los cables y el soporte, y del lado contrario al del cable, sólo ese cable puede oponerse a la amplificación del desplome.

Ecuación de compatibilidad Δ, u :

$$\Delta = u \cos 60^\circ$$

Ecuación de equilibrio del soporte:

$$M_{\text{est}} = Nz = M_{\text{des}} = Q(u + \eta_0)$$

Respuesta crítica (un cable alineado)

$$M_{\text{est}} = Nz \approx \frac{EA}{h} \Delta h \cos 60^\circ$$

$$R_{\text{cr}} = \frac{M_{\text{est}}}{u} \approx 8.660 \text{ kN}$$

Desplome de equilibrio bajo la carga de servicio

$$u = \frac{Q_k}{R_{\text{cr}} - Q_k} \eta_0 \approx 1,43 \text{ mm}$$

$$u + \eta_0 \approx 24,8 \text{ mm} \leq \frac{h}{250} = 28 \text{ mm}$$

El diseño cumple el requisito de rigidez para este desplome.

Carga última de la estructura:

$$\varepsilon_e = 1,3 \text{ mm}$$

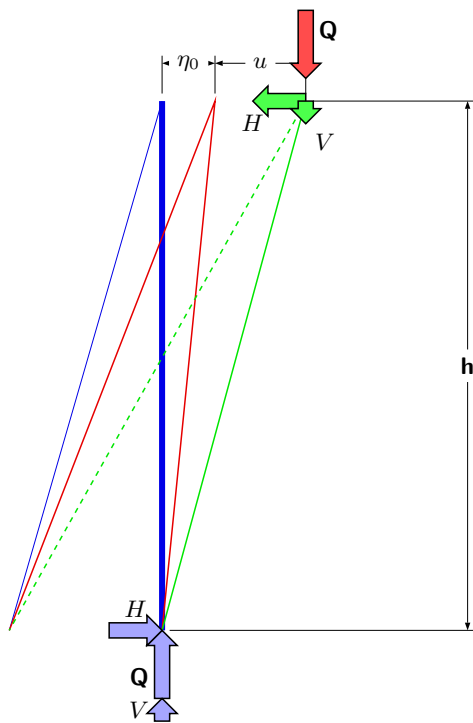
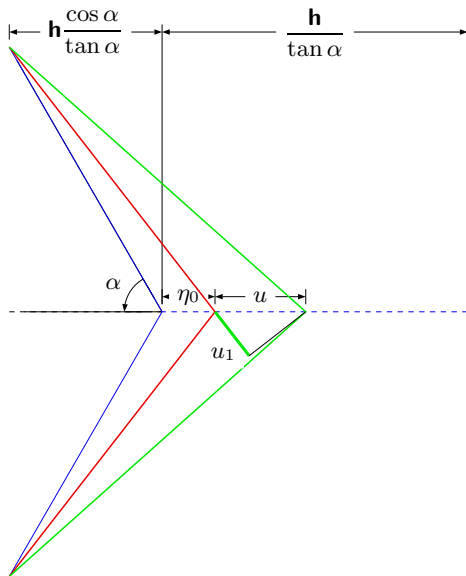
$$\Delta_e = \varepsilon_e L = \varepsilon_e \frac{h}{\sin 60^\circ}$$

$$u_e = \frac{\Delta_e}{\cos 60^\circ} = 21,0 \text{ mm}$$

$$Q_u (23,3 \text{ mm} + 21,0 \text{ mm}) \approx 8.660 \text{ kN} \times 21,0 \text{ mm}$$

$$Q_u \approx 4.104 \text{ kN} \quad \gamma \approx \frac{Q_u}{Q_k} = 8,20$$

El diseño es seguro para este desplome.



- Despreciar V frente a Q es *el mismo error* que tomar z en la geometría inicial (como en el caso anterior).
- La componente horizontal de N_1 (o de N_2) en la dirección de u_1 valdrá $N_1 \cos \alpha$. Proyectando esa fuerza horizontal en la dirección de u , $(N_1 \cos \alpha) \cos \alpha$. Y, puesto que son dos cables simétricos, multiplicando por dos se obtiene el valor de H , $2N_1 \cos^2 \alpha$.
- En servicio, el alargamiento de cada cable valdrá $\Delta_1 = 3,04 \text{ mm} \times \cos^2 60^\circ = 0,76 \text{ mm}$, con una deformación de $0,0940 \text{ mm/m}$. Por tanto, la componente vertical de ambos cables sobre el soporte valdrá $0,0940 \text{ mm/m} \times 200 \text{ kN/mm}^2 \times 200 \text{ mm}^2 \times \sin 60^\circ \times 2 = 6,51 \text{ kN}$, apenas algo más que un $1,3\%$ de la carga.

Desplome x

La imperfección inicial está en el mismo plano que antes, pero es de sentido contrario. Al proyectar sobre ese plano, los dos cables que se tensan y aportan rigidez no se ven en verdadera magnitud.

El desplome u , proyectado en el plano vertical de cada cable tensado, vale:

$$u_1 = u_2 = u \cos \alpha$$

Ecuaciones de compatibilidad:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = u_1 \cos \alpha = (u \cos \alpha) \cos \alpha = u \cos^2 \alpha$$

Ecuación de equilibrio del soporte. Si H y V representan las componentes horizontal y vertical de $N_1 + N_2$ en el plano del desplome:

$$M_{\text{des}} = Q(\eta_0 + u) = M_{\text{est}} = Hh - V(\eta_0 + u)$$

Despreciando V frente a Q .

$$M_{\text{des}} = Q(\eta_0 + u) = M_{\text{est}} = Hh$$

H puede deducirse automáticamente de las ecuaciones de compatibilidad, puesto que es la fuerza homóloga a u :

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \{u\}$$

$$\{H\} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix}$$

Y por simetría:

$$H = 2N_1 \cos^2 \alpha \quad N_1 = \frac{EA}{\frac{h}{\sin 60^\circ}} \cdot \Delta_1$$

$$M_{\text{est}} = Hh = 2EA \cos^4 \alpha \sin \alpha$$

Respuesta crítica (dos cables a 60°):

$$R_{\text{cr}} = \frac{M_{\text{est}}}{u} = 4.330 \text{ kN}$$

(Justamente la mitad que en el caso de un sólo cable alineado.)

Desplome de equilibrio bajo la carga de servicio

$$u = \frac{Q_k}{R_{\text{cr}} - Q_k} \eta_0 = 3,04 \text{ mm}$$

$$u + \eta_0 = 26,3 \text{ mm} \leq \frac{h}{250} = 28 \text{ mm}$$

El diseño cumple el requisito de rigidez para este desplome.

Carga última de la estructura:

$$\varepsilon_e = 1,3 \text{ mm}$$

$$\Delta_e = \varepsilon_e \frac{h}{\sin 60^\circ}$$

$$u_e = \frac{\Delta_e}{\cos^2 60^\circ} = 42,0 \text{ mm}$$

$$Q_u (23,3 \text{ mm} + 42,0 \text{ mm}) = 4.330 \text{ kN} \times 42,0 \text{ mm}$$

$$Q_u = 2.785 \text{ kN} \quad \gamma = \frac{Q_u}{Q_k} = 5,57$$

El diseño es seguro para este desplome.

Soporte

La sollicitación del soporte es esencialmente 500 kN (puede comprobarse que en cualquier situación, la componente vertical de los arriostramientos es marginal).

Para el diseño del soporte, hay que tantear:

ω	A_{\min} mm ²	lado mm	A mm ²	i_{\min} mm	λ_{\max}	ω	σ_c N/mm ²
2	5.556	340	5.780	143	49,0	1,13	97,8
1,2	3.333	260	3.380	109	64,1	1,27	188
		270	3.645	113	61,7	1,24	170

El tubo de 270 mm de lado resistirá con seguridad $3.645 \text{ mm}^2 \div 1,24 \times 180 \text{ N/mm}^2 = 529 \text{ kN}$, casi un 6 % más que \mathbf{Q}_k . Este pequeño exceso cubre holgadamente la pequeña componente vertical de los cables de arriostramiento sobre el soporte.