

### **Tema 3. HIDRÁULICA DE POZOS**

## ÍNDICE

	<b>Pags.</b>
3.1. INTRODUCCIÓN	1
3.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS ACUÍFEROS	1
3.3. INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA DE POZOS	3
<b>3.3.1. Hipótesis de Dupuit</b>	3
<b>3.3.2. Propiedades elásticas del acuífero</b>	4
<u>3.3.2.1. Coeficiente de almacenamiento específico</u>	4
<u>3.3.2.2. Almacenamiento del agua en un acuífero</u>	6
<b>3.3.3. Generalización de la ecuación de Darcy</b>	7
<b>3.3.4. Ecuaciones fundamentales del movimiento de agua en un acuífero</b>	9
<u>3.3.4.1. Acuífero libre</u>	9
<u>3.3.4.2. Acuífero confinado</u>	11
3.4. TEORÍA DE POZOS	11
<b>3.4.1. Régimen permanente</b>	12
<u>3.4.1.1. Acuífero libre</u>	12
<u>3.4.1.2. Acuífero confinado</u>	14
<b>3.4.2. Régimen variable</b>	15
<u>3.4.2.1. Acuífero libre</u>	15
<u>3.4.2.2. Acuífero confinado</u>	16
<u>3.4.2.3. Bombeo con caudal constante. Función del pozo</u>	17
<u>3.4.2.4. Bombeo con caudal variable. Recuperación del pozo</u>	18
3.5. EFECTO DE BARRERAS HIDROGEOLÓGICAS Y PRESENCIA DE POZOS	20
3.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	23
3.7. LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS	24

### 3.1. INTRODUCCIÓN

El término agua subterránea incluye, en general, todas las aguas encontradas bajo la superficie del suelo. No obstante, en la práctica, el término se refiere, exclusivamente, al agua subsuperficial sometida a presiones iguales o superiores a la atmosférica, zona saturada, que constituye, aproximadamente, el 97% del total de agua dulce disponible en la Tierra y que se explota mediante pozos. En estas páginas se analiza, de forma simplificada, las características y ecuaciones básicas de pozos que perforan totalmente un acuífero extensivo que reposa en un lecho impermeable horizontal. Para profundizar más en las situaciones comentadas, o en otras no incluidas, se recomienda consultar las referencias bibliográficas citadas.

### 3.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS ACUÍFEROS

El agua subterránea ocupa el medio poroso saturado. Los puntos del mismo con presión igual a la atmosférica  $p_a$  definen el nivel freático, ver figura 3.1. Los efectos capilares, extienden el agua subterránea hacia una zona, ligeramente, por encima del nivel freático, denominada franja capilar, donde la presión es menor que la atmosférica. Dado que, el agua llena casi completamente el espacio poroso de la franja capilar, a ésta se la denomina también zona saturada. Por encima de ella comienza, propiamente, la zona subsaturada.



Figura 3.1. Distribución del agua subterránea.

Las formaciones geológicas en las que se almacena el agua subterránea se clasifican según su porosidad  $P$  (relacionada con su capacidad para almacenar agua) y su conductividad hidráulica  $K$  (relacionada con su capacidad para transmitir agua). Se distinguen las formaciones siguientes:

- Acuífero: estrato que almacena y transmite el agua en cantidades suficientes para permitir su explotación económica.
- Acuicludo: estrato capaz de almacenar agua pero con una capacidad muy pequeña de transmisión. Suele constituir los límites de los acuíferos.
- Acuitardo: estrato con un valor de  $K$  pequeño para que se desarrollen pozos pero son, es lo suficientemente grande, para afectar el comportamiento de los acuíferos adyacentes.
- Acuífugo: estrato que no retiene ni transmite agua.

Se definen varios tipos de acuíferos (ver figura 3.2):

- Acuífero libre: capa permeable, saturada parcialmente de agua, situada sobre una capa relativamente impermeable. Su límite superior es la superficie libre de agua, o nivel freático, a presión atmosférica. El agua de estos acuíferos se denomina agua freática.
- Acuífero confinado o cautivo: capa totalmente saturada, limitada por capas impermeables. El agua tiene una presión superior a la atmosférica y se la denomina agua artesisiana.
- Acuífero semi-confinado: está saturado totalmente de agua. Su límite superior es una capa semipermeable y el inferior, bien una capa impermeable o una semi-permeable.

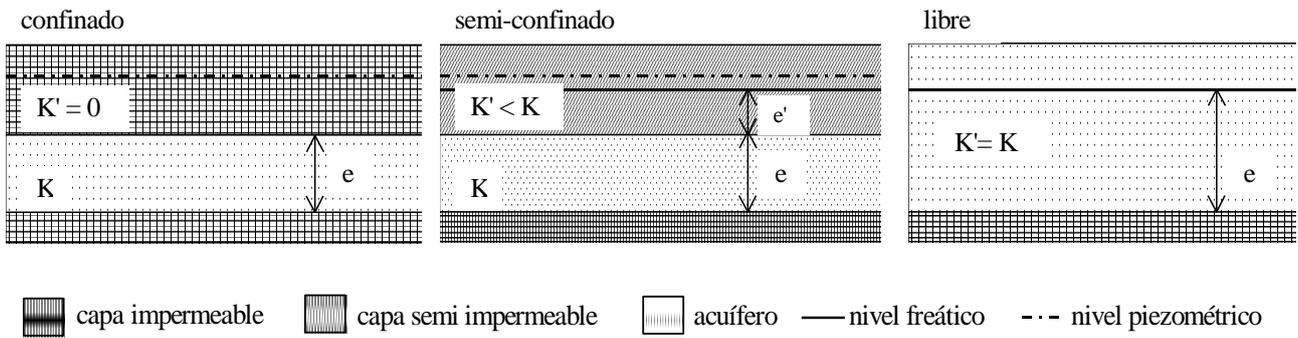


Figura 3.2. Tipos de acuíferos.

En el caso de un pozo que perfora totalmente un acuífero extensivo libre, ver figura 3.3 (a), la situación previa al bombeo corresponde a un régimen hidrostático cuyo límite superior es el nivel freático. Al comienzo del bombeo se produce una depresión en el nivel freático de las zonas próximas al pozo que disminuye, gradualmente, al aumentar la distancia al pozo. A una distancia  $R$ , el nivel freático, prácticamente, permanece constante por lo que se la denomina radio de influencia del pozo. Éste varía con las características del pozo y del acuífero, con el gasto del bombeo y con su duración. La depresión máxima  $\xi_p$  corresponde al propio pozo y se denomina abatimiento dinámico del pozo.

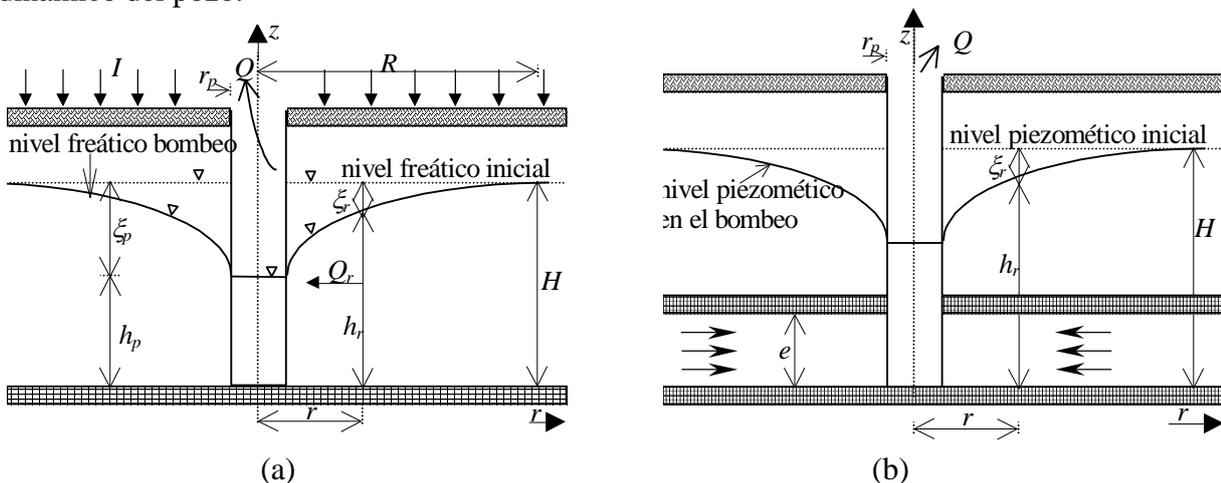


Figura 3.3. Pozo que atraviesa totalmente el acuífero: (a) acuífero libre y (b) acuífero confinado.

El descenso del nivel freático origina un gradiente hidráulico hacia el pozo que hace que el acuífero suministre el caudal  $Q$  elevado por la bomba. El agua atraviesa las paredes de sucesivos cilindros concéntricos con el pozo en su movimiento hacia él. Dado que la sección transversal, disminuye en la dirección del pozo (la altura del manto freático  $h$  disminuye), la velocidad del agua  $u$  aumenta. Por otra parte,  $u$  es proporcional al gradiente hidráulico por lo que la superficie libre adopta una forma acampanada cuya pendiente se incrementa en la proximidad al pozo. Se la denomina cono de depresión.

En el caso de un pozo artesiano, que atraviesa totalmente un acuífero extensivo confinado, ver figura 3.3 (b), la descripción del proceso anterior se mantiene esencialmente, con la diferencia de que las depresiones no son ocasionadas en el nivel freático, salvo en el mismo pozo, sino en el nivel piezométrico  $h$ . En el pocillo de observación el nivel del agua asciende hasta la altura  $h$ . Otra diferencia con el pozo ordinario es que la sección transversal que atraviesa el agua permanece constante (el espesor del acuífero  $e$  es constante).

En acuíferos libres, la presión a la que están sometidos la matriz del suelo y el agua suele ser relativamente pequeña, por lo que ambas se consideran incompresibles. En cambio en acuíferos confinados los efectos elásticos del material y del agua no deben ser ignorados.

En ambos tipos de acuíferos, al inicio del bombeo se incrementa rápidamente  $\xi_p$  y el cono de depresión se amplía. Al cabo de varias horas de bombeo, la expansión es imperceptible y se acepta la hipótesis de régimen permanente. Se observará, que a distancias iguales o superiores a  $R$ , la variación en la lectura del nivel freático o nivel piezométrico, según el caso, en los pocillos de observación allí situados es imperceptible. Un aumento en el caudal bombeado precisaría de un mayor descenso de  $\xi_p$  que proporcione el mayor gradiente hidráulico necesario. El equilibrio se produce cuando el caudal de recarga iguala al de bombeo, lo que suele suceder por filtraciones verticales o, principalmente, cuando el cono de depresión alcanza alguna reserva de agua natural (río, lago).

### 3.3. INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA DE POZOS

#### 3.3.1. Hipótesis de Dupuit

En un acuífero libre, la velocidad y el nivel freático varían de un punto a otro. Para conocer la velocidad  $\bar{u} = \bar{u}(x,y,z,t)$  en cada punto se debe conocer la altura de la capa freática  $h = h(x,y,z,t)$ . Puesto que ésta, rara vez es horizontal, excepto cuando se tiene una situación hidrostática, las superficies equipotenciales no son verticales y se debe de buscar la solución  $h(x,y,z,t)$  mediante la resolución de ecuaciones en derivadas parciales en el espacio tridimensional. Su solución se complica pues antes de resolver la ecuación no se conoce, exactamente, donde se encuentra el nivel freático y, por otra parte, la condición de límite que lo define es una ecuación no lineal. En consecuencia, su resolución no es práctica para el analizar la mayoría de las situaciones reales en los acuíferos libres.

Para simplificar el problema Dupuit (1863) observó que las pendientes del nivel freático eran muy pequeñas ( $1/10^3$  y  $1/10^2$ ). En condiciones de régimen permanente, sin recarga vertical del acuífero, el nivel freático constituye una línea de corriente, ver figura 3.4 (a). En un punto M cualquiera de ella, su velocidad ( $u_s$ ) es tangente a la línea de corriente y se cumple la ley de Darcy:

$$u_s = -K \frac{d\phi}{ds} = -K \frac{dz}{ds} = -K \text{sen } \theta \quad [3.1]$$

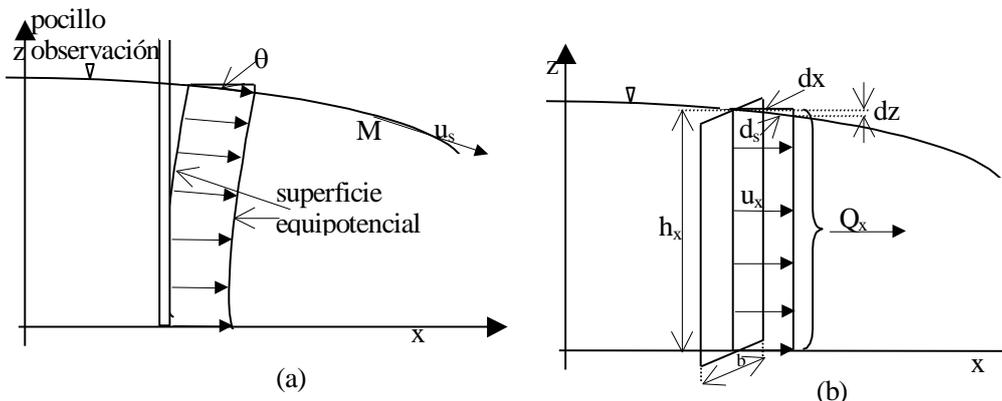


Figura 3.4 . Hipótesis de Dupuit.

donde:  $\phi = z + p/\gamma$  representa el potencial hidráulico.

La presión en el nivel freático es la atmosférica,  $p/\gamma = 0$ , por lo tanto  $\phi = z$ . Dado que  $\theta$  es muy pequeño, Dupuit propuso reemplazar  $\text{sen}(\theta)$  por  $\text{tan}(\theta) = dh/dx$ . El supuesto de  $\theta$  pequeño equivale a

considerar superficies equipotenciales verticales ( $\phi = \phi(x)$  en vez de  $\phi = \phi(x,y)$ ) y el tener un derrame horizontal, ver figura 2.4 (b). Por lo tanto aplicando la ecuación de Darcy se cumple:

$$u_x = -K \frac{\partial h}{\partial x}; \quad u_y = -K \frac{\partial h}{\partial y}; \quad h = h(x, y) \quad [3.2]$$

El gasto total  $Q$  que atraviesa una sección transversal de ancho  $b$  es:

$$Q_x = -b K h \frac{\partial h}{\partial x}; \quad Q_y = -b K h \frac{\partial h}{\partial y}; \quad \bar{Q} = -b K h \nabla h = -b K \frac{1}{2} \nabla h^2 \quad [3.3]$$

Se cumple que el gasto por unidad de ancho es:

$$\frac{\bar{Q}}{b} = -K h \nabla h = -K \frac{1}{2} \nabla h^2 \quad [3.4]$$

Una de las ventajas de las hipótesis de Dupuit es la eliminación de  $z$  como variable independiente. Equivale a reemplazar  $\phi(x,y,z)$  por  $h = h(x,y)$ . El gradiente de potencial hidráulico entre dos secciones verticales infinitamente próximas es despreciable por lo que el nivel freático permanece horizontal. Este último supuesto implica que el movimiento del agua es horizontal y que el potencial hidráulico  $h$  equivale al nivel freático (los puntos del nivel freático tienen presión atmosférica,  $\phi = h$  y las líneas verticales sobre esos puntos constituyen líneas equipotenciales donde  $\phi = h = \text{cte}$ ). En la práctica,  $h = h(x,y,t)$ .

### 3.3.2. Propiedades elásticas del acuífero

#### 3.3.2.1. Coeficiente de almacenamiento específico

La figura 3.5 (a) muestra el detalle de una sección transversal de un acuífero confinado en un medio poroso sin cohesión, es decir las fuerzas que mantienen unidas a las diferentes partículas sólidas son despreciables. En la figura 3.5 (b) se muestra el detalle de una porción elemental de dicho acuífero cortado por un plano AB.

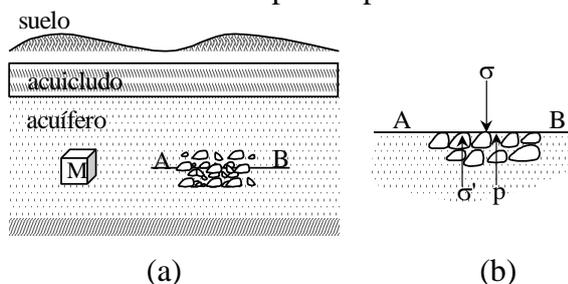


Figura 3.5. Propiedades elásticas de un acuífero: (a) sección transversal y (b) detalle de la porción de acuífero cortado por el plano AB con las tensiones a las que está sometido.

El peso del suelo y del agua, así como el peso de cualquier otro elemento colocado sobre la superficie del suelo por encima del plano AB, producen una sobrecarga  $\sigma$  que se equilibra con la tensión  $\sigma'$  que soporta la matriz del suelo y con la presión  $p$  del agua en el acuífero. Se cumple:

$$\sigma = \sigma' + p \quad [3.5]$$

Las tres magnitudes de la ecuación anterior tienen la dimensión de una fuerza por unidad de superficie. Se supone que todas ellas se aplican sobre la superficie del plano AB aunque en realidad, esto solo se cumple en la primera de ellas. En las restantes la superficie de aplicación es más pequeña.

La ecuación (3.5) considera únicamente los esfuerzos verticales y desprecia la deformación horizontal que sufre el acuífero. Si  $\sigma$  varía, variará también la tensión del suelo y la presión del agua. Se cumple:

$$d\sigma = d\sigma' + dp \quad [3.6]$$

Con  $\alpha$  constante, al modificar la presión del agua, por ejemplo por extracciones de bombeo o por recarga artificial del acuífero, se modifica, también, la tensión que soporta la matriz del suelo. Se cumple:

$$d\sigma = 0 = d\sigma' + dp; \quad d\sigma' = -dp \quad [3.7]$$

Aunque la compresibilidad del agua es muy pequeña su efecto no debe ser despreciado en el caso de acuíferos confinados. Se define el coeficiente de compresibilidad del agua  $\beta$  como:

$$\beta = -\frac{\partial V_a / V_a}{\partial p} = \frac{\partial \rho / \rho}{\partial p} \quad [3.8]$$

donde:  $V_a$  y  $\rho$  son, respectivamente, el volumen y densidad de una masa de agua sujeta a cambios de presión. El signo (-) indica un aumento de presión al disminuir el volumen de agua y viceversa. Considerando  $\beta =$  constante se obtiene:

$$V_a = V_{a0} e^{(-\beta(p-p_0))}; \quad \rho = \rho_0 V_{a0} e^{(\beta(p-p_0))} \quad [3.9]$$

donde: el subíndice  $_0$  hace referencia a las condiciones iniciales.

La matriz del acuífero es elástica. El coeficiente de compresibilidad de la matriz  $\alpha$  se define por:

$$\alpha = -\frac{\partial V_t / V_t}{\partial \sigma'} \quad [3.10]$$

donde:  $V_t$  representa el volumen global de la porción de acuífero.

Se acepta que la elasticidad de las partículas sólidas es mucho menor que la que corresponde a la matriz en su conjunto, por lo que el volumen de la fracción sólida del suelo  $V_s$  permanece constante. Al variar  $\sigma'$  se deforma, las partículas sólidas se desplazan y se reorganizan posteriormente. En consecuencia, se modifica la porosidad del medio. Se cumple:

$$V_s \equiv (1-P)V_t = cte; \quad \frac{\partial V_s}{\partial \sigma'} = 0; \quad \frac{1}{V_t} \frac{\partial V_t}{\partial \sigma'} = \frac{1}{(1-P)} \frac{\partial P}{\partial \sigma'} \quad [3.11]$$

$$\alpha = \frac{1}{1-P} \frac{\partial P}{\partial \sigma'} = \frac{1}{1-P} \frac{\partial P}{\partial p}$$

La ec. (3.11) relaciona la variación de porosidad con la variación en la presión del agua.

El bombeo origina una caída de presión en el acuífero y en consecuencia según la ec. (3.7) se aumenta la tensión soporta por fracción sólida lo que provoca la compactación del medio poroso y la reducción en la porosidad. Al disminuir la presión del agua, ésta se expande cumpliéndose la ec. (3.8). La combinación de estos dos efectos, expansión del agua y disminución de la porosidad, provoca la salida del agua del acuífero. Contrariamente, al añadir agua al acuífero, la presión del agua aumenta y por consiguiente, disminuye  $\sigma'$  y aumenta  $P$ . Supuesto que la matriz y el agua se comportan como cuerpos elásticos, dentro de unos límites prefijados, los dos procesos descritos serían reversibles. En la realidad, sin embargo, las variaciones en la matriz son irreversibles.

Se define almacenamiento específico del medio poroso del acuífero  $S_0$  [ $L^{-1}$ ] como el volumen de agua extraído, o añadido, a un volumen unitario de acuífero por unidad de disminución del nivel piezométrico:

$$S_0 = \frac{\Delta V_a}{V_t \Delta p} \quad [3.12]$$

De la ecuación anterior se deduce que la adición de un volumen de agua  $\Delta V_a$  a un volumen  $V_t$  de acuífero confinado, aumenta la carga piezométrica en:  $\Delta h = \Delta V_a / (S_0 \Delta V_t)$ .

### 3.3.2.2. Almacenamiento del agua en un acuífero

En acuíferos confinados, el coeficiente de reserva o almacenamiento  $S$  [-] expresa el volumen de agua que cada columna de acuífero de sección horizontal unidad tiende a ceder (o a ganar), cuando el nivel piezométrico desciende (o aumenta) en una unidad. Se cumple:  $S = S_0 e$ . En un acuífero libre, la porosidad efectiva ó rendimiento específico  $V$  [-] es el volumen de agua que cada columna de acuífero de sección horizontal unidad tiende a ceder (o aumentar) cuando el nivel freático desciende (o aumenta) en una unidad.

El almacenamiento de agua en los dos tipos de acuíferos se debe a diferentes efectos. En el confinado se deriva de los efectos elásticos de la matriz y del agua mientras que en el libre, el agua drena del espacio poroso comprendido entre dos posiciones del nivel freático. No todo el agua contenida en los poros se drena, parte de ella queda retenida por capilaridad por lo que  $V < P$ , de ahí el nombre de porosidad efectiva. La retención específica expresa el volumen de agua retenido, por unidad superficie horizontal y por unidad de descenso del nivel freático, una vez acabado el drenaje. La figura (3.6) muestra la variación de los conceptos expuestos con el tamaño de partícula sólida.

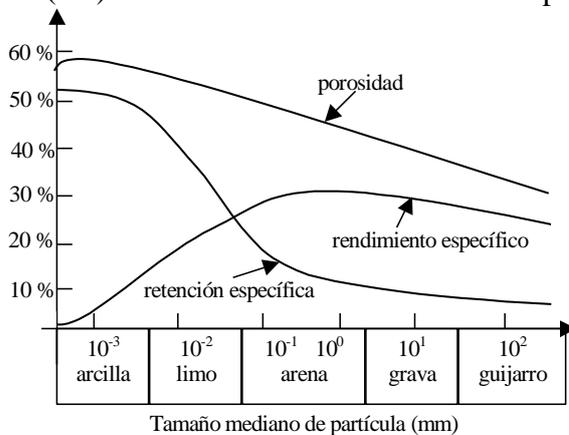


Figura 3.6. Variación de la porosidad, rendimiento específico y retención específica con el tamaño de partícula.

En situaciones con descenso rápido en el nivel freático, el agua de los poros de la columna de acuífero comprendida entre dos posiciones del mismo, una de ellas correspondiente a un tiempo  $t$  y la otra a un tiempo posterior  $t + \Delta t$ , no drena de forma instantánea. En estas condiciones  $V$  depende del tiempo y se aproxima gradualmente a su valor definitivo tal como muestra la figura 3.7. Por el contrario, si la variación del nivel freático es lenta, los cambios en el contenido de humedad tienen tiempo de adaptarse a la nueva situación y  $V$  es independiente del tiempo.

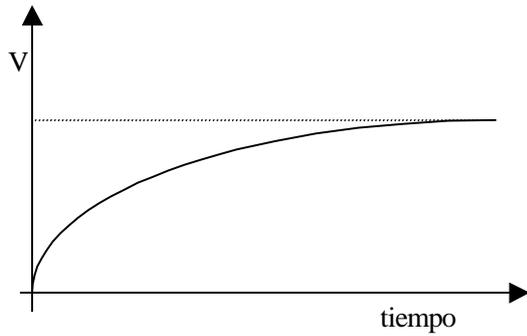


Figura 3.7. Relación entre el rendimiento específico y el tiempo.

Al descender el nivel freático disminuye la presión del acuífero. En principio, este descenso produciría la extracción del agua debido a los efectos elásticos de la matriz y del agua. Sin embargo, el volumen de agua  $\Delta V_a$  extraído del acuífero, por unidad de área y por unidad de descenso de su carga hidráulica, derivado de ellos,  $(\Delta V_a)_1 = S_0 h$ , es mucho menor que el volumen de agua proveniente del drenaje del espacio poroso,  $(\Delta V_a)_2 = V$ . En consecuencia, el primero de ellos puede despreciarse.

En acuíferos confinados el valor típico de  $S$  oscila entre  $10^{-4}$  y  $10^{-6}$ , aproximadamente un 40% proviene de la expansión del agua y un 60% de la compresión del medio.

### 3.3.3. Generalización de la ecuación de Darcy

La ecuación de continuidad, sin considerar manantiales ni sumideros, aplicada a una porción de acuífero elemental con caras paralelas a los ejes coordenados y con forma y dimensión invariables, ver figura 3.5 (a), es

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u}) = -\frac{\partial \rho P}{\partial t} \quad [3.13]$$

donde:  $\rho$  y  $\bar{u}$  representan, respectivamente, la densidad y la velocidad del punto M en el instante t.

Cada miembro de la ecuación anterior representa una aportación másica por unidad de volumen del acuífero en la unidad de tiempo. Considerando la ec. (3.7), el segundo término de la ecuación anterior, supuesto  $\rho = \rho_{(M)}$ , se expresa por:

$$\frac{\partial(\rho P)}{\partial t} = \rho \frac{\partial P}{\partial t} + P \frac{\partial \rho}{\partial t} = \left( \rho \frac{\partial P}{\partial p} + P \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad [3.14]$$

Según las expresiones (3.7), (3.8), (3.10) y (3.11), y supuesto, además, que la altura piezométrica  $h$ , de un líquido compresible viene dada por  $h = z + \int \frac{dp}{\rho_{(M)} g}$  la ec. (3.14) se transforma en:

$$\frac{\partial(\rho P)}{\partial t} = \rho [\alpha(1-P) + \beta P] \frac{\partial p}{\partial t} = g \rho^2 [\alpha(1-P) + \beta P] \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.15]$$

donde:  $h$  es el potencial hidráulico.

La expresión  $\rho g^2 [\alpha(1-P) + \beta P]$  expresa la masa de agua extraída (o almacenada) por unidad de volumen de acuífero y por unidad de descenso (o elevación) de  $h$ . Se cumple:

$$g \rho^2 [\alpha(1-P) + \beta P] \equiv \rho S_0 \quad [3.16]$$

La expresión anterior relaciona el coeficiente de almacenamiento específico con las propiedades elásticas de la matriz y del agua. Sustituyendo estos cambios en la ec. (2.13) se obtiene:

$$\nabla \cdot (\rho \bar{u}) = -\rho S_0 \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.17]$$

En régimen permanente  $\partial h / \partial t = 0$ . En el caso de que la matriz y el agua sean incompresibles (caso de acuíferos libres),  $S_0 = 0$  y  $\rho = \text{cte}$ , la ec. (3.17) se simplifica a:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad [3.18]$$

En la mayoría de las situaciones relacionadas con las aguas subterráneas se cumplen los siguientes supuestos:

- La velocidad de deformación de las partículas sólidas es muy pequeña respecto a la velocidad del agua y se cumplirá la ecuación de Darcy.
- $S_0$  y  $K$  permanecen constantes al variar  $P$  por la deformación de la matriz. La variación de  $P$  y de  $\rho$  se supone despreciable.
- La variación de la densidad en el espacio es mucho menor que en el tiempo.
- El valor de  $K$  es constante aunque  $\rho = \rho(P)$ .

Bajo estos supuestos la ec. (3.17) se transforma en:

$$\nabla \cdot (K \nabla h) = S_0 \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.19]$$

En un medio isótropo y homogéneo la ecuación anterior adopta la forma siguiente:

$$K \nabla^2 h = K \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = S_0 \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.20]$$

La ec. (3.20) representa la ecuación general del movimiento del agua en el acuífero que deberá ser integrada con las condiciones de límite y condición inicial que corresponda a cada situación.

En situación de régimen permanente y medio poroso y líquido incompresibles, la ec. (3.20) adopta la forma de la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 h = \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad [3.21]$$

La presencia de fuentes (recarga del acuífero) o sumideros (presencia de otros pozos) modifica la expresión (3.13). Se añadirá a su primer miembro un término adicional que corresponda a la aportación másica añadida, o extraída, en la unidad de tiempo y de volumen del medio poroso.

### 3.3.4. Ecuaciones fundamentales del movimiento del agua en un acuífero

### 3.3.4.1 Acuífero libre

La ecuación general del movimiento del agua en un acuífero se obtiene, aceptadas las hipótesis de Dupuit, a partir de la ecuación de continuidad aplicada a la porción de acuífero elemental limitado por una capa impermeable y por el nivel freático, ver figura 3.8 (a). Considérese la columna elemental de acuífero de altura  $h$ , comprendida entre una capa impermeable de superficie  $dx dy$ , situada sobre el plano formado por los ejes XY, y el nivel freático, ver figura 3.8 (b). Las componentes de la velocidad en las direcciones X e Y son:

$$u_x = -K \frac{\partial h}{\partial x}; \quad u_y = -K \frac{\partial h}{\partial y}$$

Por lo tanto los caudales elementales  $q_x$  y  $q_y$  [ $LT^{-1}$ ] que entran, respectivamente, por sendas caras, de superficie  $h dy$  y  $h dx$ , en las direcciones X e Y de la columna de acuífero son:

$$q_x = -K \frac{\partial h}{\partial x} (h dy); \quad q_y = -K \frac{\partial h}{\partial y} (h dx)$$

Los caudales elementales  $q_{x+dx}$  y  $q_{y+dy}$  [ $LT^{-1}$ ] que salen, respectivamente, por sendas caras paralelas y opuestas a las anteriores, en las direcciones X e Y de la columna son:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{q_x}{\partial x} dx; \quad q_{y+dy} = q_y + \frac{q_y}{\partial y} dy$$

Las aportaciones volumétricas  $V_i$ , durante un tiempo  $dt$ , en cada dirección son las siguientes:

- Dirección OX:

$$V_x - V_{x+dx} = -\frac{\partial V_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial h}{\partial x} h dy \right) dx dt \quad [3.22]$$

- Dirección OY:

$$V_y - V_{y+dy} = -\frac{\partial V_y}{\partial y} dy = \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial h}{\partial y} h dx \right) dy dt \quad [3.23]$$

Dirección OZ:

$$I dx dy dt \quad [3.24]$$

donde  $I$  expresa el volumen de agua infiltrado por unidad de superficie en la unidad de tiempo. Valores positivos muestran una recarga del acuífero y valores negativos evaporación.

El incremento del volumen de agua almacenado en la porción de acuífero elemental  $dV_a$ , asociado con un cambio de nivel freático  $dh$ , durante un tiempo  $dt$ , viene dado por:

$$dV_a = V \frac{\partial h}{\partial t} dt dx dy \quad [3.25]$$

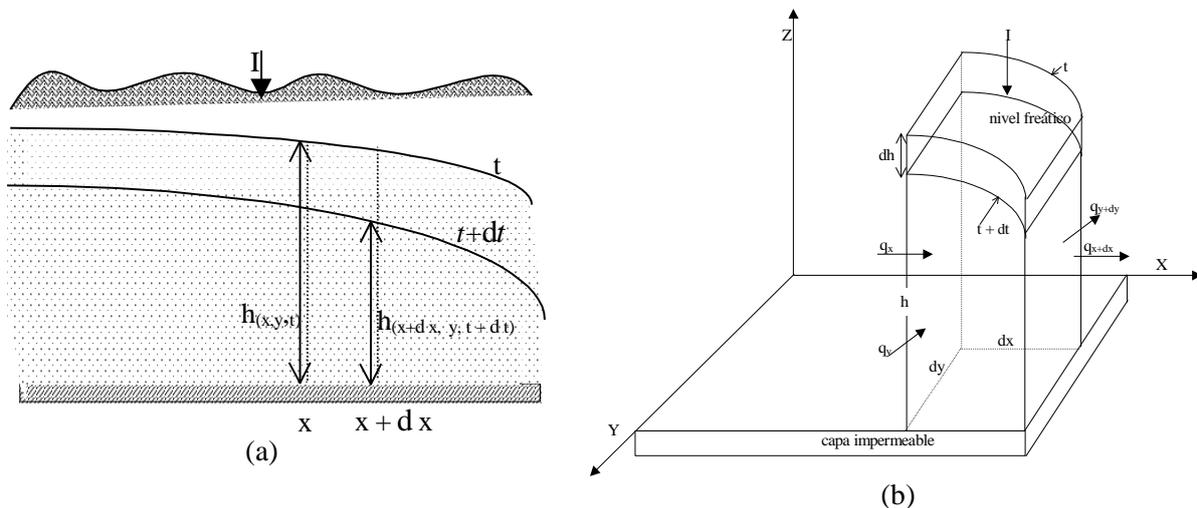


Figura 3.8. Balance hídrico en régimen variable: (a) sección transversal de acuífero libre y (b) porción elemental del mismo.

El balance global en un acuífero homogéneo e isótropo,  $K = \text{cte}$ , sin considerar otras fuentes o sumideros internos ni tener en cuenta las propiedades elásticas de la matriz y del agua ( $V \gg S_0 h$ ), es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I = V \frac{\partial h}{\partial t}; \quad [3.26]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{I}{K} = \frac{V}{K} \frac{\partial h}{\partial t}$$

La expresión anterior es la ecuación general, no lineal, del movimiento del agua en un acuífero libre con superficie impermeable horizontal. Se la conoce como ecuación de Boussinesq.

Se denomina transmisividad del acuífero  $T [L^2 T^{-1}]$  al producto de la conductividad hidráulica por su espesor. Representa el caudal que atraviesa el espesor del acuífero, por unidad de ancho, cuando el gradiente hidráulico es también la unidad. En acuíferos libres  $T = K h$  y su valor varía en el tiempo ( $h = h(t)$ ).

Para linearizar la ec. (3.26), se supone que el valor de  $h$  es mucho mayor que su variación por lo que se considera constante y equivalente al valor medio del espesor del acuífero  $h_m$ . Reemplazando, en la ecuación anterior  $K h$  por  $T = K h_m$ , se obtiene la ecuación lineal siguiente:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{I}{T} = \frac{V}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.27]$$

La ecuación anterior se utiliza en el estudio del derrame variable hacia zanjas y drenes de avenamiento, donde las hipótesis de partida aproximan con suficiente precisión las situaciones reales.

La ec. (3.26) se también obtiene, supuesto  $I=0$ , con la integración de la ecuación general (3.20) entre las condiciones de contorno que definen la capa impermeable y el nivel freático.

### 3.3.4.2. Acuífero confinado

De forma análoga al caso del acuífero ordinario, se aplica la ecuación de continuidad a la porción de acuífero extensivo elemental, de espesor  $e$  constante, delimitado por las capas impermeables, de superficie  $dx dy$ , ver figuras 3.9 (a) y (b).

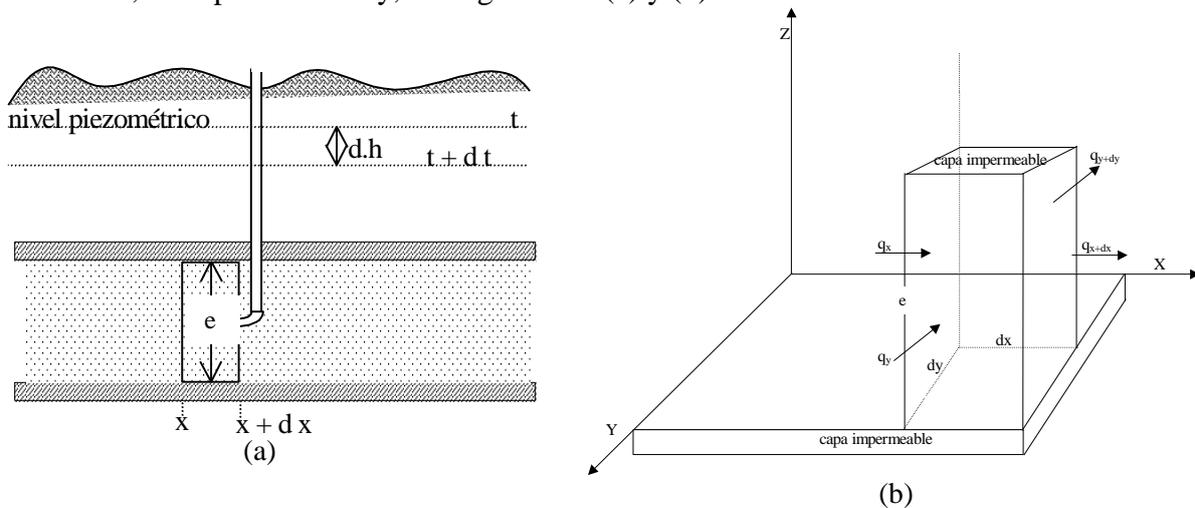


Figura 3.9. Balance hídrico en régimen variable: (a) sección transversal de acuífero confinado y (b) porción elemental del mismo en forma de paralelepípedo.

En un acuífero homogéneo e isótropo,  $T = K e = \text{cte}$ , el balance global, sin considerar la influencia de fuentes o sumideros internos, es el siguiente:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.28]$$

Obsérvese que las ecs. (3.27), con  $I=0$ , y (3.28) tienen la misma forma. Ésta última, también puede obtenerse a partir de la ecuación general (3.20) que en situaciones con movimiento horizontal, se transforma en un movimiento plano. Se determina un valor medio del potencial que corresponde a cada sección vertical que se extiende desde el extremo inferior del acuífero confinado hasta el extremo superior, limitado por la capa impermeable. En régimen permanente,  $\partial h / \partial t = 0$ , la ec. (3.28) se simplifica a la ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad [3.21']$$

### 3.4. TEORÍA DE POZOS

El análisis que sigue es de aplicación al caso de pozos aislados que penetran totalmente el acuífero por lo que el derrame es horizontal. Los supuestos de partida son los siguientes:

- Se cumple la ecuación de Darcy.
- El acuífero es extensivo, homogéneo e isótropo.
- El caudal extraído del acuífero se produce al mismo tiempo que el descenso del nivel freático o piezométrico.
- La pérdida de carga de entrada al pozo es despreciable.
- El acuífero se asienta sobre una superficie horizontal.
- El espesor del acuífero confinado es constante.
- El nivel freático, o piezométrico, antes del bombeo es (casi) horizontal.
- El flujo de agua tiene simetría radial.

Y en el caso de régimen variable además se supone:

- El almacenamiento de agua en el pozo es despreciable, lo que equivale a considerar el diámetro del pozo muy pequeño.

Aunque, los acuíferos reales son heterogéneos y anisótropos, no resta precisión a los resultados obtenidos con dichos supuestos. En la práctica, se admite que la continuidad entre las formaciones geológicas da lugar a una interacción de corrientes subterráneas locales, que permiten suponer que el cono de depresión se desarrolla de forma que refleje los valores medios para los parámetros que resuelven el problema. Por lo que, los resultados obtenidos con los supuestos anteriores tienen un campo de aplicación menos limitado de lo que en principio podría pensarse.

### 3.4.1. Régimen permanente

#### 3.4.1.1. Acuífero libre

En la figura 3.3 (a) se muestra un pozo perforado en un acuífero libre en situación de régimen permanente. Éste se produce cuando el cono de depresión, en su expansión, intercepta una fuente de alimentación natural (río, lago) ó recarga artificial y se cumple que el caudal procedente de la recarga iguala al de bombeo  $Q$ . En esta situación, tanto uno como otro, se consideran constantes.

Considerando la intensidad de recarga vertical  $I=0$ , se cumple la ecuación de Laplace (3.21') que expresada en coordenadas polares ( $r^2=x^2+y^2$ ) queda:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = 0 \quad [3.21'']$$

Su resolución analítica, con las condiciones de contorno que definen el problema, es complicada por lo que suele resolverse por métodos numéricos. Sin embargo, si se consideran las hipótesis de Dupuit y se aplica la ecuación de continuidad a la capa de acuífero, alrededor del pozo, de forma cilíndrica con radio  $r$ , ver figura 3.3 (a), se obtiene una ecuación lineal fácil de integrar:

$$Q = 2\pi r h K \frac{dh}{dr} \quad [3.29]$$

donde:  $dh/dr$  representa el gradiente hidráulico que se corresponde con la pendiente del nivel freático a la distancia  $r$  del pozo.

Las condiciones de contorno que definen el problema son las siguientes:

$$\begin{aligned} r = r_p &\rightarrow h = h_p \\ r = R &\rightarrow h = H \end{aligned} \quad [3.30]$$

Al integrar la ec. (3.29) con las condiciones de contorno (3.30) se llega a:

$$H^2 - h_p^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{R}{r_p}\right); \quad H - h_p = \xi_p = \frac{1}{H + h_p} \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{R}{r_p}\right) \quad [3.31]$$

Reorganizando la ecuación anterior se obtiene la ecuación de Dupuit-Forchheimer:

$$Q = \frac{\pi K(H^2 - h_p^2)}{\text{Ln}\left(\frac{R}{r_p}\right)} \quad [3.32]$$

La ec. (3.31), al estar basada en los supuestos de Dupuit, subestima la altura del cono de depresión en las proximidades del pozo, ver figura 3.10. No considera la variación de la velocidad en la sección vertical e ignora la existencia de superficies de escurrimiento, como la AB, en las proximidades del pozo (supone  $h_s = h_p$ ). Sin embargo, los resultados obtenidos ofrecen una precisión satisfactoria en la mayoría de las situaciones planteadas.

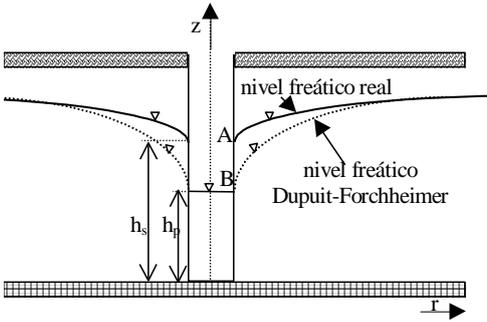


Figura 3.10. Descenso del nivel freático en las proximidades del pozo.

La ec. (3.29) puede ser referida a otras condiciones de límite, por ejemplo, las alturas piezométricas  $h_1$  y  $h_2$  medidas en los pocillos de observación situados, respectivamente, a distancias  $r_1$  y  $r_2$  del pozo. Para esta situación se obtiene:

$$Q = \frac{\pi K(h_2^2 - h_1^2)}{\text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad [3.32']$$

Con las condiciones de contorno,  $r = r$  y  $h(r) = h_r$ ;  $r = R$  y  $h(R) = H$ , se obtiene:

$$H^2 - h_r^2 = \frac{Q}{\pi K} \text{Ln}\left(\frac{R}{r}\right); \quad H - h_r = \xi_r = \frac{1}{H + h_r} \frac{Q}{\pi K} \text{Ln}\left(\frac{R}{r}\right) \quad [3.31']$$

En la ecuación anterior se observa que para  $r \rightarrow \infty$ ,  $h_r \rightarrow \infty$  lo que es imposible. La condición de régimen permanente no puede hacerse extensiva a la totalidad del acuífero y dicha ecuación sólo será válida en la zona próxima al pozo donde se establece el régimen permanente.

En acuíferos de gran espesor y descenso del nivel freático pequeño,  $\xi_r = H - h_r \ll H$ , se cumple que:  $H + h_r \approx 2H$  y la ec. (3.31) cambia a:

$$\xi_r = \frac{Q}{\pi K(2H)} \text{Ln}\left(\frac{R}{r}\right) \quad \text{ó} \quad \xi_r = \frac{Q}{2\pi T} \text{Ln}\left(\frac{R}{r}\right) \quad [3.33]$$

donde:  $T = K(H + h_r)/2 \approx KH$  representa el valor medio de la transmisividad del acuífero.

La ec. (3.33) es la misma que la ec. (3.36'''), correspondiente a un acuífero confinado, por lo que un acuífero libre de gran espesor y descenso del nivel freático pequeño, puede ser caracterizado como un acuífero confinado.

Considerando dos puntos uno a distancia  $r_1$  del pozo, con abatimiento  $\xi_1$ , y otro a distancia  $r_2$  del pozo, con abatimiento  $\xi_2$ , se cumple según (3.32):

$$h_{r_2}^2 - h_{r_1}^2 = \frac{Q}{\pi K} \operatorname{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right); \quad (H - \xi_2)^2 - (H - \xi_1)^2 = \frac{Q}{\pi K} \operatorname{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\left(\xi_1 - \frac{\xi_1^2}{2H}\right) - \left(\xi_2 - \frac{\xi_2^2}{2H}\right) = \frac{Q}{2\pi KH} \operatorname{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad [3.34]$$

$$\xi_1' - \xi_2' = \frac{Q}{2\pi KH} \operatorname{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

donde:  $\xi' = \xi - \xi^2/(2H)$  representa el abatimiento corregido (abatimiento que se produciría en un acuífero confinado equivalente al acuífero freático).

Por otra parte, la ec. (3.31) se aplica a situaciones donde el abatimiento  $\xi$  representa una pequeña proporción del espesor del acuífero (aproximadamente, un 10 ó 15 % de H). Sin embargo, en acuíferos con pequeño espesor, este supuesto puede no cumplirse por lo que, el valor de  $\xi$  se sustituye por el de  $\xi'$ .

#### 3.4.1.2 Acuífero confinado

Se considera un pozo que penetra completamente un acuífero extensivo, confinado, homogéneo e isótropo de espesor  $e$ , constante, como el representado en la figura 3.3 (b) que se encuentra en equilibrio. Dado que tiene simetría radial y se aceptan las hipótesis de Dupuit la variación del nivel piezométrico  $h_r$ , aquí  $h = p/\gamma + z$ , puede obtenerse, al igual que en el pozo ordinario, a partir de la ecuación de Laplace (3.21") integrada con las condiciones de contorno oportunas.

Por otra parte, la variación del nivel piezométrico también se obtiene, directamente, a partir de la ecuación de continuidad aplicada a la porción de acuífero comprendida entre dos cilindros concéntricos de radios  $r_p$  y  $r$ . Se obtiene:

$$Q = 2\pi r e K \frac{dh}{dr} \quad [3.35]$$

Con las condiciones de contorno (2.30) aplicadas a la integración de la ecuación anterior se llega a:

$$H - h_p = \xi_p = \frac{Q}{2\pi K e} \operatorname{Ln}\left(\frac{R}{r_p}\right) = \frac{Q}{2\pi T} \operatorname{Ln}\left(\frac{R}{r_p}\right) \quad [3.36]$$

Considerando dos pocillos de observación distantes unas distancias  $r_1$  y  $r_2$  del pozo la ecuación anterior se transforma en la ecuación de Thiem (1906):

$$h_{r_2} - h_{r_1} = \xi_1 - \xi_2 = \frac{Q}{2\pi K e} \operatorname{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad [3.36']$$

Con las condiciones de límite,  $r = r$  y  $h(r) = h_r$ ,  $r = r_p$  y  $h(r_p) = h_p$ , se obtiene:

$$h_r - h_p = \frac{Q}{2\pi K e} \operatorname{Ln}\left(\frac{r}{r_p}\right) \quad [3.36'']$$

De la ecuación anterior se deduce que la carga piezométrica  $h_r$  aumenta indefinidamente con la distancia al pozo,  $r$ , pero su valor debe ser inferior a  $h(R)=H$ . Por lo tanto, la condición de régimen permanente no es extensiva a todo el acuífero y dicha ecuación sólo será válida en la zona próxima al pozo donde se establece el régimen permanente.

Con las condiciones de límite,  $r=r$  y  $h(r)=h_r$ ,  $r=R$  y  $h(R)=H$ , se obtiene:

$$H - h_r = \xi_r = \frac{Q}{2\pi Ke} \operatorname{Ln}\left(\frac{R}{r}\right) \quad [3.36''']$$

Los parámetros  $T$  ( $T=Ke$ ) y  $S$  caracterizan al acuífero pues representan, respectivamente, su capacidad para transportar y almacenar (o ceder) agua.

De las expresiones de Dupuit-Forchheimer (3.32) y de Thiem (3.36) se deduce que los caudales bombeados son proporcionales a  $K$ . Por otra parte, un cambio en el diámetro del pozo influye poco sobre el caudal bombeado pues su relación con él está en razón inversa a  $\operatorname{Ln}(R/r_p)$ .

### 3.4.2. Régimen variable

Dado que el valor de la velocidad en un medio poroso es pequeño, se puede ignorar la influencia de la aceleración local. El derrame puede ser estudiado como una sucesión de situaciones en movimiento permanente de duración infinitesimal, por lo que se podrá seguir aplicando la ecuación de Darcy.

#### 3.4.2.1. Acuífero libre

La ecuación diferencial de Boussinesq (3.26) caracteriza el comportamiento de los acuíferos libres. Transformada a coordenadas cilíndricas y considerando  $I=0$  queda como:

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h^2}{\partial r} = \frac{2V}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.37]$$

La solución de la ecuación anterior precisa definir unas condiciones de contorno difíciles de definir pues la posición del nivel freático cambia en el tiempo. La condición inicial también es difícil de precisar pues no se conoce la posición del nivel freático en el instante inicial  $t=0$ , salvo que corresponda a una situación previa estática o de régimen permanente conocido.

Conviene recordar los supuestos de partida:  $V$  es constante, el alumbramiento de agua se produce al mismo tiempo que el descenso del nivel freático y a su vez, la variación de agua almacenada en el acuífero es linealmente proporcional a la depresión producida. Sin embargo, en la práctica, el alumbramiento del agua se produce después del abatimiento. La zona subsaturada, por encima de la franja capilar alimenta al nivel freático por lo que  $V$  aumenta de forma gradual, con menor intensidad con el tiempo de bombeo. Si éste es suficientemente grande,  $V$  tiende hacia un valor constante, ver figura 3.7. Los estudios analíticos de pozos ordinarios y de situaciones de avenamiento tienden a considerar el derrame en saturación con independencia de la filtración en subsaturación producida sobre la franja capilar.

La ec. (3.37) es no lineal. Sustituyendo  $h$  por  $H-\xi$  y considerando  $\xi' = \xi - \xi^2/(2H)$  se transforma en:

$$\frac{\partial^2 \xi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi'}{\partial r} = \frac{H}{(H-\xi)} \frac{V}{KH} \frac{\partial \xi'}{\partial t} \quad \text{con} \quad \frac{\partial \xi'}{\partial t} = \frac{H-\xi}{H} \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad [3.38]$$

Supuesto los parámetros  $T$  ( $T=KH$ ) y porosidad efectiva aparente  $V'$  ( $V'=VH/(H-\xi)$ ) constantes, la ec. (3.38) se lineariza y transforma en:

$$\frac{\partial^2 \xi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi'}{\partial r} = \frac{V'}{T} \frac{\partial \xi'}{\partial t} \quad [3.38']$$

Las estimaciones obtenidas con la ecuación anterior ofrecen una buena precisión siempre que  $\xi \ll H$ . Si se cumple  $\xi \ll 0,02 h_m$  ésta se transforma a:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{V}{T} \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad [3.38'']$$

donde:  $T=Kh_m$ .

La solución  $\xi=\xi(r,t)$  ó  $\xi'=\xi'(r,t)$  viene dada por las expresiones (3.44) y (3.45) que se verán a continuación.

#### 3.4.2.2. Acuífero confinado

Supuesto el coeficiente de almacenamiento  $S$  y el caudal alumbrado  $Q$  constantes, se aplica la ecuación de continuidad a la porción de acuífero limitada por dos cilindros concéntricos, al pozo, situados a las distancias  $r$  y  $r + \Delta r$ , ver figuras 3.11. El balance volumétrico, durante un tiempo  $\Delta t$ , es:

$$[Q_r - Q_{r+\Delta r}] \Delta t = 2\pi r \Delta r [h_{(r,t)} - h_{(r,t+\Delta t)}] S \quad [3.39]$$

Dividiendo por  $\Delta r \Delta t$  y haciendo  $\Delta r \rightarrow 0$  e  $\Delta t \rightarrow 0$ , la ecuación anterior se transforma en:

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = 2\pi r S \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.40]$$

El caudal  $Q_r$ , a una cierta distancia  $r$  del pozo, viene dado por:

$$Q_r = 2\pi r T \frac{\partial h}{\partial r} \quad [3.41]$$

Introducido (3.41) en (3.40) queda:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad [3.42]$$

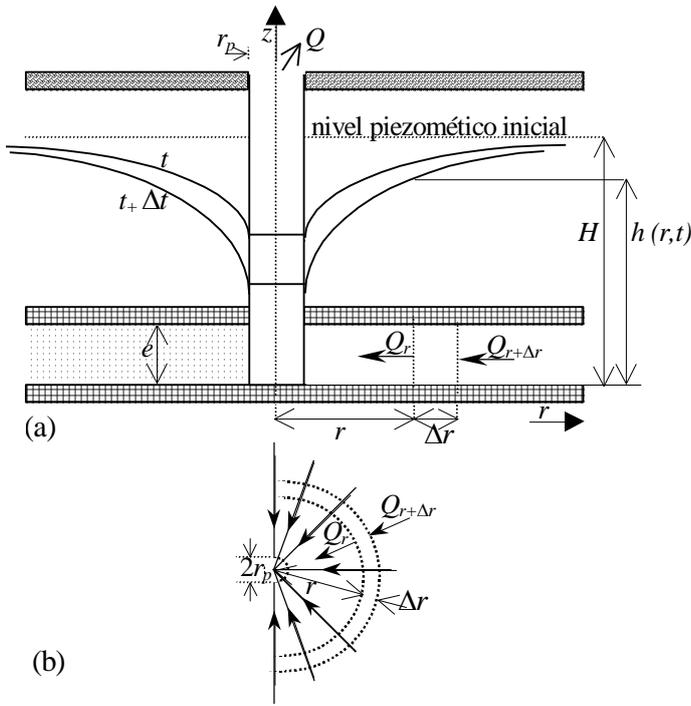


Figura 3. 11. Régimen variable en un pozo confinado: (a) sección transversal y (b) planta.

La ec. (3.42) describe el movimiento de agua en un acuífero confinado y coincide con la ec. (3.28), pero expresada en coordenadas cilíndricas.

Considerando  $\xi(r,t) = H - h(r,t)$  y sustituyendo en (3.42) se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad [3.43]$$

donde:  $\alpha = T/S$ .

Se observa que las ecs. (3.43) y (3.38") tienen la misma forma matemática,  $\alpha = T/V$  en acuíferos libres, por lo que su resolución será análoga. No obstante, las condiciones para las que se desarrolla la ecuación lineal de Boussinesq son más restrictivas, por lo que los resultados obtenidos al integrar dicha ecuación serán de menor aplicación en el caso de acuíferos libres.

### 3.4.2.3. Bombeo con caudal constante. Función del pozo

La condición inicial CI y las condiciones de contorno CC para resolver la ec. diferencial (3.43) son las siguientes:

-CI:

$$\xi(r,0) = 0, \quad \forall r$$

-CC:

$$\xi(\infty,t) = 0, \quad \forall t$$

$$Q = 0 \quad \text{cuando } t < 0$$

$$Q = \text{cte} \quad \text{cuando } t \geq 0$$

A partir de (3.41) y con  $Q = \text{cte}$  se cumple:  $\lim_{r=r_p \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) = -\frac{Q}{2\pi T}$  cuando  $t \geq 0$

La primera de las condiciones de contorno indica la posición horizontal del nivel freático o piezométrico antes de comenzar el bombeo. La segunda, establece que el abatimiento se anula a distancias muy grandes del pozo. La tercera, define la constancia del caudal alumbrado durante el periodo de bombeo y la cuarta indica que el flujo de agua hacia el pozo iguala al caudal bombeado.

Theis (1935) fue el primer autor en resolver de forma analítica la ecuación (3.43) con las condiciones de contorno e inicial anteriores basándose en la misma analogía utilizada en el transporte de calor en sólidos. La solución de Theis fue la siguiente:

$$\xi(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad [3.44]$$

$$u = \frac{r^2}{4\alpha t} \quad [3.45]$$

donde:  $W(u)$  es la función del pozo de Theis y  $u$  es la variable de Boltzman. Los valores de  $u$  están tabulados al no conocerse la integral exacta.

La ecuación (3.44) estima el descenso del nivel piezométrico producido a una distancia  $r$  del pozo, durante un tiempo  $t$ , cuando el caudal  $Q$  es constante. Esta ecuación es la utilizada en los ensayos de bombeo.

La función del pozo puede expandirse en la serie convergente siguiente:

$$W(u) = -0,5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots \quad [3.46]$$

$$W(u) = -0,5772 - \ln(u) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u^n}{n \cdot n!}$$

Jacob (1950) observó que para valores de  $u < 0,01$ , que se corresponden con distancias pequeñas o tiempos grandes, todos los términos de la serie convergente excepto los dos primeros pueden despreciarse. Introduciendo dichos términos en la ec. (3.44) se obtiene:

$$\xi(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} (-0,5772 - \ln(u))$$

$$\xi(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{1}{e^{0,5772} u}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{4\alpha t}{1,781r^2}\right) \quad [3.47]$$

$$\xi(r,t) = \frac{2,303Q}{4\pi T} \log\left(\frac{2,25\alpha t}{r^2}\right)$$

#### 3.4.2.4. Bombeo con caudal variable. Recuperación del pozo

Dado que la ec. (3.43) y sus condiciones de contorno y condición inicial son lineales, el principio de superposición puede utilizarse para determinar el efecto de un bombeo con caudal variable. Éste puede considerarse resultante de una serie de caudales superpuestos que comienzan a intervenir a diferentes instantes  $t_i$  y son elevados hasta un instante fijo  $t_n$  en el que se realiza la medición del abatimiento. Supuesto una variación discreta del caudal, el abatimiento final se calcula mediante la suma de  $\Delta\xi$  (positivos o negativos) producidos por  $\Delta Q$  (positivos o negativos). Una

disminución del caudal produce una recuperación de la carga piezométrica del pozo (el abatimiento se reduce).

En el caso de bombear un caudal  $Q_1$  desde un tiempo  $t=0$  hasta  $t=t_1$  y seguidamente un caudal  $Q_2=2 Q_1$  (ver figura 3.12 a), el abatimiento, en cada instante, viene dado por la ec. (3.44):

$$\xi(r,t) = \frac{Q_1}{4\pi T} W\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right); \quad t \leq t_1$$

$$\xi(r,t) = \frac{Q_1}{4\pi T} W\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi T} W\left(\frac{r^2}{4\alpha(t-t_1)}\right) \quad t > t_1 \quad [3.48]$$

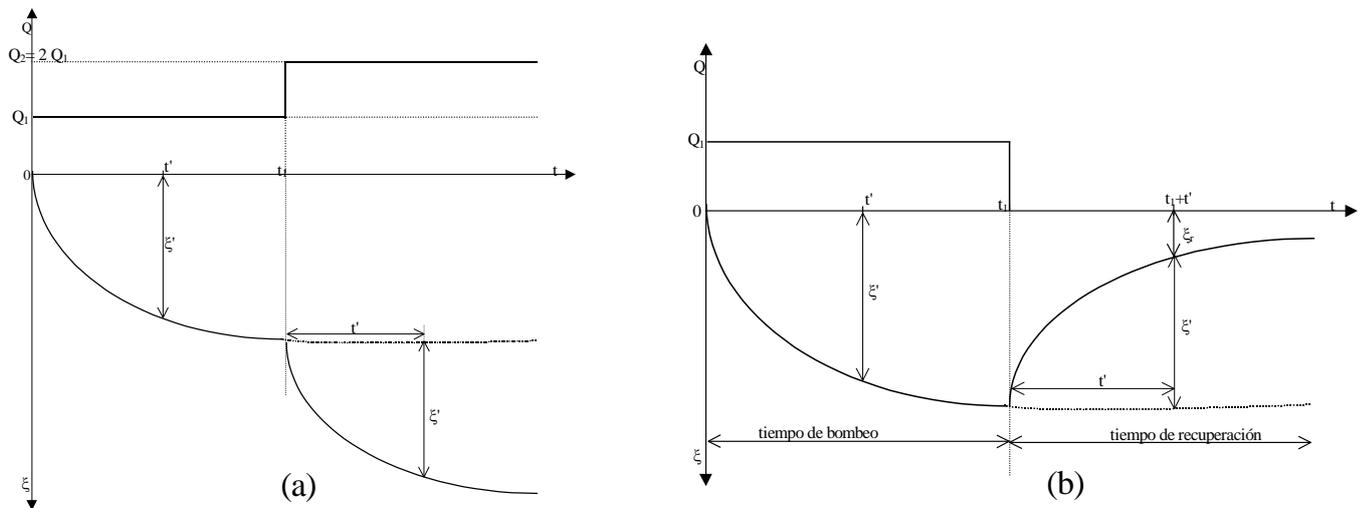


Figura 3. 12. Variación del abatimiento con el caudal alumbrado: (a) el nuevo caudal es el doble que el anterior y (b) parada de la bomba y recuperación del pozo.

En el caso de terminar el bombeo en un tiempo  $t= t_1$ , ver figura 3.12 (b), la recuperación del pozo corresponde a la situación anterior con  $Q_2=0$ . El abatimiento residual  $\xi_r$ , se calcula como:

$$\xi_r(r,t) = \frac{Q_1}{4\pi T} \left[ W\left(\frac{r^2}{4\alpha t}\right) - W\left(\frac{r^2}{4\alpha(t-t_1)}\right) \right] \quad t > t_1 \quad [3.48']$$

Con valores de  $u$  pequeños, obtenidos con valores de  $r$  pequeños o valores  $(t-t_1)$  grandes, se puede utilizar la aproximación de Jacob. Considerando la ec. (3.47), la ec.(3.48') se transforma en:

$$\xi_r(r,t) = \frac{Q_1}{4\pi T} \text{Ln}\left(\frac{t}{t-t_1}\right) \quad [3.49]$$

No debe de olvidarse que las ecuaciones descritas han sido derivadas para pozos aislados perforados en acuíferos extensivos. Sin embargo, éstos son raros de encontrar en la naturaleza y las barreras hidrogeológicas, por ejemplo fallas, lagos, ríos o mares, constituyen los límites del acuífero. Estos casos, se estudian con otras ecuaciones que se ajustan con mayor precisión que las mencionadas en apartados anteriores.

### 3.5. EFECTO DE BARRERAS HIDROGEOLÓGICAS Y PRESENCIA DE OTROS POZOS

Cuando el radio de influencia de un pozo intercepta una barrera hidrogeológica no se cumple el supuesto de acuífero extensivo y se deben de aplicar otros métodos de estudio. Uno de los más utilizados es el método de las imágenes que permite aplicar las ecuaciones desarrolladas para el supuesto anterior.

En los casos donde el acuífero limita con una barrera impermeable situada en un plano vertical, ver figura 3.13 (a), ésta no suministra agua al pozo. El método de las imágenes considera un pozo imaginario, con el mismo caudal que el real, situado de forma simétrica a aquel, en un plano vertical ficticio localizado en el mismo lugar de la barrera impermeable, ver figura 3.13b. El pozo real e imaginario están situados en la misma línea perpendicular al plano vertical. Como resultado de esta geometría, los conos de depresión de los dos pozos son simétricos y los puntos que corresponden al plano vertical ficticio representa la frontera de la zona con agua y la zona sin ella. Su efecto es el mismo que el producido por la barrera impermeable y en consecuencia, el pozo imaginario satisface la condición de límite del problema real.

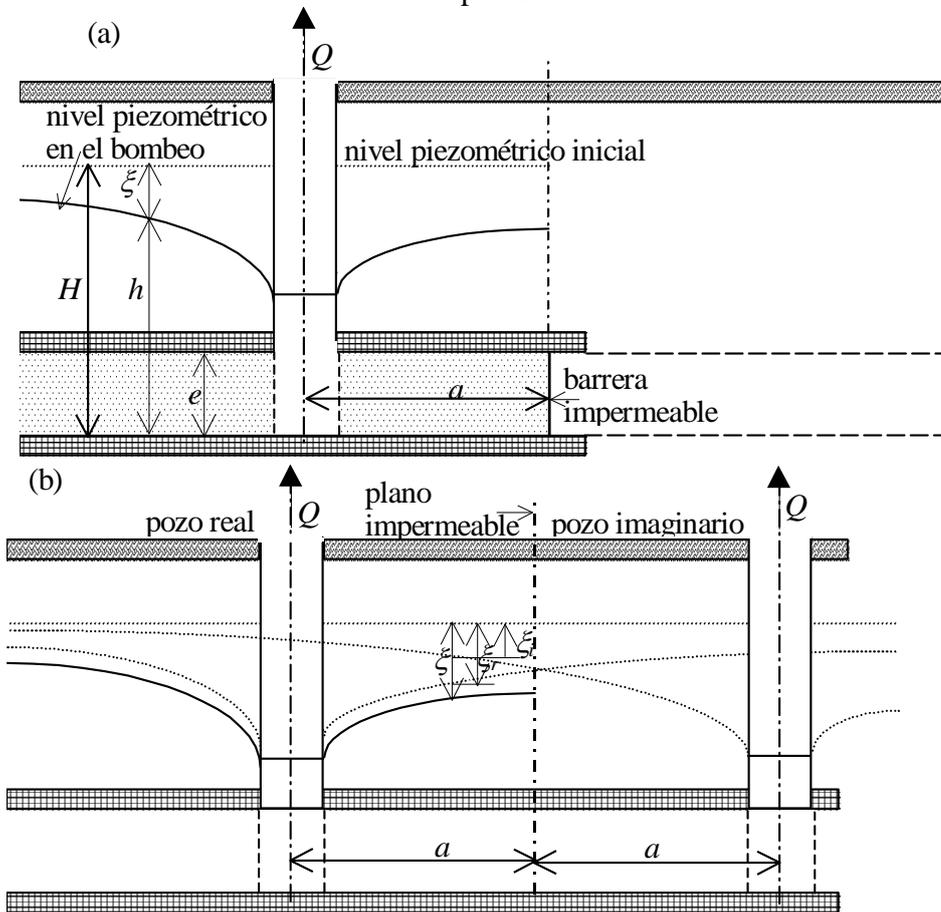


Figura 13. Sección transversal de un acuífero confinado con una barrera hidrogeológica impermeable vertical: (a) bombeo cerca de la barrera impermeable y (b) imagen equivalente del sistema. (Nota: Línea sólida muestra el cono de depresión en la realidad y la línea discontinua lo muestra en el caso de pozos aislados.)

El principio de superposición calcula el abatimiento en cada punto del cono de depresión como la suma de los abatimientos creados en cada uno de los puntos por el pozo real e imaginario:

$$\xi = \xi_r + \xi_i = \frac{Q}{4\pi T} [W(u_r) + W(u_i)] \text{ con } u_r = \frac{r_r^2}{4\alpha t}; u_i = \frac{r_i^2}{4\alpha t} \quad [3.50]$$

El efecto, en el cono de depresión, de una fuente natural de agua (río, lago) próxima al pozo es otro ejemplo donde el supuesto de acuífero extensivo no es válido. Al igual que en el ejemplo anterior se estudia con el método de las imágenes.

La figura 3.14 (a) muestra un pozo en las proximidades de un río con superficie libre constante. Se supone un pozo imaginario de recarga simétrico con el pozo real colocado en un plano ficticio vertical, que se corresponde con el contorno del río. Los dos pozos están situados en la misma línea perpendicular al río.

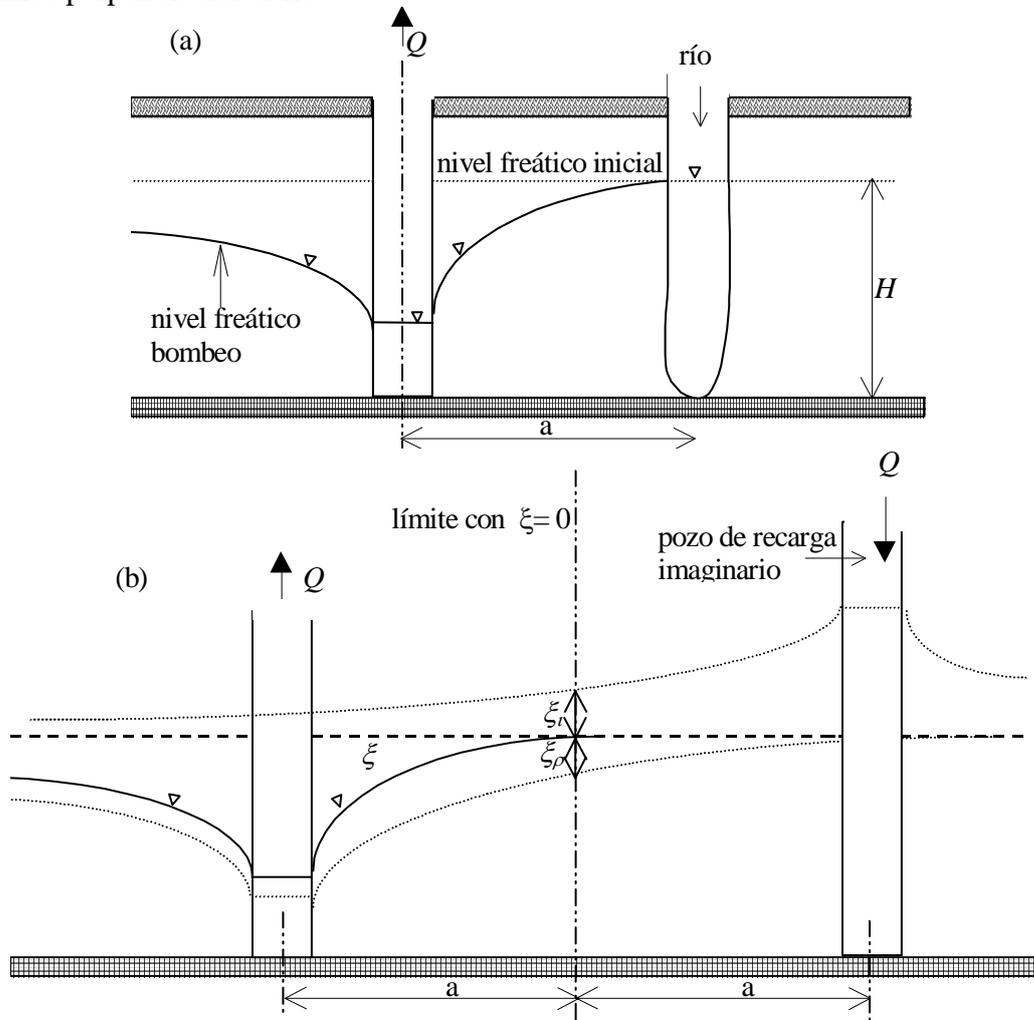


Figura 3.14. Sección transversal de un acuífero libre extensivo en las proximidades de un río: (a) pozo perforado cercano al río y (b) sistema equivalente. (Nota: Línea sólida muestra el cono de depresión en la realidad y la línea discontinua lo muestra en el caso de pozos aislados.)

En la figura 3.14 (b) muestra como el incremento de carga  $\xi_i$  producido por el pozo de recarga cancela, en cada punto, el abatimiento  $\xi_r$  producido por el pozo real. Dado que en el plano vertical ficticio,  $\xi_i = \xi_r$  la superficie libre del río es constante y se satisface la condición de límite del problema real. El cono de depresión resultante, en cada punto, se determina por la suma de los abatimientos del pozo real ( $\xi_r$ ) e imaginario ( $-\xi_i$ ):

$$\xi = \xi_r - \xi_i = \frac{Q}{4\pi T} [W(u_r) - W(u_i)] \text{ con } u_r = \frac{r_r^2}{4\alpha t}; u_i = \frac{r_i^2}{4\alpha t} \quad [3.50']$$

El abatimiento y la descarga del pozo está afectado por la presencia, en un mismo acuífero, de otros pozos separados entre sí una distancia menor que sus radios de influencia. La interferencia entre ellos se estudia aplicando el principio de superposición.

Consideremos  $N$  pozos que perforan un mismo acuífero. Se denomina  $Q_j$  al caudal alumbrado por el pozo que ocupa la posición  $(x_j, y_j)$ ,  $\xi_i$  al abatimiento producido en un pocillo de observación localizado en el punto  $(x_i, y_i)$  e  $\xi_{ij}$  al abatimiento producido en ese pocillo por el pozo situado en  $(x_j, y_j)$  supuesto que éste estuviese aislado. Se cumple:

$$\xi_i = \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \quad [3.51]$$

En el caso de un pozo artesiano en régimen permanente, aplicando las ecs. (3.51) y (3.36''') se obtiene:

$$\xi_i = \sum_{j=1}^N \left( \frac{Q_j}{2\pi T} \right) \text{Ln} \left( \frac{R_j}{r_{ij}} \right) \quad [3.52]$$

La figura 3.15 muestra el abatimiento que correspondería a tres pozos artesianos aislados en el acuífero, con  $Q_1 = Q_2 = Q_3$ , y su abatimiento, superposición de los anteriores según ec. (3.52), cuando los tres pozos funcionan simultáneamente.

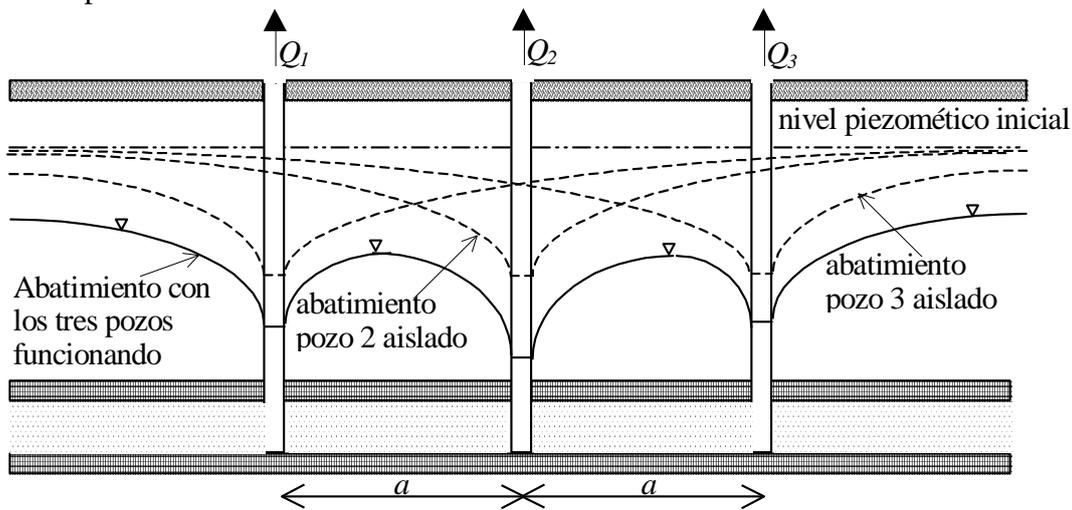


Figura 3.15. Interferencia entre pozos confinados de un mismo acuífero con funcionamiento simultáneo.

En el caso de un pozo ordinario en régimen permanente, aplicando el principio de superposición y la ec. (3.31) se obtiene:

$$H^2 - h_i^2 = \sum_{j=1}^N \frac{Q_j}{\pi K} \text{Ln} \left( \frac{R_j}{r_{ij}} \right) \quad [3.53]$$

donde:  $h_i$  es la altura del nivel freático de un pocillo de observación situado en  $(x_i, y_i)$ .

En condiciones de régimen variable, el abatimiento de un pocillo de observación situado en el punto  $P_i$  de coordenadas  $(x_i, y_i)$  dentro de la zona de influencia de  $N$  pozos artesianos, que comienzan a bombear agua simultáneamente, es:

$$\xi_{(P_i, t)} = \frac{1}{4\pi T} \sum_{j=1}^N Q_j W(u_j); \quad u_j = \frac{r_{ij}^2}{4\alpha t} \quad [3.54]$$

En acuíferos libres se reemplaza  $1/(4 \pi T)$  por  $2 \pi K (H^2 - h_i^2)$ .

La presencia de varios pozos en un mismo acuífero implica que, cualquiera de ellos, para extraer un determinado caudal precisa elevar el agua a mayor altura que si estuviese solo. En el supuesto de que el descenso no pueda ser aumentado, el caudal bombeado disminuye. En cualquier caso, el establecimiento de un nuevo pozo en un campo de bombeo puede perjudicar a los pozos ya existentes.

### 3.6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batu, V. 1998. "Aquifer Hydraulics. A Comprehensive Guide to Hydrogeologic Data Analysis" Capítulos 2, 3, 4 y 10. Wiley-Interscience. London.
- Bear, J. 1979. "Hydraulics of groundwater". Capítulos 4, 5 y 8. McGraw-Hill. Nueva York.
- Jonhson, E.F. Inc. (Ed.). 1966. "Ground Water and Wells". Publicado por E.F.Jonhson, Inc. Minesota.
- Kresic N. 1997. "Hydrogeology and Groundwater Modeling". Capítulos 4, 5, 6, 7 y 8. CRC Lewis Publishers. Nueva York.
- Kruseman, G.P y N.A. de Ridder. 1990. "Analysis and Evaluation of Pumping Tests Data" 2ª ed.. ILRI Publication nº 47. Wageningen. (Traducción castellana de la versión de 1973: "Análisis y evaluación de los datos de ensayo por bombeo". ILRI Boletín 11<sup>s</sup>, Wageningen, 1975).
- Ritzema, H.P. (Ed.). 1994. "Single-well and aquifer tests. Groundwater investigations" y "Basic of Groundwater flow". En: "Drainage principles and applications", 2ª ed.. ILRI Publication nº 16. Wageningen.
- Roldan, J; A. Losada y M. Alcaide. 1989. El agua subterránea (pozos). Servicio de publicaciones de la E.T.S.I. Agrónomos de Córdoba.

## 2.10. LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS

	Dimensión
b: anchura de la sección transversal,	L
C: constante del pozo,	$L^{-5} T^2$
ds: elemento de la línea de corriente,	L
g: aceleración de la gravedad,	$L T^{-2}$
e: espesor del acuífero,	L
H: nivel freático, o piezométrico, a la distancia del radio del pozo, altura de elevación,	L
h: nivel freático o piezométrico,	L
hf <sub>e</sub> : pérdida de carga de entrada al pozo,	L
K: conductividad hidráulica,	$L T^{-1}$
I: recarga del acuífero,	$L T^{-1}$
P: porosidad,	-
p: presión,	$M L^{-1} T^{-2}$
Q: caudal del pozo,	$L^3 T^{-1}$
q: caudal elemental,	$L^2 T^{-1}$
R: radio de influencia del pozo,	L
r: distancia al pozo, radio	L
S: coeficiente de almacenamiento,	-
S <sub>0</sub> : almacenamiento específico del medio poroso,	$L^{-1}$
T: transmisividad del acuífero,	$L^2 T^{-1}$
t: tiempo,	T
u: velocidad del agua, variable de Boltzman,	$L T^{-1}, [-]$
W(u): función del pozo,	
x: coordenada cartesiana,	-
y: coordenada cartesiana,	-
V: porosidad efectiva, volumen de agua,	$[-], L^3$
V': porosidad efectiva aparente,	-
z: cota geométrica, coordenada cartesiana,	L [-]
$\alpha$ : coeficiente de compresibilidad del agua, $T/S$ y $T/V$	$M^{-1} L T^{-2}, L^2 T^{-1}$
$\beta$ : coeficiente de compresibilidad de la matriz,	$M^{-1} L T^{-2}$
$\theta$ : ángulo,	-
$\phi$ : potencial hidráulico,	L
$\gamma$ : peso específico del agua,	$M L^{-2} T^{-2}$
$\rho$ : densidad del agua,	$M L^{-3}$
$\sigma$ : sobrecarga aplicada al suelo,	$M L^{-1} T^{-2}$
$\sigma'$ : tensión a la que está sometida la matriz del suelo,	$M L^{-1} T^{-2}$
$\xi$ : abatimiento dinámico,	L
$\xi'$ : abatimiento dinámico corregido y	L
$\xi''$ : curva característica.	L
$\psi$ :	

### Subíndices:

- a: agua, atmósfera,
- i: coordenada de posición,
- j: coordenada de posición,
- m: valor medio,
- o: condiciones iniciales,
- p: pozo,
- r: distancia, residual.