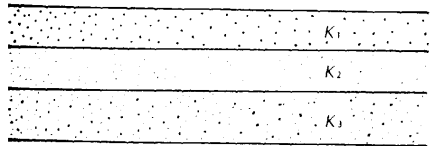


## TEMA 2

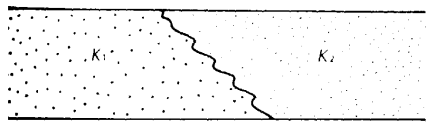
### CARACTERIZACIÓN DE MEDIOS POROSOS



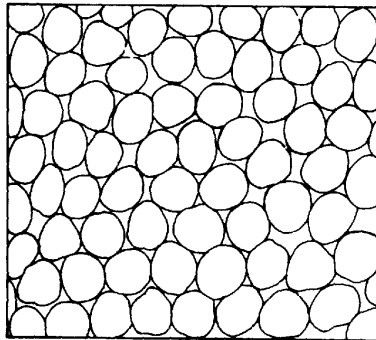
A



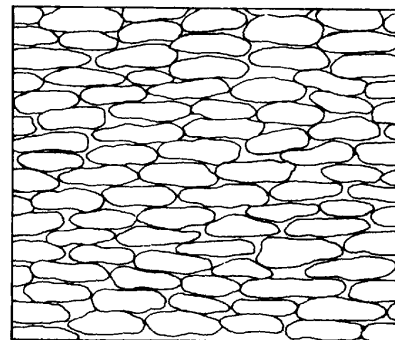
B



C

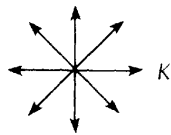


A

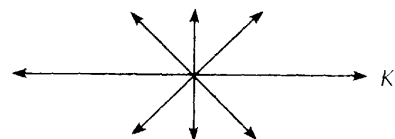


B

Isótropo



Anisótropo



Fuente: Kutilek y Nielsen 1994

# ÍNDICE

	<b>Pags.</b>
2.1. INTRODUCCIÓN	1
2.2. CARACTERIZACIÓN FÍSICO-QUÍMICA DEL SUELO	1
<b>2.2.1. Porosidad</b>	1
<b>2.2.2. Distribución de las partículas minerales</b>	3
<b>2.2.3. Comportamiento de las arcillas</b>	5
2.3. CARACTERIZACIÓN ESPACIAL DE LAS PROPIEDADES DEL SUELO	7
<b>2.3.1. Variación espacial de las propiedades del suelo</b>	7
<u>2.3.1.1. Variación espacial de las propiedades del suelo</u>	7
<u>2.3.1.2. Tamaño de la muestra</u>	8
<u>2.3.1.3. Estimación del número de muestras</u>	11
<u>2.3.1.4. Correlación espacial entre muestras vecinas</u>	11
<u>2.3.1.3. Efecto escala. Determinación del VER</u>	12
<b>2.3.2. Determinación de la variación espacial</b>	13
<u>2.3.2.1. Correlograma</u>	14
<u>2.3.2.2. Semivariograma</u>	15
<b>2.3.3. Interpolación espacial</b>	18
<u>2.3.3.1. Krigreado puntual</u>	18
<u>2.3.3.2. Krigreado por bloques</u>	20
<u>2.3.3.3. Krigreado universal</u>	21
2.4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	21
2.5. LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS	22

## Tema 2. CARACTERIZACIÓN DEL MEDIO POROSO

### 2.1. INTRODUCCIÓN

El medio poroso se distribuye de forma continua y tortuosa y lo componen tres fases bien diferenciadas: sólida, líquida y gaseosa. La primera, denominada matriz, está formada por las partículas minerales y orgánicas del suelo unidas mediante agregados más o menos estables. Las otras dos, compuestas por agua y aire con vapor de agua, ocupan los espacios huecos, poros, entre las partículas sólidas del suelo. El agua no es pura sino que lleva disueltas sales y sustancias orgánicas. A la fase líquida se le denomina disolución del suelo y su flujo se considera laminar.

La caracterización espacial de las propiedades hidrofísicas del suelo adolece de la variabilidad espacial de las variables implicadas en el movimiento del agua y transporte de solutos. El estudio de dicha variabilidad se ha visto favorecido por el desarrollo de los métodos de medida y de análisis en muestras de suelo representativas de la superficie en estudio. Las medidas tomadas en puntos específicos del suelo no dejan de ser una mera aproximación de la realidad que utiliza la Geoestadística para estimar la variabilidad espacial de la propiedad en estudio en el conjunto de la superficie. Dicho conocimiento permitirá una gestión más eficiente de los recursos naturales, en especial el uso del agua de riego, en una sociedad donde ésta es un bien escaso.

### 2.2. CARACTERIZACIÓN FÍSICO-QUÍMICA DEL SUELO

Las partículas minerales de la fase sólida varían en tamaño. Su distribución define la textura del suelo. La clasificación de familias de suelo del triángulo de texturas se hace en función de la proporción en arcilla, limo y arena del mismo. Los suelos arenosos son sueltos y relativamente inertes mientras que los arcillosos son suelos más complejos, físicamente pesados lo que dificulta su laboreo.

La ordenación de los agregados del suelo, atendiendo a la forma, el tamaño, la disposición, y el grado de cohesión y compactación de las partículas sólidas, define la estructura del mismo. Ésta condiciona sus propiedades hidrofísicas pues determina la proporción y tamaño de los poros.

#### 2.2.1. Porosidad

La capacidad de un suelo para retener y dejar pasar el agua y el aire se relaciona con su volumen de poros  $V_p$ . La relación entre éste y el volumen aparente  $V_a$  del suelo se denomina porosidad  $P$ .

$$P = \frac{V_p}{V_a} \quad [2.1]$$

La porosidad coincide con el contenido de agua del medio poroso saturado sin embargo, no es indicativa de la cantidad de agua que puede transmitir. La expresión anterior puede expresarse por:

$$P = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \quad [2.2]$$

donde  $\rho_a$  es la de densidad aparente del suelo (relación entre la masa de suelo seco y su volumen aparente) y  $\rho_m$  la densidad de las partículas minerales (relación entre la masa de suelo seco y el volumen ocupado por las partículas minerales).

La porosidad depende de la composición, de la textura y de la estructura del suelo. Por lo general,  $P$  varía de 0,4 a 0,6 y su valor es superior a 0,9 en suelos con un contenido de materia orgánica (su forma irregular produce una escasa compactación). Un aumento en el contenido de arcilla favorece la formación de agregados del suelo e incrementa la porosidad. La tabla 2.1 muestra el intervalo de valores de  $P$  y  $\rho_a$  de diversos suelos.

Suelo	Porosidad ( $P$ ) (%)	Densidad aparente ( $\rho_a$ ) ( $\text{g/cm}^3$ )
Arenoso	36-56	1,16-1,70
Franco	30-55	1,20-1,85
Arcilloso	35-70	0,88-1,72

Tabla 2.1. Intervalo típico de valores de  $P$  y  $\rho_a$  en distintos suelos (adaptado de Kutilek y Nielsen 1994).

La porosidad y la densidad aparente del suelo no deben de relacionarse, directamente, con la permeabilidad del suelo. Se da la paradoja de que suelos con valores  $\rho_a$  grandes y valores  $P$  pequeños son muy permeables mientras que al contrario, suelos con valores  $\rho_a$  pequeños y  $P$  grandes son poco permeables. La permeabilidad del suelo se relaciona con la forma y distribución del tamaño de poros.

Los poros difieren en forma y en tamaño. La interconexión entre ellos varía con el tipo de suelo, con la actividad biológica y con las prácticas de cultivo. El uso de maquinaria agrícola, la aplicación de elevadas concentraciones de fertilizantes, unido a la disminución progresiva de materia orgánica, favorece la compactación del suelo, deshace los agregados y modifica su porosidad.

La porosidad de los materiales porosos compuestos por un tamaño de partícula uniforme depende de su compactación. Los medios porosos con predominio de diferentes tamaños de partículas minerales tienen una menor porosidad dado que las partículas más pequeñas rellenan los huecos que dejan las partículas grandes. Cuanto más amplio es el rango en el tamaño de partícula más pequeña será su porosidad. La porosidad también depende de la forma de las partículas sólidas. Formas redondeadas se compactan más que las formas irregulares por lo que  $P$  es más pequeño.

El tamaño de poro afecta a la retención del agua en el suelo. Los poros gruesos tienen una capacidad de retención baja pero participan de forma activa en la filtración líquida en situaciones de saturación. Sin embargo, los poros finos tienen una capacidad de retención más alta. Se suele distinguir tres categorías de poros: microporos (diámetro comprendido entre 3 a 30  $\mu\text{m}$ ), mesoporos (diámetro comprendido entre 30 a 100  $\mu\text{m}$ ) y macroporos (diámetro  $> 100 \mu\text{m}$ ). Una proporción equilibrada y estable entre los diferentes tamaños de poro asegura un buen comportamiento del suelo ante el agua: los poros más grandes facilitan los procesos de filtración y de aireación mientras que los más pequeños permiten una buena capacidad de retención.

En el medio poroso natural (rocas, sedimentos,...), la porosidad producida por la acción de los factores climáticos suele denominarse porosidad primaria. La presencia de fracturas entre los materiales aumenta su porosidad. A ésta última se la denomina “porosidad secundaria”.

En suelos francos y arcillosos  $V_a$  no es constante, depende del contenido de humedad  $\theta$  (ver figura 2.1). El suelo se expande cuando se humecta y se contrae cuando se seca. La relación entre  $P$  y  $V_a$  con  $\theta$  muestra zonas diferenciadas. En la zona no lineal, cuando el suelo se seca, solamente, una proporción del volumen ocupado por el agua es ocupado por aire; cuando el suelo se humecta, el volumen del suelo aumenta pero una proporción de poros permanece llena de aire. Por debajo de un determinado valor de  $\theta$  el volumen aparente del suelo alcanza el mínimo. En suelos con alto

contenido de agua ésta se pierde sin un cambio apreciable en  $V_a$ . Los valores de  $\theta$  que delimitan las diferentes zonas están condicionados por la textura y estructura del suelo, tipo de arcilla, contenido en materia orgánica etc.

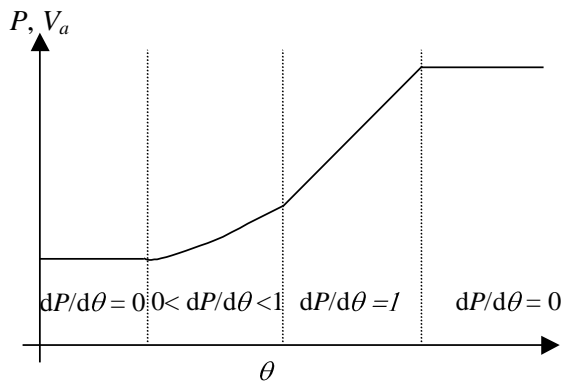


Figura 2.1. Variación de la porosidad y volumen aparente con el contenido de agua en suelos con arcillas expansibles.

La determinación de la forma y distribución del espacio poroso es esencial para el estudio del movimiento del agua en el suelo. La distribución de poros suele realizarse en el laboratorio en muestras de suelo ya que no existe un procedimiento práctico para determinarla en campo.

### 2.2.2 Distribución de las partículas minerales

Los materiales porosos se clasifican en función de su tamaño de grano atendiendo a las especificaciones dadas por diversos organismos como el U.S. Geological Survey o la American Society of Testing Materials. La distribución del tamaño de partículas minerales se representa en las llamadas curvas granulométricas (ver figura 2.2) que muestra la distribución acumulada de los tamaños de partícula: curvas de frecuencia acumulada. El valor de la ordenada indica el porcentaje de partículas de tamaño menor que el valor del diámetro  $d$  que le corresponde en el eje de abscisas, expresado a escala logarítmica o a escala real. Dichas partículas han pasado por el diámetro  $d$  de la criba utilizada para la evaluación de las mismas.

Las curvas continuas muestran uniformidad en la distribución de los diferentes tamaños de partículas del medio. Las curvas con discontinuidades indican el predominio de unos tamaños sobre otros. Estas curvas proporcionan información de la composición de las partículas minerales de una determinada muestra de suelo y son de aplicación en diferentes campos de la Ingeniería Hidráulica como la caracterización de materiales filtrantes, por ejemplo filtros de arena o grava, utilizados en obras hidráulicas (embalses, presas, cimientos, relleno de carreteras...).

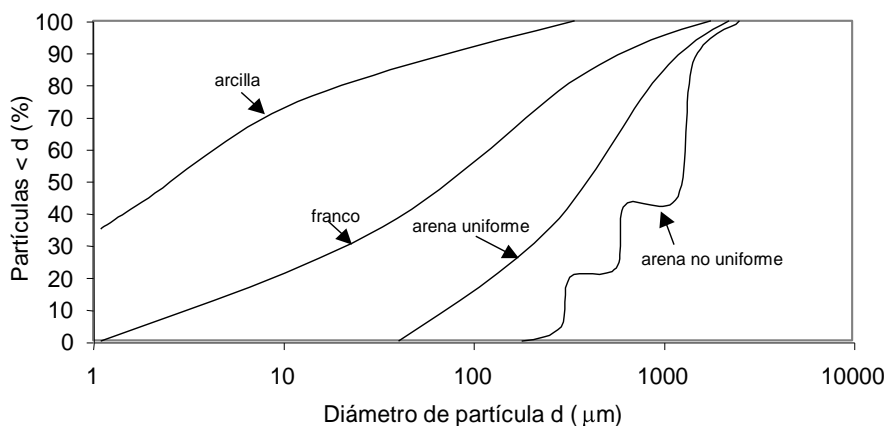


Figura 2.2. Curvas granulométricas de distintos componentes de suelos.

En algunas curvas granulométricas el eje de ordenadas expresa el porcentaje de partículas retenidas en la criba utilizada para su clasificación por lo que se debe de sustraer de 100 las cantidades representadas en la figura anterior.

Para describir la distribución del tamaño de partículas en cada muestra del medio poroso, a partir de su curva granulométrica se considera: los tamaños pequeños de partícula, la pendiente y su forma. Con respecto a los primeros, éstos se clasifican, según el rango de tamaños especificado para cada uno de ellos, en arena fina, arena gruesa y grava. Hazen (1892) definió “tamaño efectivo” de partícula como el correspondiente al tamaño de partícula donde el 10 % corresponde a la fracción más fina y el 90% a la más gruesa. Éste representa un índice general utilizado en la clasificación de los tamaños de arena y sirve para correlacionar el tamaño de grano de arena con su permeabilidad intrínseca  $K_i$  (depende de las características del medio poroso). En las curvas representadas en la figura 2.2 se determinaría por el valor  $d_{10}$  correspondiente al 10% de las partículas. El tamaño medio de las partículas es el valor  $d_{50}$  correspondiente al 50 % de las partículas.

La distribución del tamaño de partículas del medio poroso se ha correlacionado con  $K_i$  por medio de diferentes expresiones empíricas cuya aplicación se ve restringida a medios similares pero no así a otros medios con diferente tamaño de partículas y/o agregados. Se ha observado que en materiales porosos formados por partículas con forma esférica uniforme de diámetro efectivo  $d$ , el caudal que lo atraviesa es proporcional a  $d^2$ . Aplicando la ecuación de Darcy se cumple:

$$K_i \propto d^2 \quad [2.3]$$

Los materiales porosos con gradación uniforme en el tamaño de partículas cumplen la relación anterior. Cuanto más pequeño es el tamaño de partícula, mayor es su superficie específica por lo que la resistencia al flujo es mayor y el valor de  $K_i$  menor. Por el contrario, tamaños mayores de partícula producen poros más grandes por lo que  $K_i$  aumenta.

La conductividad hidráulica  $K$  depende tanto de las características geométricas del medio poroso como de las propiedades del fluido, fundamentalmente, peso específico  $\gamma$  y viscosidad dinámica  $\mu$  ( $K = K_i \gamma / \mu$ ). Hazen (1911) observó que en filtros de arena con “tamaño efectivo”  $d_{10}$  comprendido entre 0,1 y 3 mm se cumple la relación siguiente:

$$K \propto d_{10}^2 \quad [2.4]$$

La pendiente correspondiente de la mayor parte de la curva puede determinarse de diferentes maneras. En la práctica, se usa el coeficiente de uniformidad  $C_u$  definido por Hazen como la relación entre el tamaño de partícula que corresponde al 60% de partículas más pequeñas y el correspondiente al 10% de partículas más pequeñas ( $C_u = d_{60}/d_{10}$ ). Éste representa el valor medio de la pendiente de la curva entre el 10 y el 60% de los tamaños de partículas. Su valor es indicativo de la buena o mala uniformidad en la gradación de los tamaños de partícula. Cuanto más pequeño sea, más uniformes serán los tamaños de arena dentro de los límites considerados. Su uso queda limitado a materiales que, de por sí, ya son uniformes por ejemplo en gravas.

En cuanto a la forma de la curva cabe distinguir las formas en “S”, como las que presentan los sedimentos acarreados por el agua en suspensión, y las distribuciones con la presencia de colas, como los acarreos de mezclas de arena y grava. La porosidad de los materiales con curvas en forma de S es mayor que la de los materiales con curvas con presencia de colas.

Hasta hoy, no se conoce un método que calcule directamente  $K$  a partir de la curva granulométrica del material. Sin embargo, la información que de ellas se extrae permite estimar la capacidad para transmitir agua del medio.

### 2.2.3. Comportamiento de las arcillas

Las arcillas son partículas minerales de tamaño  $< 2 \mu\text{m}$  con gran superficie específica y con carácter coloidal. Poseen carga eléctrica negativa que se compensa con la adsorción de cationes  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{H}^+$ ,  $\text{NH}_4^+$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Ca}^{2+}$  y  $\text{Al}^{3+}$  de la disolución del suelo. Éstos, al no formar parte de la estructura de la arcilla, se intercambian por otros cationes de la solución y son los responsables de la capacidad de cambio del suelo que afecta tanto a la retención y movimiento de sales y de nutrientes en él, como a su estabilidad estructural (floculación y dispersión de los coloides). La capacidad de cambio depende del contenido y el tipo de arcilla (superficie específica y carga eléctrica).

La carga eléctrica negativa de la superficie externa de la micela se neutraliza con la carga positiva de los cationes de la disolución del suelo formando la denominada doble capa electrostática (ver figura 2.3). La concentración de cationes varía con la distancia a la micela (ver figura 2.4). Los cationes próximos a ella forman una capa más rígida que la de los más alejados. Ésta se hace más difusa al aumentar la distancia a la micela y disminuir la concentración de cationes. Su distribución final, resulta del equilibrio entre la atracción electrostática entre éstos y la arcilla y del proceso de difusión, derivado de la agitación de las moléculas de agua, que tiende a equilibrar su concentración. El estado de equilibrio se corresponde con el mínimo de energía libre del sistema. Los aniones, por lo general, son repelidos de la superficie micelar. Para profundizar en la justificación teórica de la doble capa electrostática consultar Childs, 1969 (sección 4.9) e Iwata et al. 1995 (sección 2.3).

En la figura 2.3 (a) se muestra una micela cuya carga negativa ha sido neutralizada por cationes adsorbidos. Tras la humectación del suelo una parte de ellos se separa de la micela (ver figura 2.3 b).

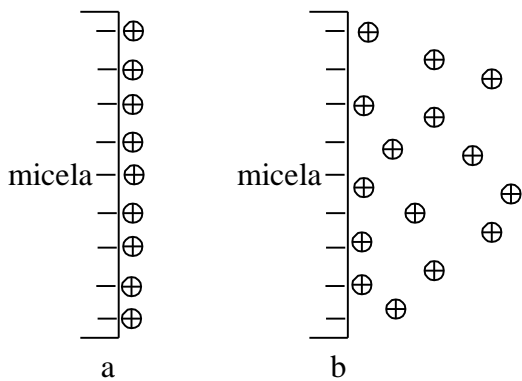


Figura 2.3. Formación de la doble capa electrostática: (a) micela seca y (b) micela hidratada.

El espesor de la doble capa, definido por la distancia entre la superficie externa de la micela hasta el punto donde la concentración de electrolitos se aproxima a la de la disolución del suelo, disminuye con el aumento en la valencia de los electrolitos y, para una misma valencia, disminuye al aumentar su concentración (ver figura 2.4).

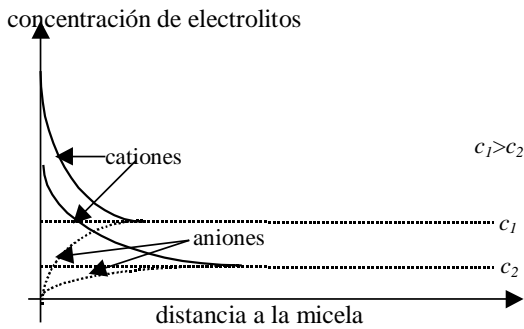


Figura 2.4. Distribución de cationes y de aniones en las proximidades de la micela ( $c_1$  y  $c_2$  son concentraciones de electrolitos fuera de la influencia de la doble capa).

Cuando dos partículas de arcilla se aproximan, las dobles capas de cada una de ellas interactúan entre sí. Se crea una fuerza electrostática (de Coulomb) de repulsión entre los electrolitos, con la misma carga eléctrica, adsorbidos a ellas que tenderá a dispersarlas. Por otra parte, las fuerzas de atracción, fuerzas de Van der Waals entre los dipolos de las moléculas de agua, que están unidas fuertemente a la micela y que se mueven al unísono con ella (hidratación de la arcilla), tenderá a atraerlas. El efecto de éstas fuerzas es mayor cuanto más próximas se encuentren las partículas de arcilla pues son inversamente proporcionales a la séptima potencia de la distancia intermicelar mientras que las electrostáticas, son proporcionales al cuadrado de la distancia y su efecto sigue manifestándose a distancias mayores (ver figura 2.5).

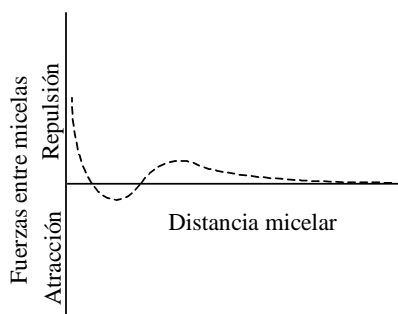


Figura 2.5. Fuerzas entre micelas hidratadas.

Aparte de las fuerzas citadas, se producen otras fuerzas de atracción y de repulsión pero de menor importancia. Cuando predomina el efecto de atracción la arcilla flocula. Para profundizar más en la interacción entre las dobles capas consultar Childs, 1969, secciones 4.10 y 4.11. e Iwata et al. 1995 (sección 3.1). El balance entre fuerzas de atracción y repulsión es reversible. Según las condiciones del suelo la arcilla puede repetir varias veces el proceso de dispersión y floculación como ocurre en un suelo regado con agua en la que se varía la concentración de sales y la composición de iones.

La dispersión se favorece en situaciones con espesor grande de la doble capa: disoluciones con concentración de electrolitos pequeña, complejo de cambio dominado por un catión monovalente etc. Por el contrario, favorecen la floculación situaciones con espesor pequeño de la doble capa: disoluciones con concentración de sales alta. La recuperación de suelos salino-sódicos exige lavar las sales y aplicar mejorantes químicos (en general calizos). Un complejo de cambio dominado por el  $\text{Na}^+$  crea unas condiciones estructurales del suelo deficientes al dispersar la arcilla.

Las arcillas tienen carácter higroscópico: adsorben y condensan el vapor de agua de la atmósfera del suelo. Conforme se hidrata la arcilla aumenta el espesor de la capa de moléculas de agua que la rodean. La adsorción de las moléculas de agua a la superficie externa de la arcilla se produce por complejos mecanismos donde interviene fuerzas de atracción electrostática y puentes de hidrógeno. La fuerza de atracción disminuye al aumentar la separación a la micela. El agua más próxima a la superficie de la micela es retenida con más fuerza. Se cree que la estructura y



propiedades (viscosidad, densidad) de ésta pueden diferir de las del agua de la disolución del suelo. Los cationes adsorbidos a la superficie externa de la arcilla pueden, a su vez, hidratarse.

Cuando la arcilla se pone en contacto con la disolución del suelo, la diferencia de presión osmótica entre ésta y la de la doble capa origina unas presiones que tienden a expandir y aumentar su volumen. Por otra parte, conforme la micela aumenta de tamaño, la carga negativa de los aniones adsorbidos a la doble capa de una micela repele a los de otra próxima y las dos micelas se separan produciendo un aumento del volumen del suelo. Durante la expansión se cierran los poros más gruesos con la consiguiente reducción en la permeabilidad del suelo.

Durante la desecación del suelo se produce la contracción de la arcilla provocando fisuras, sobre todo, en la superficie del suelo. En climas semiáridos, con alternancia entre humectación-desecación, se llegan a formar planos de fracturas en horizontes más profundos. Los suelos ricos en monmorillonita, por ejemplo vertisoles, al humectarse se encharcan y al desecarse se endurecen dificultando las labores agrícolas.

## 2.3. CARACTERIZACIÓN ESPACIAL DE LAS PROPIEDADES DEL SUELO

La variabilidad espacial de las propiedades hidrofísicas del suelo es causada tanto por factores naturales (roca madre, procesos formadores del suelo y tiempo), como por la actividad biológica y humana. Bajo el supuesto de medio homogéneo, la distribución de una propiedad dada puede ser determinada en muestras independientes de suelo y a partir de ella, predecir la distribución en el conjunto de la superficie de suelo en estudio. Se requerirá, *a priori*, determinar el tamaño y número de muestras necesarias y la relación entre muestras próximas. Por el contrario, si no se considera dicho supuesto, el número de muestras requerido para caracterizar una propiedad es astronómico lo que dificulta la estimación de su distribución en el resto de la superficie en estudio.

Con frecuencia, las medidas de una variable en muestras diferentes no son independientes; las tomadas en puntos próximos tienen menos variabilidad que las de los más alejados. Esta correlación espacial condiciona los resultados de la estadística clásica por lo que la variabilidad espacial de las propiedades hidrofísicas del suelo se analiza con las herramientas que proporciona la Geoestadística. Ésta, estudia las variables regionalizadas (poseen una correlación espacial) en las que se observan dos componentes complementarias y aparentemente contradictorias, por una parte, una componente aleatoria asociada con las variaciones erráticas e impredecibles de la variable y por otra, una componente determinista de variación lenta (llamada deriva) que refleja en cierta forma, las características globales del proceso analizado. Las variaciones erráticas no permiten su descripción como función continua por lo que se les aplica la teoría de las variables aleatorias.

Los apartados que siguen recogen una síntesis de las herramientas empleadas por la Geoestadística en el estudio de la variabilidad espacial. La primera de ellas es el semivariograma, que define la función que caracteriza la variabilidad espacial a partir de medidas tomadas en muestras de suelo. La segunda, es la técnica de krigreado que utiliza la función anterior para interpolar la variable en estudio a los puntos donde no se realizaron medidas. Un estudio más detallado de la materia requiere la consulta a textos especializados como el citado en la bibliografía “Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología subterránea”.

### 2.3.1. Variación espacial de las propiedades del suelo

#### 2.3.1.1. Variabilidad y funciones de densidad de probabilidad

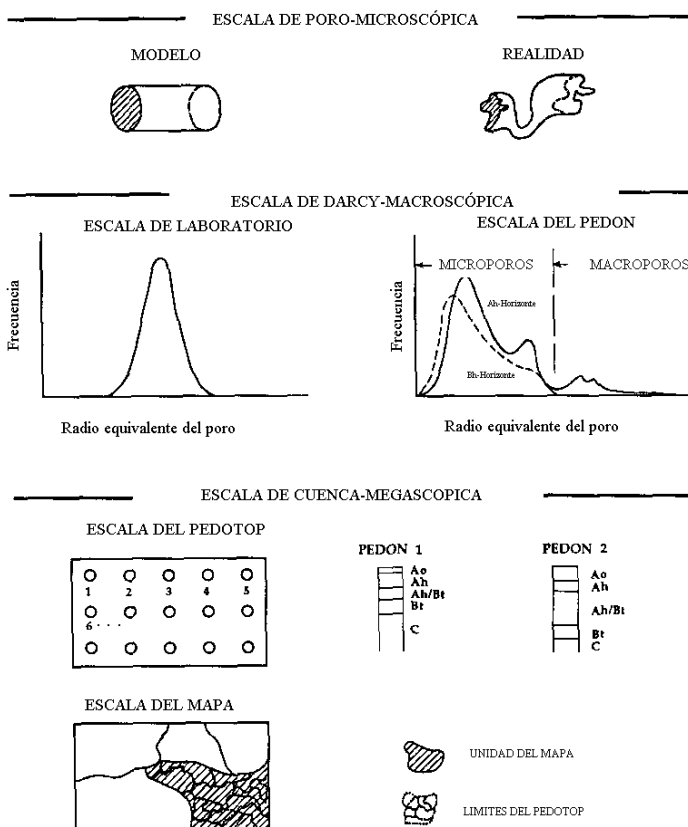
La variabilidad de cualquier proceso suele definirse por un coeficiente de variación  $CV$  cuyo valor depende de variabilidad intrínseca de la variable en estudio y de la superficie de la muestra de

suelo donde se realiza la medida. Warrick y Nielsen (1980) estudiaron la variabilidad de diferentes propiedades del suelo observándose valores del CV entre 7 y 10% en la estimación de la densidad aparente del suelo  $D_a$  y en el contenido de agua en suelos saturados  $\theta_s$ ; valores entre 10 y 100% en la determinación del porcentaje de los diferentes tamaños de partículas minerales del suelo y en el contenido de agua a una tensión dada y valores superiores al 100% en variables relacionadas con procesos de transporte como la conductividad hidráulica y difusividad.

Cada propiedad se caracteriza por una función de densidad de probabilidad (fdp) calculada con las medidas obtenidas en las diferentes muestras del suelo. El CV muestra el sesgo de misma. El contenido de humedad, la densidad aparente y la distribución de arena y de arcilla, se ajustan bastante bien a la fdp Normal o de Gauss. Mientras que la distribución de sedimentos, la conductividad hidráulica y la difusividad se aproximan más a la distribución log-normal. Por lo general, las medidas obtenidas suelen ajustarse a una de esas dos distribuciones u a otras de tipo empírico. Propiedades con CV pequeños requieren un mayor número de muestras para obtener un buen ajuste.

### 2.3.1.2. Tamaño de la muestra

La caracterización hidrológica del suelo tiene por objeto el conocimiento y descripción de los procesos hidrológicos (infiltración, redistribución, evaporación, avenamiento) lo que requiere su estudio en varios niveles de aproximación utilizando varias escalas. Las de mayor interés son la microscópica, la macroscópica (en columnas de laboratorio o el “pedon”) y la de campo o cuenca (figura 2.6).



En la escala microscópica se describe el poro de forma individual, asemejándolo a un capilar cilíndrico, al que se le asigna un valor de radio equivalente. La caracterización del suelo desde un ámbito microscópico es inviable por lo que, considerándolo un medio continuo, se recurre al estudio de sus propiedades a escala macroscópica: en el laboratorio (columnas de suelo homogéneo) o con el “pedon” (muestras de campo de, aproximadamente, 1 x 1 x 1 m). Éste, caracteriza un volumen de elemento de suelo representativo con una distribución de poros determinada. Se le supone homogéneo por lo que no se considera la variación espacial horizontal del parámetro estudiado.

Figura 2.6. Escalas utilizadas en la caracterización de un suelo.

La extrapolación de los resultados del “pedon” a una escala mayor, denominada de campo o cuenca, requiere el estudio de la variabilidad espacial en el plano horizontal de todos los procesos. Conviene distinguir dos categorías: la escala del “pedotop” (unidad taxonómica más pequeña en la clasificación de suelos) y la escala utilizada en la elaboración de mapas pedológicos (pedología sinónimo de edafología). En la primera, la variabilidad es de naturaleza estocástica (dependiente de la propiedad física del suelo) mientras que en la segunda, es tanto estocástica como determinista (causada por la roca madre o microclima que condicionan la evolución del suelo).

La posición de cada “pedon” queda bien definida en mapas con escalas 1:2000 o 1:5000 donde suelen colocarse abreviaturas de las propiedades hidráulicas más importantes. En mapas con escalas mayores, 1:20000, la superficie correspondiente a cada “pedotop” es estimada por interpolación simple o con las herramientas de la Geoestadística. Las variables hidráulicas suelen estimarse con regresiones lineales que las correlacionan con variables de fácil medida como: textura, densidad aparente, contenido en materia orgánica del suelo y estructura.

La figura 2.7 muestra la situación de las siete unidades pedológicas, según la escala del mapa, que caracterizan una superficie de 100 ha. Se realizaron medidas de la intensidad de infiltración ( $i_i$ ) en 293 muestras de suelo, tomadas a incrementos de 60 m en toda la superficie. Estas medidas se compararon con las estimaciones obtenidas por el método de interpretación para la clasificación de suelos basado en la textura de la muestra (U.S. Dept. of Agriculture 1951), no observándose relación entre ellas (ver figura 2.8a). En cambio, al agrupar las medidas de infiltración en sus correspondientes “pedotop” y calcular un valor de infiltración media  $\bar{i}_i$ , representativo de cada uno de ellos, la correlación entre éstos y las estimaciones fue evidente (ver figura 2.8b).

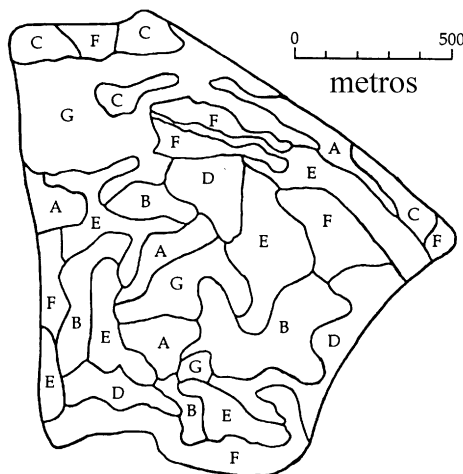


Figura 2.7: Mapa pedológico en el que se muestran siete “pedotops” (designados con las letras A, B, C, D, E, F y G) correspondientes a una superficie de 100 ha (Duffy et al. 1981 citado en Kutilek y Nielsen 1994).

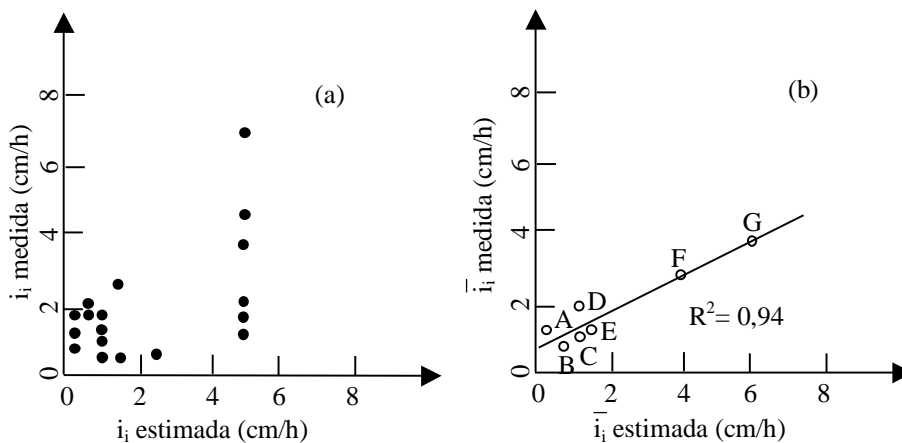


Figura 2.8: Comparación de los valores de infiltración instantánea  $i_i$  obtenidos en campo y los estimados por el método de la textura del suelo: (a) sin considerar los siete “pedotops” del campo y (b) valores medios de cada “pedotop”.

El valor medio de las diferentes medidas es representativo de una determinada superficie o volumen que es asignado al centro del mismo (el suelo se considera un medio continuo). La dimensión de muestra más pequeña no suele ser menor de 0,01 m siendo la más frecuente de 0,1 m. El tamaño de la muestra se calcula para estimar el valor medio de una variable con una determinada precisión. El efecto del tamaño de la muestra en la magnitud de una propiedad física del suelo  $A$  se ilustra con el ejemplo siguiente: una serie de círculos de diámetros pequeños  $d$  y grandes  $D$  (con valores medios, respectivamente,  $\bar{d}$  y  $\bar{D}$  desconocidos) se distribuyen uniformemente en una gran superficie  $\omega$ , tal como muestra la figura 2.9. Supuesto que  $A$  es proporcional a la cuarta potencia del diámetro de cada círculo se tiene:

$$A = c \left[ \sum_{i=1}^m d_i^4 + \sum_{j=1}^p D_j^4 \right] \quad [2.5]$$

donde  $c$  es la constante de proporcionalidad y,  $m$  y  $p$  son, respectivamente, el número de círculos pequeños y grandes.

El valor medio  $\bar{A}$  por unidad de superficie es:

$$\bar{A} = \frac{c \left[ \sum_{i=1}^m d_i^4 + \sum_{j=1}^p D_j^4 \right]}{\omega} \quad [2.6]$$

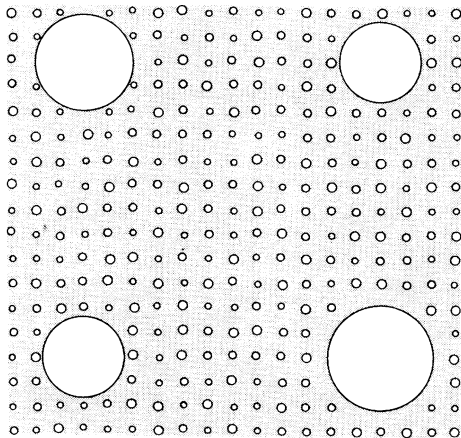


Figura 2.9. Representación gráfica que ilustra el efecto de la escala en el valor de una propiedad física.

Se determina  $\bar{A}$  a partir de los valores  $\bar{A}_i(s)$  ( $1 \leq i \leq N$ ), calculados según [2.6], correspondientes a un número  $N$  de secciones cuadradas de longitud  $L$  y superficie  $s$  tomadas al azar. *A priori* debe de determinarse el valor de  $s$  para que todas las secciones  $N$  pertenezcan a una misma población.

Si  $\bar{d} \leq L \leq \bar{D}$  la muestra no contendrá ningún círculo grande por lo que se evaluará el efecto de los círculos más pequeños sobre la propiedad en estudio. Pero si  $A$  fuere proporcional al cuadrado de  $D$  el tamaño de la muestra no sería adecuado para estimar su valor pues no se evalúa el efecto de los círculos grandes.

Si  $L > \bar{D}$  pero a su vez mucho menor que la separación entre círculos grandes vecinos, las secciones elegidas contendrán muchos círculos pequeños pero muy pocos grandes por lo que en su histograma de distribución de tamaños de poros aparecerían dos picos.

Si  $L$  es mayor de cuatro o cinco veces la separación entre círculos grandes vecinos la proporción de círculos grandes de cada sección será mayor que en la situación anterior y en cada sección, se calcula un valor  $\bar{A}_i(s)$  que se supone pertenece a la misma población. Por lo tanto los valores de la media y de la varianza podrán ser estimados con cierta aproximación. La longitud, área ó volumen más pequeño de la muestra necesario para predecir dichos valores para una propiedad dada se denominan, respectivamente, línea, superficie o volumen (VER) del elemento de suelo representativa (o). Bear (1972) definió este último como el volumen más pequeño de suelo que contiene una representación de la variación microscópica con las proporciones y formas existentes en el suelo. Su valor varía con la propiedad estudiada y, para cada una de ellas, dependerá tanto de su magnitud como del suelo. Un suelo se considera homogéneo cuando la escala de observación es al menos el tamaño definido por el VER en caso contrario, el suelo es heterogéneo.

### 2.3.1.3. Estimación del número de muestras

En la estimación del número de muestras  $N$  y de su ubicación se tiene en cuenta el trabajo requerido y coste económico que supone la recogida de las mismas. Se valorará un aumento de  $N$  en función de la mejora en el grado de confianza del resultado.

Se elige un nivel de confianza  $100(1-\alpha)\%$  tal que el estimador del valor medio de la población  $m$  pertenezca al intervalo de confianza  $[m-d, m+d]$ , donde  $d$  es la desviación fijada para el estimador de  $m$  y  $\alpha$  indica la probabilidad de que el valor real de  $m$  no se incluya en dicho intervalo. Al disminuir el intervalo de confianza ó al aumentar  $d$ , disminuye también  $N$ . Dada una población distribuída según una función de Gauss (o con gran número de muestras tal que cumpla con el teorema Central del límite) y supuesto que las medidas son independientes, se cumple que el valor medio de las muestras  $\bar{x}$  pertenece a una distribución de Gauss con la misma media de la población y una varianza  $\sigma^2_{\bar{x}}$  definida por:

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{N} \quad [2.7]$$

donde  $\sigma^2$  es la varianza de la población.

El nivel de confianza se expresa como una probabilidad:

$$(1-\alpha)100\% = P(d < \bar{x} - m < d)100\% \quad [2.8]$$

Dada una variable aleatoria  $z$ , se define la diferencia estándar con la media  $z_{0,5\alpha}$  como

$$z_{0,5\alpha} = \frac{d}{\frac{\sigma}{N^{0,5}}} \text{ por lo que la expresión anterior se reescribe como:}$$

$$(1-\alpha) = P\left(-z_{0,5\alpha} < \frac{\bar{x} - m}{\frac{\sigma}{N^{0,5}}} < z_{0,5\alpha}\right) \quad [2.9]$$

El valor de  $z_{0,5\alpha}$  se consulta en libros de estadística. Suele elegirse, para una probabilidad  $\alpha$  dada, el valor correspondiente a la distribución  $t$  de Student con  $(N-1)$  grados de libertad. Por lo tanto,  $N$  se determina por:

$$N = z_{0,5\alpha}^2 \frac{\sigma^2}{d^2} \quad [2.10]$$

### 2.3.1.4. Correlación espacial entre muestras vecinas

En la formación del suelo han intervenido tanto factores primarios (temperatura, lluvia) como factores secundarios entre los que se encuentra las fisuras producidas por la actividad biológica.

Éstas últimas pueden rellenarse con partículas finas por lo que sus propiedades hidráulicas diferirán del suelo adyacente.

Intuitivamente es de esperar que las medidas en muestras vecinas sean similares. Las medidas de muestras procedentes de una superficie muy pequeña se consideran pertenecientes a una población secundaria (caracteriza un determinado factor secundario) que se incluye dentro de una población mayor en la que en su proceso de formación han intervenido los factores primarios. En estos casos, los parámetros de la estadística clásica (media, varianza,...) pueden diferir bastante de los valores reales. Sólo las medidas de muestras representativas de los distintos efectos secundarios proporcionarán una estimación más exacta del valor real de la variable estudiada. Es decir, las muestras sometidas a los distintos efectos secundarios son independientes entre sí mientras que las sometidas a un mismo efecto secundario no lo son.

La distancia a la que dos muestras se consideran independientes se denomina distancia o rango influencia y caracteriza la variabilidad espacial de cada propiedad. Se determina con el semivariograma. El rango influencia de las propiedades hidráulicas disminuye con la profundidad del suelo lo que confirma lo comentado en los párrafos precedentes de los efectos secundarios. Los valores de la media y varianza de una propiedad física no pueden predecirse con fiabilidad sin antes estimar el VER y el radio de influencia.

#### 2.3.1.5. Efecto escala. Determinación del volumen del elemento representativo VER

##### *Efecto de escala*

La presencia de poros pequeños influye decisivamente en las propiedades hidráulicas del medio poroso. La probabilidad de encontrar en un corte, del suelo, por un plano transversal una gran proporción de poros pequeños disminuye con el aumento del tamaño de la muestra al contrario de lo que pasa con los poros gruesos (ver figura 2.9). La figura 2.10 muestra como el valor medio y la desviación típica de la conductividad hidráulica a saturación  $K_s$  disminuye al aumentar el diámetro de la muestra.

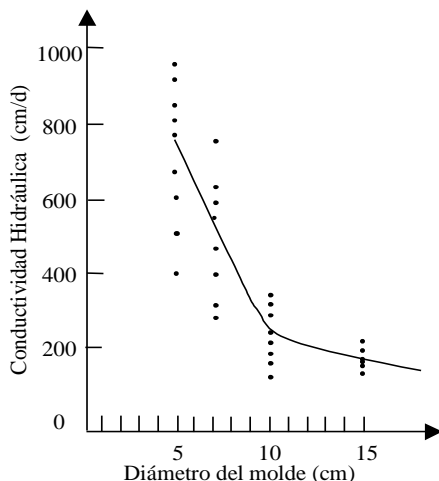


Figura 2.10. Variación de la conductividad hidráulica a saturación con el diámetro de la muestra.

##### *Estimación del volumen del elemento representativo VER*

Por lo general, conforme el tamaño de la muestra aumenta, la variabilidad de la variable medida disminuye y puede llegar a alcanzar un valor constante que representa la varianza del método de medida utilizado. Para cada propiedad, el VER define el tamaño de muestra más pequeño al que corresponde una varianza constante (ver figura 2.11). Se observó que la varianza de las medidas de la infiltración en el suelo disminuye al aumentar el diámetro del infiltrómetro de anillo utilizado.

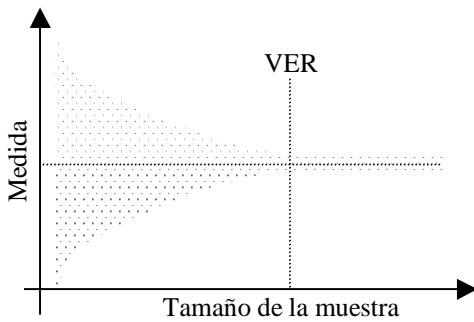


Figura 2.11. Esquema donde se muestra el efecto del tamaño de la muestra en la medida de las propiedades del suelo.

La variabilidad de ciertas propiedades en un suelo dado puede ser tal que, no sea posible determinar el tamaño del VER o que éste sea tan grande que no resulte práctico. En suelos donde la propiedad en estudio presenta una tendencia clara en el valor medio ó en la varianza son heterogéneos.

Generalmente, el procedimiento elegido para la estimación del VER de una determinada propiedad es el siguiente:

1. Tomar medidas en muestras con diferentes tamaños.
2. Calcular su valor medio, la mediana y la varianza.
3. Seleccionar el tamaño más pequeño cuyos valores medio y mediana estén más próximos y sean estables.

En la práctica, el tamaño de la muestra no se ha de elegir sólo por la magnitud de su varianza sino también debe de considerarse que la medida se haga de forma práctica y operativa. Un método de muestreo tedioso puede incrementar el error de medida.

Se determina el valor de la mediana junto con el de la media dado que los histogramas (distribución de la curva de frecuencia) de las medidas procedentes de dos muestras de tamaños distintos pueden ser diferentes aunque tengan igual media, por ejemplo histogramas con uno o dos picos.

En algunas propiedades del suelo, sobre todo si éste es muy heterogéneo, se ha observado una correlación entre el tamaño de la muestra y el rango influencia por lo que se necesita determinar el VER antes del muestreo para poder estimar el rango influencia. El problema fundamental en el análisis de la variabilidad espacial de cualquier propiedad es correlacionar la medida de las muestras con el comportamiento del suelo en general.

### 2.3.2. Determinación de la variación espacial

La variabilidad en el espacio de una variable se determina a partir de correlogramas o de variogramas (o semivariogramas). Tanto uno como otro, consideran un conjunto de variables aleatorias  $z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)$  correspondientes a los puntos  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , respectivamente. Su valor no tiene porqué corresponder, exactamente, al punto  $x_i$  sino, más bien, define un volumen representativo cuyo centro se hace corresponder con dicho punto.

Una variable es estacionaria si su función de distribución no varía en toda la superficie de muestreo. Se la denomina estacionaria de 2º orden cuando el valor de  $z$ , en cualquier punto, coincide con su valor medio y la covarianza de  $z(x_1)$  y  $z(x_2)$  y existe y es función de la distancia  $h$  entre  $x_1$  y  $x_2$ . Una variable se dice que es estacionaria de 1º orden cuando la media de las diferencias entre las observaciones es 0, es decir:  $E [z(x) - z(x+h)] = 0$ . Ésta será estacionaria de 1º y 2º orden

cuando la media y la varianza son constantes en todo el dominio de interés (tanto la varianza como la covarianza existen).

El correlograma caracteriza a variables aleatorias estacionarias de 1º y 2º orden sin embargo el variograma, caracteriza a variables intrínsecas (variables con un menor grado de estacionariedad). En éstas se cumplen las hipótesis intrínsecas de la Geoestadística: cumple la condición de estacionariedad de 1º orden (el valor de  $z$  en cualquier punto del variograma coincide con el valor medio) y la varianza  $z(x+h) - z(x)$ , existe para toda distancia  $h$  y es función única de  $h$ . Una variable caracterizada por un correlograma también posee un variograma pero no así lo recíproco.

### 2.3.2.1. Correlograma

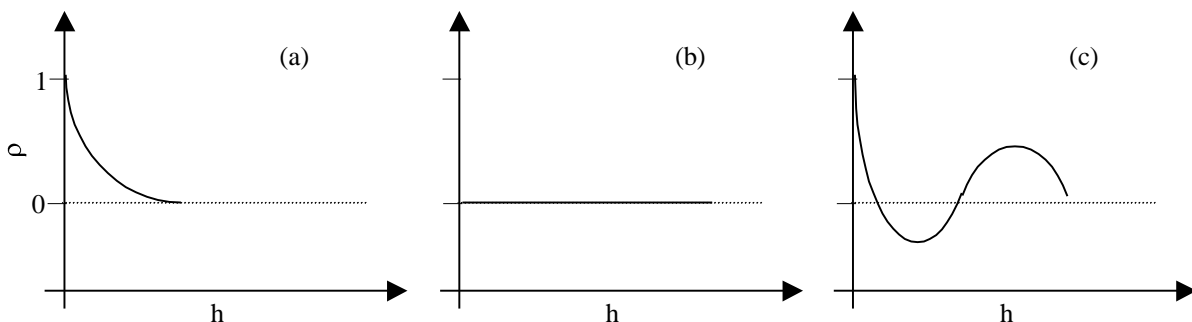
El correlograma  $\rho(h)$  de una variable regionalizada representa la función de correlación o auto-correlación en relación con  $h$ . Por lo general,  $\rho(h)$  dependerá tanto de la dirección como de la magnitud de  $h$ . Se define por:

$$\rho(h) = \frac{\text{Cov}[z(x), z(x+h)]}{\sigma^2} = \frac{E[(z(x) - \bar{z})(z(x+h) - \bar{z})]}{\sigma^2} \quad [2.11]$$

donde Cov representa la covarianza de cualquier par de valores de  $z$  separados una distancia  $h$  ( $h > 0$ ), definida como el resultado del producto de la diferencia de cada uno de los valores con respecto al valor medio  $\bar{z}$ . Cuando  $h \rightarrow 0$  la  $\text{Cov}[z(x), z(x+h)]$  tiende a la varianza de  $z$ ,  $\sigma^2$ .

El correlograma no es más que una serie de correlaciones de la variable donde cada par de observaciones distan una distancia  $h$ . Su dominio está comprendido dentro el intervalo  $\rho(0) = 1$  y  $-1 \leq \rho(h) \leq 1$  para todo  $h$ .

Las figuras 2.12 muestran correlogramas teóricos típicos. En ellos se observa que para  $h = 0$  se obtiene el valor máximo,  $\rho(0) = 1$ . En la fig. 2.12a, al aumentar la distancia entre muestras,  $\rho$  disminuye gradualmente hasta hacerse 0. En este caso, se dice que las muestras son independientes. Las muestras próximas son más parecidas que las más distantes y por lo tanto su correlación es mayor. La fig. 2.12b caracteriza una variable aleatoria pura sin correlación espacial,  $\rho(0) = 1$  y a otras distancias  $\rho(h) = 0$ . El resultado no depende de la separación entre muestras. La fig. 2.12c caracteriza a una variable cíclica. Al aumentar la distancia  $h$  el correlograma toma, alternativamente, valores positivos y negativos y, eventualmente, se aproxima a 0 a grandes distancias. Un ejemplo de este último es la acumulación de sedimentos por inundaciones periódicas.



Figuras 2.12. Correlogramas teóricos típicos de las propiedades del suelo: (a) la correlación entre los valores disminuye de forma gradual; (b) valores no correlacionados y (c) valores cíclicos.

En la práctica para estimar el correlograma  $\rho(h)$  se determina el número de pares de muestras  $N(h)$  separadas una distancia  $h$ . Si las muestras se toman en un “trayecto” unidimensional los pares



de puntos pueden pertenecer a clases discretas. En la práctica se define un tamaño de clase y  $N(h)$  caracterizará todos los pares de puntos pertenecientes a esa clase. La función de covarianza  $C(h)$  se calcula por:

$$C(h) = \frac{1}{N(h)-1} \sum_{i=1}^{N(h)} (x_i - \bar{z})(x_i + h - \bar{z}) \quad [2.12]$$

donde  $\bar{z}$  es el estimador de la media.

Siendo  $\sigma^2$  el estimador de la varianza, el correlograma de la muestra  $C_m(h)$  se calcula por:

$$C_m(h) = \frac{C(h)}{\sigma^2} \quad [2.13]$$

En teoría, para determinar  $C_m(h)$  se requiere un gran número de pares de observaciones para cada distancia  $h$  pero, en la práctica, unas 100 observaciones suelen ser suficientes.

### 2.3.2.2. Semivariograma

El rango influencia de cada propiedad se estima a partir del semivariograma (también llamado variograma)  $\gamma(h)$  que define la estructura espacial de la variación de la variable en estudio, más que, la de la propia variable. Se define por:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var} [(x) - z(x+h)] \quad [2.14]$$

donde Var es la varianza.

Lo mismo que en el correlograma,  $x$  y  $h$  son en general, vectores. Dado que, las variables espaciales suelen ser anisótropas el correlograma y el variograma dependerán de la orientación del “transecto” considerado en el muestreo. En el supuesto de no ser independientes de la orientación se cumple  $E[z(x+h)] = E[z(x)]$  y la ecuación anterior se transforma en:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E [(x+h) - z(x)]^2 \quad [2.14']$$

$\gamma^*(h)$  es un estimador de  $\gamma(h)$ , definido como:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [(x_i + h) - z(x_i)]^2 \quad [2.15]$$

donde todas las variables han sido previamente definidas.

Si la variable aleatoria es estacionaria de 1º y 2º orden posee tanto variograma como correlograma. A partir de las ecs. [2.11] y [2.14'] se cumple:

$$\gamma(h) = \sigma^2 [1 - \rho(h)] \quad [2.16]$$

Por la propia definición de semivariograma (ec. 2.14) para  $h=0$ ,  $\gamma(h)=0$ , pero no siempre es así. Hay situaciones donde se obtiene un valor de ordenada en el origen  $C_0$  (“the nugget variance”) que define el denominado “efecto pepita”(ver figura 2.13b y c). Éste resulta de la imposibilidad de tomar valores  $h=0$  dado que la muestra tiene un tamaño finito. El semivariograma  $\gamma(h)$  aumenta dentro del rango, ó distancia, de influencia  $a$  hasta un valor constante denominado meseta (sill), que coincide con la varianza de la población  $\sigma^2$ . La distancia  $a$  representa la separación mínima entre pares de muestras para no estar correlacionadas y por tanto ser independientes.

Las figuras 2.13. muestran variogramas teóricos típicos. La fig. 2.13a define un modelo lineal con un valor  $\gamma(0)=0$  y un valor de meseta  $C$ . Se cumple  $\gamma(h)= C$  a distancias  $h \geq a$ . La figura 2.13b define un modelo lineal con características parecidas al anterior pero muestra el “efecto pepita”. El semivariograma lineal con meseta  $C_0 + C$  se caracteriza por:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left( \frac{h}{a} \right) & \text{para } h < a \\ C_0 + C & \text{para } h \geq a \end{cases} \quad [2.17]$$

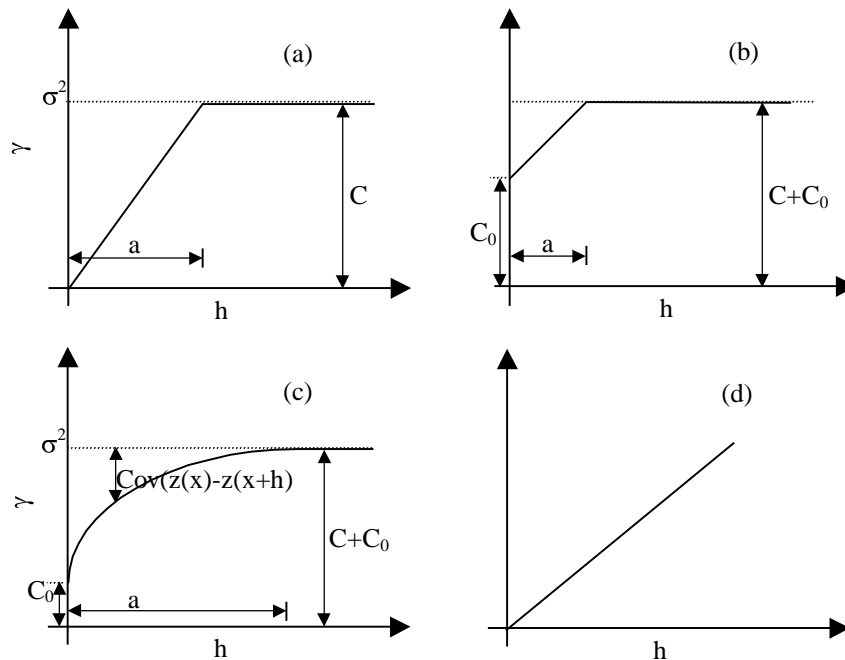


Figura 2.13. Variogramas teóricos típicos: (a) Modelo lineal con rango influencia  $a$  y meseta  $C$ ; (b) Modelo lineal con rango influencia  $a$ , meseta  $C+C_0$  y efecto pepita  $C_0$ ; (c) Modelo esférico con rango influencia  $a$  y efecto pepita  $C_0$ ; d) Modelo lineal sin meseta.

La figura 2.13.c define el modelo esférico, que junto el modelo exponencial son dos de los más utilizados. Se caracterizan por:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C \left[ 1.5 \left( \frac{h}{a} \right) - 0.5 \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & \text{para } 0 < h < a \\ C_0 + C & \text{para } h \geq a \end{cases} \quad \text{modelo esférico} \quad [2.18]$$

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[ 1 - e^{-h/t} \right] \quad \text{modelo exponencial} \quad [2.19]$$

donde  $t$  es un parámetro denominado longitud de correlación. En la práctica se considera  $a' = 3 t$  donde  $\gamma(a') \approx a + 0,95 C_0$ .

Supuesto una superficie de suelo infinita, el modelo esférico  $\gamma(h) = C_0 + C_1 = \sigma^2$ . Si la superficie es finita,  $\sigma^2 < C_0 + C_1$ .

En las figuras 2.13 a, b y c el variograma alcanza un valor constante a grandes distancias. Sin embargo, cuando la variable en estudio no es estacionaria de 1º y 2º orden,  $\gamma(h)$  no se estabiliza (ver figura 2.13d).

Si la variabilidad espacial depende sólo de la distancia  $h$  el variograma se denomina isotrópico (ver figuras 2.13). Se denomina anisotrópico cuando depende tanto del módulo como de la dirección de  $h$ .

La condición de estacionariedad de 1º orden puede ser comprobada a partir del parámetro denominado deriva D, calculado por:

$$D(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)] \quad [2.20]$$

Si  $D(h) = 0$  la variable es estacionaria de 1º orden. Por el contrario, si su valor es distinto de 0, se produce una deriva y la media no puede ser considerada constante en todo el dominio de estudio.

### Determinación de los parámetros del semivariograma

El semivariograma experimental se obtiene a partir de las medidas realizadas en muestras de suelo. En la práctica, los valores reales de la meseta  $\sigma^2$ , rango influencia (estructura espacial)  $a$  y el efecto pepita (nugget varianza)  $C_0$  son difíciles de estimar. Las semivarianzas calculadas a partir de las observaciones no ajustan de forma suave sobre la línea de tendencia sino que oscilan de forma más o menos acusada a lo largo de ella (ver figura 2.14).

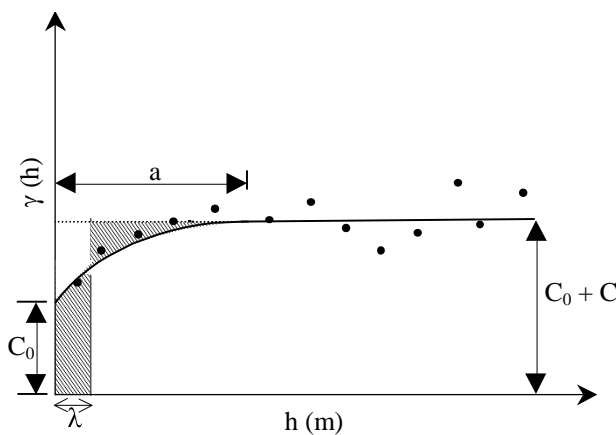


Figura 2.14. Ajuste de un modelo de semivariograma esférico (línea sólida) a los puntos que definen el semivariograma experimental.

La elección del modelo de semivariograma teórico que mejor se aproxima al experimental se hace, en cierta manera, de forma subjetiva aunque es aconsejable seguir una serie de pautas tales como: seleccionar una función válida dentro del rango de aplicación; confiar más en los puntos determinados con un mayor número de pares  $N(h)$  y poner especial cuidado en las distancias cortas. Dado que el comportamiento en el origen es crítico, la utilización del ajuste automático de curvas basado en la minoración de los errores al cuadrado no es en general adecuada. La adecuación de un modelo u otro se juzga a partir de técnicas como la denominada “jack-knifing”.

Para cada propiedad se deberá determinar el rango de influencia a partir del cual las muestras se consideran independientes. Dicho rango existe siempre que se trate de variables estacionarias de 1º-2º orden ó lo que es lo mismo que exista la función de covarianza para todo valor de  $h$ . Las muestras próximas no son independientes por lo no pueden aplicarse las técnicas tradicionales de análisis de datos. En las figuras 2.12a y b la distancia a la cual  $\rho(h)$  tiende a 0 define su rango de influencia.

Se denomina escala integral  $\lambda$  al valor de  $h$  en el que se igualan las áreas rayadas de la figura 1.14. Se usa para medir el grado de correlación espacial de la variable y ha sido definida como:

$$\lambda = \int_0^{\infty} \rho(h) dh \quad (1\text{- dimensión}) \quad [2.21]$$

$$\lambda = \left( 2 \int_0^{\infty} h \rho(h) dh \right)^{1/2} \quad (2\text{-dimensiones}) \quad [2.21']$$

El valor de  $\lambda$  depende de la selección de las superficies de muestreo. La escala integral de muestras procedentes de grandes superficies tienden a ser mayor que la de superficies más pequeñas. La relación entre la superficie de estudio y  $\lambda$  es compleja ya que depende de la variación entre muestras, su tamaño y de condiciones de estacionariedad.

### 2.3.3. Interpolación espacial

El kriging es una técnica de interpolación usada para estimar el valor de un parámetro dado a partir de las medidas de las muestras. Se denomina kriging puntual cuando se estima el valor del parámetro en un punto y kriging por bloques cuando la estimación caracteriza a un volumen elemental representativo (VER) del medio poroso.

#### 2.3.3.1. Kriging puntual

Una de las aplicaciones de la geoestadística es la estimación de la variable en estudio  $z$  en puntos donde no se tomaron muestras. En la práctica, se suponen conocidos sus valores  $z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)$  en los puntos, respectivamente,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y se determina el semivariograma (o correlograma) tal como se ha descrito en la sección 2.3.2. El kriging puntual es una mejora de la interpolación lineal que estima el valor  $z^*$  en el punto  $x_0$ . Proporciona el mejor estimador lineal insesgado del valor interpolado así como, la varianza  $\text{Var}(z-z^*)$  que indica la fiabilidad del resultado.

El kriging puntual supone que la variable es intrínseca. El procedimiento de cálculo incluye los pasos siguientes:

1. Calcular el variograma experimental y determinar un modelo de variograma teórico de ajuste.
2. Seleccionar los coeficientes de ponderación  $\lambda_i$  para calcular  $z^*(x_0)$  a partir de las observaciones  $z(x_i)$ :

$$z^*(x_0) = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i z(x_i) \quad [2.22]$$

donde  $N$  son puntos separados de  $x_0$  por distancias menores que la que corresponde al rango de influencia del variograma (distancia a partir de la cual la autocorrelación es nula).

El mejor estimador lineal es aquel que elige los coeficientes  $\lambda_i$  tal que se cumpla:

$$E \left[ z^*(x_0) - z(x_0) \right] = 0 \quad [2.23]$$

$$\text{Var} \left[ z^*(x_0) - z(x_0) \right] \text{ es mínima} \quad [2.24]$$

La condición [2.30] indica que la media de los valores estimados coincide con la media de los medidos ( $z(x_0)$  y su estimador  $z^*(x_0)$  son desconocidos). Los valores  $\lambda_i$  que cumpliendo [2.23] garantizan que  $z^*(x_0)$  es insesgado cumplen la condición siguiente:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad [2.25]$$

3. Hacer mínima la varianza, ec. [2.24], cumpliendo con la restricción [2.25].

Para ello, se considera el multiplicador de Lagrange  $2\mu$  y queda:

$$\text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N \lambda_i z_i - 2\mu \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i - 1 \right) \right] \quad [2.26]$$

Por definición y considerando [2.23] se llega a:

$$\text{Var} \left[ \sum_{i=1}^N \lambda_i z_i - 2\mu \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i - 1 \right) \right] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} + 2 \sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma_{0j} \quad [2.27]$$

donde  $\gamma_{ij}$  toman el valor:

$$\lambda_{ij} = \gamma_{ij} - x_j \quad [2.28]$$

Sustituyendo el segundo miembro de [2.27] por el término de varianza de [2.26] y tomando derivadas parciales respecto a  $\lambda_i$  se obtiene el conjunto de ecuaciones lineales siguientes:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad [2.29]$$

Las ecuaciones anteriores pueden ponerse en forma matricial:

$$A \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = b \quad [2.29']$$

donde  $A = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{21} & \dots & \gamma_{N1} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{N2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N1} & \dots & \gamma_{NN} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$  y las matrices columnas vienen dadas por las transpuestas de

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix}^T = [\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_N \mu] \text{ y } b^T = [\gamma_{10} \gamma_{20} \dots \gamma_{N0} 1].$$

Se deben determinar N+1 parámetros ( $\lambda_1, \dots, \lambda_N$  y  $\mu$ ) que se calculan a partir de [2.29']:

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = A^{-1} b \quad [2.30]$$

La varianza del error de estimación, llamada varianza del krigreado  $\sigma_k^2$ . Se calcula por:

$$\sigma_k^2 = b^T \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} \quad [2.31]$$

Cuando se produce “efecto pepita” la ec. [2.29'] debe ser evaluada incluyendo los términos  $\gamma_{ii}$  (desde  $i=1$  hasta  $N$ ) bien asignándoles el valor de la “varianza del efecto pepita”  $C_0$  ó bien el valor 0. En cualquiera de los dos casos los coeficientes de ponderación  $\lambda_i$  son algebraicamente iguales. En el segundo caso, se toma como multiplicador de Lagrange  $\mu + C_0$ . Siendo el valor de  $\mu$  el que cumple  $\gamma_{ii} = C_0$ .

Una alternativa a la solución [2.29'] es sustituir los valores  $\gamma_{ij}$  por sus correspondientes covarianzas. En todo el proceso, lo más tedioso es calcular la transpuesta de la matriz A sobretodo con un gran número de puntos. Afortunadamente, en la práctica, con diez o menos medidas se consiguen buenas aproximaciones y la inclusión de más coeficientes de ponderación sólo modifica ligeramente el resultado.

La varianza del krigreado evalúa la fiabilidad del estimador. Éste varía dentro del dominio de la estimación. Se suelen elaborar mapas de error donde se muestran las superficies de mayor variabilidad en las cuales sería recomendable tomar muestras adicionales. Otro método para evaluar las estimaciones es el denominado "jack-knife" consistente en evaluar sistemáticamente, en cada punto, el valor de la variable  $z^*(x_i)$  como si dicho valor fuese desconocido. Seguidamente, se compara la estimación obtenida con el valor medido. El método permite evaluar diferentes modelos de variogramas. El más adecuado es el que tiene la menor varianza entre el valor real y el estimado por krigreado.

### 2.3.3.2. Krigreado por bloques

La técnica de krigreado por bloques hace extensivo la estimación de una variable en un punto dado a otros de la misma zona y obtiene un valor medio  $\bar{z}(x_0)$  representativo del elemento considerado  $V_0$  que se calcula por:

$$\bar{z}(x_0) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} z(x) dx \quad [2.32]$$

donde el elemento  $V_0$  puede corresponder a una línea, una superficie o un volumen, para los casos de que la variable esté definida, respectivamente, en un espacio de una, dos o tres dimensiones.

Los valores medios se distribuyen de forma más suave que los obtenidos mediante krigreado puntual por lo que el efecto de la variabilidad espacial se observa con más claridad.

El estimador  $\bar{z}^*(x_0)$  se calcula por:

$$\bar{z}^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i z(x_i) \quad [2.33]$$

El procedimiento a seguir es el mismo que el descrito para el krigreado puntual. Si el estimador es insesgado cumplirá  $\sum \lambda_i = 1$  y al hacer mínima la varianza se obtiene:

$$A \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = s \quad [2.34]$$

El vector columna del segundo miembro de [2.34] coincide con la transpuesta de:

$$s^T = \left[ \bar{\gamma}_{\langle \mathbf{C}_1, V_0 \rangle}, \bar{\gamma}_{\langle \mathbf{C}_2, V_0 \rangle}, \dots, \bar{\gamma}_{\langle \mathbf{C}_N, V_0 \rangle} \right] \quad [2.35]$$

donde  $\bar{\gamma}$  se corresponde con el valor medio del variograma en cada bloque  $V_0$ , por ejemplo:

$$\bar{\gamma}_{\langle \mathbf{C}_i, V_0 \rangle} = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \gamma_{\langle \mathbf{C}_i, x \rangle} dx \quad [2.36]$$

La resolución del sistema lineal de ecuaciones [2.34] se hace de forma similar a la comentada en el krigreado puntual. La varianza del krigreado por bloques  $\bar{\sigma}_k^2$  se calcula por:

$$\bar{\sigma}_k^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \bar{\gamma}_{\langle \mathbf{C}_i, V_0 \rangle} + \mu - \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \gamma_{\langle \mathbf{C}_i, x \rangle} dx \quad [2.37]$$

En general, dicha varianza es menor que la krigreado puntual. La diferencia entre ellas es igual al valor del segundo sumando de [2.37].

### 2.3.3.3. Krigreado universal

En los métodos anteriores se ha supuesto que la variable era intrínseca, es decir con incrementos estacionarios ( $E \{z(x+h)z(x)\} = 0$ ). Pero en numerosas situaciones, la variable no satisface esas condiciones y el proceso muestra una deriva (ec. [2.20]) por lo que las ecs. [2.29] deben de cambiarse. Con este tipo de variables suele descomponerse a la variable  $z(x)$  en dos: una función determinista que caracteriza la deriva y una componente estocástica que se caracteriza por una función aleatoria intrínseca de media nula.

El modelo más simple para caracterizar la deriva es:

$$E \{z(x)\} = \sum_{i=0}^p a_i f_i(x) \quad [2.38]$$

donde  $f_0, f_1, \dots, f_p$  son funciones conocidas linealmente independientes y  $p$  es el número de término usado para la estimación. Los coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_p$  se desconocen, aunque no son necesarias para la técnica del krigreado.

El estimador  $z^*(x_0)$  es el mismo que en [1.19],  $z^*(x_0) = \sum_{i=1}^{i=N} \lambda_i z(x_i)$ , pero la ec. [2.30] se transforma en:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \mu_k f_k(x_j) = \gamma(x_0, x_j) \quad [2.39]$$

y la ec. [2.39] se transforma en:

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i f_j(x_i) = f_j(x_0) \quad j = 0, \dots, p \quad [2.40]$$

La varianza del krigreado  $\sigma_{Uk}^2$  es mayor que en los métodos anteriores debido a la incertidumbre asociada al modelo elegido para caracterizar la deriva. Se calcula por:

$$\sigma_{Uk}^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma(x_i, x_0) - \sum_{k=0}^p \mu_k f_k(x_0) \quad [2.41]$$

Las modelos más simples para caracterizar la deriva son funciones polinómicas, por ejemplo, considerando el espacio unidimensional  $f_0(x)=1, f_1(x)=x, f_2(x)=x^2$ .

La dificultad en el uso de este método estriba en que la estimación o el ajuste del variograma requiere conocer la deriva, pero los coeficientes  $a_i$  de [2.38] sólo se estiman de forma óptima cuando éste es conocido. Estos inconvenientes se resuelven con métodos que sobrepasan el ámbito de estudio en este tema.

## 2.4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baver, L.D, W.R. Gardner and W.H. Gardner. 1972. "Soil Physics". J. Wiley. New York. (Traducción castellana: Física de suelos. Uteha, México, 1973).
- Bear, J. 1972. "Dynamic of Fluids in Porous Media" Elsevier, new York.
- Childs, E.C. 1969. "An Introduction to the Physical Basis of Soil Water Phenomena". Wiley-Interscience. London.
- Hillel. D. 1998. "Environmental Soil Physics" Capítulos 3, 4 y 5 . Academic Press, New York.

- Iwata, S., T.Tabuchi y B.P. Warkentin. 1995. Soil-water interactions. Mechanims and applications. 2ª ed. Capítulos 2, 3 y 6. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Johnson E.E. 1966. "Ground water and wells". Capítulos 9 y 10. E.E. Johnson Inc., Minnesota.
- Kutilek, M y D.R. Nielsen. 1994. "Soil Hydrology". Capítulos 1, 2 y 8. GeoEcology textbook. Catena Verlag, Germany.
- Samper Calvete, E. J. y J. Carrera Ramírez. 1990. Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología subterránea. 484 pgs. Ed. Centro Int. de Métodos Numéricos en Ingeniería. Barcelona.
- Tindall J.A. y J. R. Kunkel. 1999. "Unsaturated zone hydrology for scientists and engineers". Capítulos 2, 3 y 5. Prentice Hall Ed.. USA.
- Warrick, A.W., D.E. Myers y D.R. Nielsen. 1986. Geostatistical methods applied to soil science. pgs. 53-82 In: "Methods of soil analysis. Part 1. Physical and minerological methods". A. Klute ed., Soil Science Society of America Book Series: 5. USA.
- Warrick, A.W. 1998. Spatial variability. pgs. 655-675. In: "Environmental soil physics". D. Hillel ed., Academic Press, New York.

## 2.5. LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS

	Dimensión
a: Rango de influencia,	L
$C_0$ : Varianza pepita,	-
$C_m$ : Correlograma muestral,	-
Cov: Covarianza,	-
CV: Copeficiente de variación,	-
$C_u$ : Coeficiente de uniformidad del medio poroso,	-
d: Diámetro de partícula mineral,	L
D: Diámetro,	L
D (h): Deriva,	-
E: Esperanza matemática,	-
h: Distancia entre dos puntos,	L
K: Conductividad hidráulica,	$LT^{-1}$
$K_i$ : Permeabilidad intrínseca del medio poroso,	$L^2$
$K_s$ : Conductividad hidráulica del medio poroso saturado,	$LT^{-1}$
L: Longitud,	L
N: Número de muestras,	$L^2 T^{-1}$
P: Porosidad del medio,	-
s: Superficie,	$L^2$
V: Volumen,	$L^3$
$V_a$ : Volumen aparente,	$L^3$
z: Variable aleatoria,	-
$\alpha$ : Grado de confianza,	-
$\theta$ : Contenido de humedad,	-
$\gamma$ : Peso específico del fluido,	$ML^{-2}T$
$\gamma(h)$ : Semivariograma,	-
$\lambda$ : Escala hintegral,	L
$\lambda_i$ : Coeficientes de ponderación,	-
$\mu$ : Viscosidad dinámica del fluido,	$ML^{-1}T^{-1}$
$\mu$ : Correlación.	-
$\rho()$ : Densidad de las partículas minerales del medio poroso,	$ML^{-3}$
$\rho_m$ : Densidad aparente del medio poroso,	$ML^{-3}$
$\rho_a$ : Superficie y	$L^2$
$\omega$ : Varianza.	-
$\sigma^2$ :	-



*Subíndices:*

- $i, j$ : Número de orden,
- $k$ : Krigreado y
- $p$ : Poro.

*Supraíndices:*

- $-$  : Valor medio.