I) Clasificar las transformaciones X'=NX siguientes aplicando el método propuesto, y hallar sus elementos característicos.

N	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 3 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & \sqrt{3} & -1 \\ -2 & -1 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ 4 & \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$
M				
¿Es $MM^t=pI_n$?				
k (si procede)				
Q (si procede)				
$\lvert M \rvert$				
Puntos dobles				
Tipo de transformación				
Elementos característicos				
Descomposición canónica				

II) Clasificar las transformaciones X'=NX siguientes aplicando el método propuesto, y hallar sus elementos característicos.

N	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & \sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & -\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -5 \\ -12 & 0 & 5 & 0 \\ -6 & -5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
M				
¿Es $MM^t=pI_n$?				
k (si procede)				
Q (si procede)				
$\lvert M \rvert$				
Puntos dobles				
Tipo de transformación				
Elementos característicos				
Descomposición canónica				

III) Estudiar la semejanza T , tal que los puntos A=(1,2,3), B=(1,1,1), C=(-1,2,3) y D=(1,0,2) se transforman en A'=(-3,8,7), B'=(-3,2,4), C'=(3,8,7), y D'=(-3,5,1) respectivamente.

SOLUCIÓN:

Se cumple que: T(A)=A', T(B)=B', T(C)=C' y T(D)=D' y en forma matricial, escribiendo conjuntamente $T\begin{pmatrix}1\\x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ para los cuatro puntos:

$$T\cdot\begin{pmatrix}1&1&1&1\\ \\ \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\ \\ \\ \end{pmatrix}\Rightarrow T=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\ \\ \\ \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1&1&1\\ \\ \\ \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Las ecuaciones de la transformación geométrica T, son:

$$\begin{pmatrix}1\\x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\ \\ \\ \end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\x\\y\\z\end{pmatrix}$$

Se tiene que $|T|=$ $\boxed{}$. ¿Qué tipo de semejanza es T? $\boxed{}$

Los puntos invariantes o dobles se obtienen resolviendo el sistema:

$$\begin{pmatrix}1\\x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\ \\ \\ \end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\x\\y\\z\end{pmatrix}$$, cuya solución es $\boxed{}$

que recibe el nombre de **centro de la semejanza**

Si queremos hallar la descomposición canónica en el producto de una homotecia y un movimiento, resulta la homotecia H de centro $\boxed{\text{ y razón }}$ y para determinar el movimiento M se considera la matriz ortogonal $\frac{1}{k}M$ que corresponde a una rotación de eje $\boxed{}$ La amplitud se obtiene mediante la traza, que en este caso es $1+2\cos\alpha = -1 \Rightarrow$ $\boxed{}$

IV) Hallar las ecuaciones de los siguientes movimientos de E_3:

Movimiento T	**Base B adecuada**	**Matriz M_B asociada a T respecto de la base B.**	**Matriz M_C asociada a T respecto de la base canónica.**	**Ecuaciones**
Giro de eje la recta que $\begin{cases}\text{pasa por } A(1,1,1)\\ \text{vector } (0,2,0)\end{cases}$ y ángulo $\alpha = -45^\circ$				
Simetría especular de $\pi \equiv x + z + 2 = 0$				
Simetría rotacional de $\pi \equiv y - 1 = 0$, eje $e \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 2 \end{cases}$ y $\alpha = -90^\circ$				
Simetría deslizante de plano $\pi \equiv x + y + z = 1$ y vector $\vec{u} = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$				
Movimiento helicoidal de $e \equiv x = y + \frac{1}{3} = \frac{z - \frac{2}{3}}{-1}$ $\alpha = -120^\circ$ y $\vec{u} = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$				

V) Sean las simetrías especulares S_1, S_2, S_3, S_4 de planos $\pi_1 \equiv x-y+z=0$, $\pi_2 \equiv x-y+z-3=0$, $\pi_3 \equiv -2x-y+z=0$, $\pi_4 \equiv 2y+z=0$ respectivamente.

Estudiar la posición relativa entre los planos:

π_1 y π_2	
π_1 y π_3	
π_1 y π_4	
π_3 y π_4	

Producto de dos simetrías:

Elegir dos simetrías especulares cuya composición sea:

UNA TRASLACIÓN		
UN GIRO		
LA IDENTIDAD		

Producto de tres simetrías:

Elegir tres simetrías especulares cuya composición en el orden adecuado sea:

UNA SIMETRÍA DESLIZANTE		
UNA SIMETRÍA ROTACIONAL		
UNA SIMETRÍA ESPECULAR		

Producto de cuatro simetrías:

Elegir cuatro simetrías especulares cuya composición en el orden adecuado sea un movimiento helicoidal:

Hallar la ecuación de los movimientos resultantes:

$\boxed{S_1 \circ S_2 \circ S_3}$

$\boxed{S_1 \circ S_2 \circ S_3 \circ S_4}$