

1.- Estudiar la existencia de solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

Sistema	Aplicando resolver se obtiene	Aplicando SOLUTIONS se obtiene	Matriz ampliada A*	ROW_REDUCE A*	Métodos válidos	Tipo de sistema	Solución
$\begin{cases} x+3y+z=10 \\ 2x-y+5z=15 \\ 4x+2y-3z=-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$	$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & 1 & 10 \\ 2 & -1 & 5 & 15 \\ 4 & 2 & -3 & -1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$	LOS TRES	COMP. DETERMINADO	$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$
$\begin{cases} 5x-11y+9z=4 \\ x-3y+5z=2 \\ 2x-4y+2z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=\lambda \\ y=\frac{1}{14}(8\lambda-1) \\ z=\frac{1}{14}(2\lambda+5) \end{cases}$	$\begin{cases} x=\lambda \\ y=\frac{1}{14}(8\lambda-1) \\ z=\frac{1}{14}(2\lambda+5) \end{cases}$	$\left(\begin{array}{ccc c} 5 & -11 & 9 & 4 \\ 1 & -3 & 5 & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 0 & -7 & -5/2 \\ 0 & 1 & -4 & -3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	LOS TRES	COMP. INDETERMINADO	$\begin{cases} x=-\frac{5}{2}+7z \\ y=-\frac{3}{2}+4z \end{cases}$
$\begin{cases} x-5y+3z=0 \\ -x+6y-z=2 \\ x-4y+5z=4 \end{cases}$	No encuentra soluciones	[]	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & -5 & 3 & 0 \\ -1 & 6 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & 5 & 4 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 13 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$	LOS TRES	INCOMPATIBLE	
$\begin{cases} x-y+2z-t=1 \\ 2x+y-z+t=-2 \\ 2y+z-3t=1 \\ 3x+z=-1 \\ 3x+2y+2z-3t=0 \end{cases}$	$\begin{cases} x=\lambda \\ y=-\frac{12\lambda+7}{5} \\ z=-3\lambda-1 \\ t=-\frac{13\lambda+8}{5} \end{cases}$	$\begin{cases} x=\lambda \\ y=-\frac{12\lambda+7}{5} \\ z=-3\lambda-1 \\ t=-\frac{13\lambda+8}{5} \end{cases}$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & -3 & 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 0 & 0 & 5/13 & -8/13 \\ 0 & 1 & 0 & -12/13 & 1/13 \\ 0 & 0 & 1 & -15/13 & 11/13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	LOS TRES	COMP. INDETERMINADO	$\begin{cases} x=-\frac{8}{3}-\frac{5}{13}t \\ y=\frac{1}{13}+\frac{12}{13}t \\ z=\frac{11}{13}+\frac{15}{13}t \end{cases}$
$\begin{cases} 2x-y+z=5 \\ 6x+2y-2z=8 \\ 2x+4y-4z=-2 \\ 4x+3y-3z=3 \end{cases}$	$\begin{cases} x=\frac{9}{5} \\ y=\lambda \\ z=\frac{5\lambda+7}{5} \end{cases}$	$\begin{cases} x=\frac{9}{5} \\ y=\lambda \\ z=\frac{5\lambda+7}{5} \end{cases}$	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & -1 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & -2 & 8 \\ 2 & 4 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 0 & 9/5 \\ 0 & 1 & -1 & -7/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	LOS TRES	COMP. INDETERMINADO	$\begin{cases} x=9/5 \\ y=z-7/5 \end{cases}$

Sistema	Aplicando resOLver se obtiene:	Aplicando SOLUTIONS se obtiene:	Matriz ampliada A*	ROW_REDUCE A*	Métodos válidos	Tipo de sistema	Solución
$\begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ 6x + 2y - 2z = 8 \\ 2x + 4y - 4z = -2 \\ 4x + 3y - 3z = 0 \end{cases}$	No encuentra soluciones	[]	$\left(\begin{array}{ccc c} 2 & -1 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & -2 & 8 \\ 2 & 4 & -4 & -2 \\ 4 & 3 & -3 & 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	LOS TRES	INCOMPATIBLE	
$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y - 2z + 3t = 5 \\ 2x - z - t = 0 \end{cases}$	Incompatible para x, y, z	$\begin{aligned} x &= \lambda \\ y &= 1 - 3\lambda \\ z &= \frac{2}{5}(5\lambda - 3) \\ t &= \frac{6}{5} \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 0 & -1/2 & 0 & 3/5 \\ 0 & 1 & 3/2 & 0 & -4/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6/5 \end{array} \right)$	SOLVE Y ROW_REDUCE	COMP. INDETERMINADO	$\begin{aligned} x &= \frac{3}{5} + \frac{1}{2}z \\ y &= -\frac{4}{5} - \frac{3}{2}z \\ t &= \frac{6}{5} \end{aligned}$
$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x - y - z + 5t = 1 \\ 3x - t = 0 \end{cases}$	Incompatible para x, y, z. Incompatible para t, y, z	$\begin{aligned} x &= \frac{2}{21} \\ y &= \lambda \\ z &= \frac{13 - 21\lambda}{21} \\ t &= \frac{2}{7} \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2/21 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 13/21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2/7 \end{array} \right)$	SOLVE Y ROW_REDUCE	COMP. INDETERMINADO	$\begin{aligned} x &= \frac{2}{21} \\ y &= \frac{13}{21} - z \\ t &= \frac{2}{7} \end{aligned}$

2.-
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = a \\ x + 2y + 4z + 5t = b \\ 2x + 4y + 5z + 7t = c \end{cases}$$
 Con la función ROW_REDUCE este sistema es equivalente a otro cuya matriz ampliada es
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
, que es

un sistema **INCOMPATIBLE** Con resOLver en $\begin{cases} xyz \\ yzt \end{cases}$ DERIVE dice: sistema $\begin{cases} \text{INCOMPATIBLE} \\ \text{INCOMPATIBLE} \end{cases}$

Utilizando la función PIVOT, vamos obteniendo:

Con **Pivot**(A*,1,1), queda: $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 1 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & -1 & -1 & c-2a \end{pmatrix}$ Con **Pivot**(A₁,2,3), queda:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & a \\ 0 & 0 & 1 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a+b+c \end{pmatrix}$$

Por tanto, ROW_REDUCE y resOLver no dan una respuesta correcta ya que el sistema es compatible si y solo si $-3a+b+c=0$ y, en este caso, la solución es $x = 4a-3b-2y-t$ $y = y$, $z = b-a-t$ $t = t$

3.- Resolver los siguientes sistemas, dados en forma matricial, utilizando ROW_REDUCE, y

siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Sistema	A*	ROW_REDUCE(A*)	Solución	Tipo de sistema
AX=0	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$x=0$ $y=0$ $z=0$	COMPATIBLE DETERMINADO
AX=X	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$x=2y$ $z=0$	COMPATIBLE INDETERMINADO
AX=B	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{35}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{21}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{8} \end{pmatrix}$	$x=35/8$ $y=21/8$ $z=-5/8$	COMPATIBLE DETERMINADO

4.- Hallar el rango de las matrices siguientes utilizando la función ROW_REDUCE.

Deducir además, para cada matriz, si es inversible y calcular su inversa:

A	ROW_REDUCE (A)	r(A)	¿inversible?	A ⁻¹
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -23 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$	2	NO	
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3	SI	$\begin{pmatrix} \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{3}{8} & 1 & -\frac{3}{8} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2	NO	

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	3	NO	
$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	4	SI	$\begin{pmatrix} -23 & 29 & -\frac{64}{5} & -\frac{18}{5} \\ 10 & -12 & \frac{26}{5} & \frac{7}{5} \\ 1 & -2 & \frac{6}{5} & \frac{2}{5} \\ 2 & -2 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2	NO	

¿Qué significa el que aparezca una fila de ceros al aplicar **ROW_REDUCE** a una matriz?

QUE HAY UNA FILA QUE ES COMBINACIÓN LINEAL DE LAS DEMÁS

5.- Hallar por bloques la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$

Si llamamos $A^{-1} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$, entonces $AA^{-1} = I_4 \Leftrightarrow \begin{cases} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} = I_2 \\ A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} = O \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} = O \\ A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} = I_2 \end{cases}$

Como A_{11} , y A_{22} son inversibles comenzamos a resolver el sistema despejando B_{12} en la 2ª y sustituyendo en la 4ª y se obtiene:

$B_{22} = (A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}$, luego sustituyendo en la 2ª $B_{12} = -A_{11}^{-1}A_{12}B_{22}$. Ahora en la 3ª despejamos $B_{21} = -A_{22}^{-1}A_{21}B_{11}$ y sustituyendo en la 1ª $B_{11} = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})^{-1}$. Si tomamos como bloques

$A_{11} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	$A_{12} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
$A_{21} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	$A_{22} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$B_{11} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{5}{18} \\ \frac{5}{18} & -\frac{1}{18} \end{pmatrix}$	$B_{12} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{18} & \frac{1}{18} \\ \frac{5}{18} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$
$B_{21} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{18} & \frac{5}{18} \\ \frac{1}{18} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$	$B_{22} = \begin{pmatrix} \frac{11}{18} & \frac{5}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{1}{18} \end{pmatrix}$

6.- Hallar la inversa de dos de las matrices anteriores utilizando el método de Gauss:
 *Escribiremos previamente la matriz identidad de igual orden que la matriz A y la nombramos In

A	APPEND_COLUMNS(A,In)=B	ROW_REDUCE (B)	A ⁻¹
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 7 & & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & -5 & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & -1 & -1 & 1 & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & -2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

7.- $\begin{pmatrix} b-1 & b+1 \\ b-1 & 3b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b-1)^2 \\ b^2-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow AX=K$ siendo $A = \begin{pmatrix} b-1 & b+1 \\ b-1 & 3b \end{pmatrix}$ y $K = \begin{pmatrix} (b-1)^2 \\ b^2-1 \end{pmatrix}$.

Calculamos $\det(A) = (b-1)(2b-1)$.

a) Si $(b-1)$ y $(2b-1)$ no son nulos entonces $|A| \neq 0$, luego el sistema es de Cramer y **COMPATIBLE DETERMINADO**, por tanto $X=A^{-1}K$, obteniéndose la solución general

$$C = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{2b^2 - 5b - 1}{2b-1} \\ \frac{2b-1}{2(b-1)} \\ \frac{2b-1}{2b-1} \end{pmatrix} / b \in \mathbb{R} \right\}$$

b) Si $b=1$ sustituimos en A^* y efectuamos $ROW_REDUCE(A^*) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, el sistema es

COMPATIBLE INDETERMINADO y su solución, *si existe*, es $C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\}$

c) Si $b = \frac{1}{2}$ sustituimos en A^* y efectuamos $ROW_REDUCE(A^*) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, el sistema es

INCOMPATIBLE y su solución, *si existe*, es

8.- Hallar A^n , $n \in \mathbb{N}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, aplicando el **Principio de Inducción**.

Utilizaremos como ayuda para el cálculo de las primeras potencias la orden **VECTOR** $(A^n, n, 2, 4)$.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}, A^4 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 8 \\ 7 & 1 & 8 \\ 8 & 0 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \\ 2^{n-1}-1 & 1 & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \end{pmatrix}$$

Demostración de que la matriz A^n es la correcta:

1. Según la expresión anterior $A^{n+1} = \begin{pmatrix} 2^n & 0 & 2^n \\ 2^n - 1 & 1 & 2^n \\ 2^n & 0 & 2^n \end{pmatrix}$.

2. Por otro lado: $A^{n+1} = A^n A = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} - 1 & 1 & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^n & 0 & 2^n \\ 2^n - 1 & 1 & 2^n \\ 2^n & 0 & 2^n \end{pmatrix}$

9.- Calcular la inversa de las siguientes matrices utilizando la función **ADJOINT** y comprobar el resultado con **A⁻¹**

A	 A 	ADJOINT	$\frac{1}{ A }$ ADJOINT (A)	A⁻¹
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -4 & 3 & -4 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$