ESPACIOS VECTORIALES

1ºa) Hallar el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -1 & 6 \\ 6 & 17 & -7 & 10 \\ 1 & 3 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

b) Sea H el sistema de vectores de $\Re^4$ formado por los vectores fila de la matriz A; rango(H). Indicar los vectores linealmente independientes de H

c) Sea F el subespacio vectorial de $\Re^4$ generado por los vectores fila de la matriz A. Hallar dos bases diferentes de F.

d) Hallar una ecuación vectorial de F

e) Hallar unas ecuaciones paramétricas de F

f) Hallar una ecuación implícita de F

g) Sea C el subespacio vectorial de R^4 generado por los vectores columna de la matriz A Hallar una base de C

h) Encontrar una relación de dependencia lineal existente entre los vectores columna de la matriz A.

i) Hallar una ecuación vectorial de C

j) Hallar unas ecuaciones paramétricas de C

k) Hallar la ecuación implícita de C

l) ¿F y C son hiperplanos distintos?

m) Calcular una base y las ecuaciones paramétricas de $F \cap C$

n) ¿ F+G =R^4 ?

o) ¿F+G es suma directa?

p) Hallar un subespacio suplementario del subespacio F:

2º- Estudiar, para cada uno de los conjuntos de vectores que se indican, si son libres y/o sistemas de generadores y/o base de $\mathbf{R}^n$, utilizando la función **rank**:

Vectores	**A**	**Rango**	**Sist. libre**	**Sistema. generador**	**Base**	**Justificación**
$\begin{cases} \vec{u}_1 = (1,-2,0) \\ \vec{u}_2 = (3,0,1) \\ \vec{u}_3 = (-1,1,1) \end{cases}$						
$\begin{cases} \vec{u}_1 = (1,-2) \\ \vec{u}_2 = (3,0) \\ \vec{u}_3 = (-1,1) \end{cases}$						
$\begin{cases} \vec{u}_1 = (1,-2,0,0) \\ \vec{u}_2 = (3,0,1,1) \\ \vec{u}_3 = (-1,1,1,2) \end{cases}$						

3º- Unas ecuaciones paramétricas de un cierto subespacio vectorial F de R^5 son:

(I) $\begin{cases} x = \alpha + 2\beta + \gamma + 4\delta \\ y = \beta + \gamma + 2\delta \\ z = \alpha + 2\beta + 2\gamma + 5\delta \\ t = \alpha + 3\gamma + 4\delta \\ v = \alpha + \beta + 4\gamma + 6\delta \end{cases}$ con $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in R$. Se pide hallar una base y unas ecuaciones cartesianas de F.

Para resolver el ejercicio seguimos los siguientes pasos:

1º) Escribimos la matriz A^t de los coeficientes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ y hallamos **rank(A) =   , en** consecuencia, 2º) (I) es equivalente a Sí B es la matriz de los coeficientes como,

rg(B)=rg(B^*)= , entonces, los menores de order son cero.

3º Haciendo $\begin{vmatrix} x & \\ y & \\ z & \\ t & \end{vmatrix} = 0$, y , $\begin{vmatrix} x & \\ y & \\ z & \\ v & \end{vmatrix} = 0$, se obtienen las ecuaciones

cartesianas de F

Y una base de F es B ={ }

4º- a) Estudiar si el conjunto de vectores $B_1 = \{ \vec{u}_1 = (1,1,1), \vec{u}_2 = (-1,1,0), \vec{u}_3 = (-1,-1,2) \}$ constituye una base de $\Re^3$.

b) Hallar una base B_S del subespacio de $\Re^3$: $S = \{ (x, y, z) \in \Re^3 / x - 2y + z = 0 \}$.

c) Hallar un vector $\vec{u} \notin S$. Razonar porqué $\{ \vec{u} \} \cup B_s = B_2$ constituye una base de $\Re^3$.

d) Hallar las ecuaciones del cambio de base de B_1 a B_2 en forma matricial.

5º- Consideremos las bases de R^3: $B_1 = \{\vec{e}_1 = (1,0,0), \vec{e}_2 = (0,1,0), \vec{e}_3 = (0,0,1)\}$ y

$$B_2 = \left\{\vec{u}_1 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}), \vec{u}_2 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}), \vec{u}_3 = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})\right\}.$$

a) Hallar las ecuaciones del cambio de base de B_1 a B_2 .

b) Hallar el conjunto F de vectores que tienen las mismas coordenadas respecto de B_1 y B_2

c) Demostrar que F es un subespacio de R^3 y hallar una base de F.