I.- Resolver, si es posible, los siguientes triángulos esféricos rectángulos, siendo A=90°:

a) a=60° 07' 13", C=59° 00' 12".

b) b=167° 03' 38", B=157° 57' 33".

c) a=112° 42' 36", b=76° 44' 15".

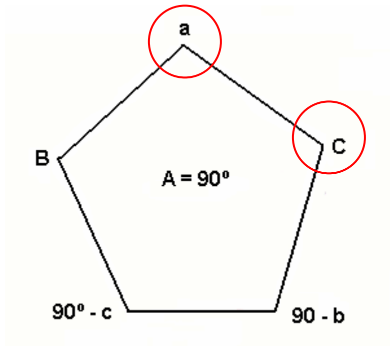
Solución

II.- Un barco que parte del punto A (latitud 36°50' N. y longitud 76°20' O.) y que navega a lo largo de una circunferencia máxima corta al Ecuador en un punto cuya longitud es 50° 00' O. Encontrar el rumbo inicial y la distancia recorrida.

Solución

I.- Resolver, si es posible, los siguientes *triángulos esféricos* rectángulos, siendo A=90°:
a) a=60° 07' 13", C=59° 00' 12".
b) b=167° 03' 38", B=157° 57' 33".
c) a=112° 42' 36", b=76° 44' 15".

***Solución*:**



a) $\cos(90^\circ\text{-}c) = \text{sen}a\,\text{sen}C = 0{,}743252702177866$

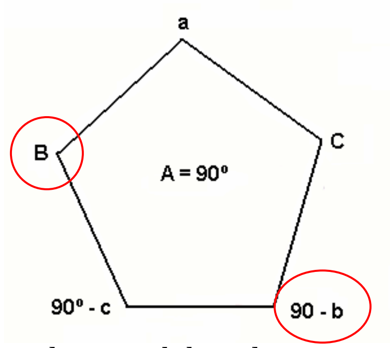
$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{c = 48^\circ 00'33''} < a \Leftrightarrow C < A \\ 131^\circ 59'27'' \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathbf{c = 48^\circ 00'33''}}$$

$$\cos a = \cot g B \cot g C \Rightarrow tgB = \frac{1}{\cos a\, tgC} = 1{,}205950365$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 50^\circ\ 20'\ 1.49''}}$$

$$\cos C = \cot g a\ \text{tg} b \Rightarrow \text{tg} b = \text{tg} a \cos C = 0{,}8963258673 \Rightarrow \boxed{\mathbf{b = 41^\circ 52'14''}}$$

Comprobación: $\frac{sena}{senA} = 0{,}86707311$; $\frac{senb}{senB} = 0{,}86707310$; $\frac{senc}{senC} = 0{,}86707312$



b) $\text{sen}a = \text{sen}b/\text{sen}B = 0{,}5966976997$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{\mathbf{a_1 = 36^\circ 38'02''}} < \mathbf{b \Leftrightarrow A < B} \\ \boxed{\mathbf{a_2 = 143^\circ 21'58''}} < \mathbf{b \Leftrightarrow A < B} \end{cases}$$

No podemos rechazar ninguno de los valores obtenidos luego: Existen dos soluciones de tal forma que *b* es obtuso:

$$sen\,c = \frac{\text{tg}\,b}{\text{tg}\,B} = 0.5649939 \Rightarrow \begin{cases} c_2 = 34^\circ\,34'\,34'' \\ c_1 = 145^\circ\,25'\,26'' \end{cases}$$, ya que al ser a_1 aguda, c_1 y b han de ser ambos obtusos.

$$\text{sen}C = \frac{\cos B}{\cos b} = 0{,}95106682 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\mathbf{C_2 = 72^\circ 00'07''}} \\ \boxed{\mathbf{C_1 = 107^\circ 59'53''}} \end{cases}$$, ya que al ser a_1 aguda, C_1 y B han de ser ambos obtusos.

Recuerda que a catetos obtusos corresponden ángulos obtusos e hipotenusa aguda.

Comprobación:

$$\frac{sena_1}{senA} = \frac{sena_2}{senA} = 0{,}59669770; \frac{senb}{senB} = 0{,}59669769; \frac{senc_1}{senC} = \frac{senc_2}{senC} = 0{,}59669769$$

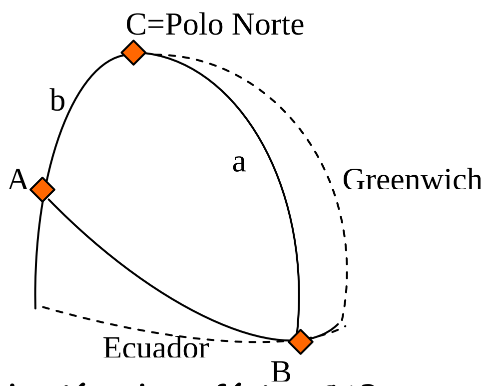
c) Por el teorema del seno:

$$\operatorname{sen} B = \frac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} a} = \frac{\operatorname{sen} 76^{o}\, 44'15'' \operatorname{sen} 90^{o}}{\operatorname{sen} 112^{o}\, 42'36''} = 1{,}0551$$ No existe un triángulo esférico con los datos dados.

II.- Un barco que parte del punto A (latitud 36°50' N. y longitud 76°20' O.) y que navega a lo largo de una circunferencia máxima corta al Ecuador en un punto cuya longitud es 50° 00' O. Encontrar el rumbo inicial y la *distancia* recorrida.

Solución:

* Planteamiento



$$A \equiv \begin{cases} \text{Latitud} = 36°50' \\ \text{Longitud} = 76°20' \end{cases}$$

$$B \equiv \begin{cases} \text{Latitud} = 0° \\ \text{Longitud} = 50° \end{cases}$$

En el triángulo esférico CAB:

Conocemos CA: (90° - Latitud de A).

Conocemos CB: (90° - Latitud de B).

Conocemos el ángulo C.

* datos del triángulo

C=76º20'-50º00'=26º20'

b=90º-36º50'=53º10'

a=90º

Queremos calcular AB es decir c. Para ello aplicamos el teorema del coseno para lados.

cos c = cos b cos a + sen b sen a cos C

cos c = 0 + 0,8003827 . 1. 0,8962285 = 0,1773257 de donde c = 44º09'57''

la distancia recorrida viene dada por

L = c(radianes) * R siendo R el radio de la Tierra R=6371 km

Obteniéndose **L = 4911 km**

Ahora se calcula el rumbo:

Queremos calcular CAB. Para ello aplicamos el teorema del seno.

senA=sena.senC/senc= 0.6901737602, luego el rumbo será 140°27'21''

O bien,

cos a = cosb cosc + senb senc **cos A**

0 = 0,5994893 . 0,7173257 + 0,8003827. 0,696738 **cosA**

cos A = - 0,7711352

A = 140º 27'21'' (Rumbo medido desde el Norte)