1.- Estudiar la existencia de solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

Sistema	Aplicando resoLver se obtiene	Aplicando SOLUTIONS se obtiene	Matriz ampliada A*	ROW_REDUCE A*	Métodos válidos	Tipo de sistema	Solución
$\begin{cases} x+3y+z=10 \\ 2x-y+5z=15 \\ 4x+2y-3z=-1 \end{cases}$							
$\begin{cases} 5x-11y+9z=4 \\ x-3y+5z=2 \\ 2x-4y+2z=1 \end{cases}$							
$\begin{cases} x-5y+3z=0 \\ -x+6y-z=2 \\ x-4y+5z=4 \end{cases}$							
$\begin{cases} x-y+2z-t=1 \\ 2x+y-z+t=-2 \\ 2y+z-3t=1 \\ 3x+z=-1 \\ 3x+2y+2z-3t=0 \end{cases}$							
$\begin{cases} 2x-y+z=5 \\ 6x+2y-2z=8 \\ 2x+4y-4z=-2 \\ 4x+3y-3z=3 \end{cases}$							

Sistema	Aplicando resoLver se obtiene:	Aplicando SOLUTIONS se obtiene:	Matriz ampliada A*	ROW_REDUCE A*	Métodos válidos	Tipo de sistema	Solución
$\begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ 6x + 2y - 2z = 8 \\ 2x + 4y - 4z = -2 \\ 4x + 3y - 3z = 0 \end{cases}$							
$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y - 2z + 3t = 5 \\ 2x - z - t = 0 \end{cases}$							
$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x - y - z + 5t = 1 \\ 3x - t = 0 \end{cases}$							

2.- $\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = a \\ x + 2y + 4z + 5t = b \\ 2x + 4y + 5z + 7t = c \end{cases}$ Con la función ROW_REDUCE este sistema es equivalente a otro cuya matriz ampliada es $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, que es

un sistema Con **resoLver** en $\begin{cases} xyz \\ yzt \end{cases}$ DERIVE dice:

Utilizando la función **PIVOT**, vamos obteniendo:

Con **Pivot**(A*,1,1), queda: $A_1 =$ Con **Pivot**(A_1,2,3), queda:

$A_2 =$

Por tanto, ROW_REDUCE y resoLver no dan una respuesta correcta ya que el sistema es compatible si y solo si y, en este caso, la solución es x = y = ,z = t=

3.- Resolver los siguientes sistemas, dados en forma matricial, utilizando **ROW_REDUCE,** y siendo $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Sistema	A*	ROW_REDUCE(A*)	Solución	Tipo de sistema
AX=0				
AX=X				
AX=B				

4.- Hallar el rango de las matrices siguientes utilizando la función **ROW_REDUCE**. Deducir además, para cada matriz, si es inversible y calcular su inversa:

A	ROW_REDUCE (A)	r(A)	¿inversible?	A^{-1}
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & 1 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 10 \end{pmatrix}$				

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & 14 & 14 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$				

¿Qué significa el que aparezca una fila de ceros al aplicar **ROW_REDUCE** a una matriz?

5.- Hallar por bloques la inversa de la matriz A= $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$

Si llamamos $A^{-1} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$, entonces $AA^{-1} = I_4 \Leftrightarrow \begin{cases} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} = I_2 \\ A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} = O \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} = O \\ A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} = I_2 \end{cases}$

Como A_{11}, y A_{22} son inversibles comenzamos a resolver el sistema despejando B_{12} en la 2ª y sustituyendo en la 4ª y se obtiene:

$\boxed{B_{22} = \left(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}\right)^{-1}}$, luego sustituyendo en la 2ª $\boxed{B_{12} = -A_{11}^{-1}A_{12}B_{22}}$. Ahora en la 3º despejamos $\boxed{B_{21} = -A_{22}^{-1}A_{21}B_{11}}$ y sustituyendo en la 1ª $\boxed{B_{11} = \left(A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}\right)^{-1}}$. Si tomamos como bloques

A11= $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	**A12=** $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
A21= $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	**A22=** $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

B11=	**B12=**
B21=	**B22=**

6.- Hallar la inversa de dos de las matrices anteriores utilizando el método de Gauss: *Escribiremos previamente la matriz identidad de igual orden que la matriz A y la nombramos In

A	APPEND_COLUMNS(A,In)=B	ROW_REDUCE (B)	A^{-1}
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$			
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$			

7.- $\begin{pmatrix} b-1 & b+1 \\ b-1 & 3b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b-1)^2 \\ b^2-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$ AX=K siendo A=$\begin{pmatrix} b-1 & b+1 \\ b-1 & 3b \end{pmatrix}$ y K=$\begin{pmatrix} (b-1)^2 \\ b^2-1 \end{pmatrix}$.

Calculamos det(A)= .

a) Si y no son nulos entonces $|A| \neq 0$, luego el sistema es de Cramer y , por tanto X=A^{-1}K, obteniéndose la solución general

$$\mathbf{C} = \left\{ \quad \right\}$$

b) Si b= sustituimos en A^* y efectuamos **ROW_REDUCE(A^*)** = , el sistema es

y su solución, ***si existe***, es $\mathbf{C} = \left\{ \quad \right\}$

c) Si b= sustituimos en A^* y efectuamos **ROW_REDUCE(A^*)** = , el sistema es y su solución, ***si existe***, es

8.- Hallar $\mathbf{A^n}$, n ∈N siendo A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, aplicando el **Principio de Inducción**.

Utilizaremos como ayuda para el cálculo de las primeras potencias la orden **VECTOR** $\left(\mathbf{A^n, n, 2, 4}\right)$.

$A^2 =$, $A^3 =$, $A^4 =$ $\Rightarrow$ $A^n =$

Demostración de que la matriz A^n es la correcta:

1. Según la expresión anterior $A^{n+1} =$.

2. Por otro lado: $A^{n+1} = A^n A =$

9.- Calcular la inversa de las siguientes matrices utilizando la función **ADJOINT** y comprobar el resultado con $\mathbf{A^{-1}}$

A	$\lvert\mathbf{A}\rvert$	ADJOINT	$\dfrac{\mathbf{1}}{\lvert\mathbf{A}\rvert}$ **ADJOINT (A)**	$\mathbf{A^{-1}}$
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 8 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$				
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$				