

EL METODO PERT (PROGRAM EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE)

METODO DE PROGRAMACION Y
CONTROL DE PROYECTOS

Desarrollado en 1958, para coordinar y
controlar la construcción de submarinos
“Polaris”.

El método PERT se basa en la descomposición sistemática del proyecto en una serie de tareas parciales o *actividades* con el objetivo de incorporar racionalidad en la planificación, gestión, seguimiento y control de dichas actividades durante la vida del mismo.

Definiciones:

- **Actividad:** ejecución de una tarea que para su realización requiere *tiempo y recursos*.
- **Acontecimiento o suceso:** momento de la vida del proyecto que por su relevancia merece la pena destacarse. indica el principio o el fin de una actividad o un conjunto de actividades y no consume ni tiempo ni recursos.

Grafo: conjunto de puntos y los arcos que los relacionan contenidos en un plano.

- Punto i relacionado con un punto j mediante un arco a_{ij}



- El arco tiene sentido desde i hasta j

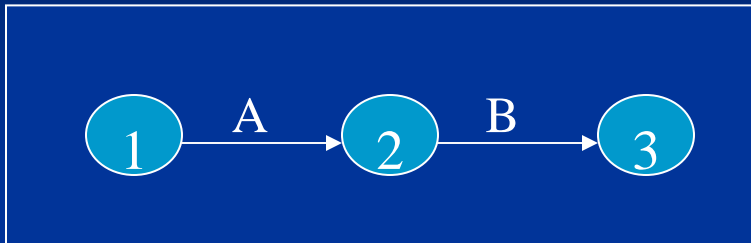
- **Grafo elemental**

PERT: el suceso i está relacionado con el suceso j mediante la actividad a_{ij}

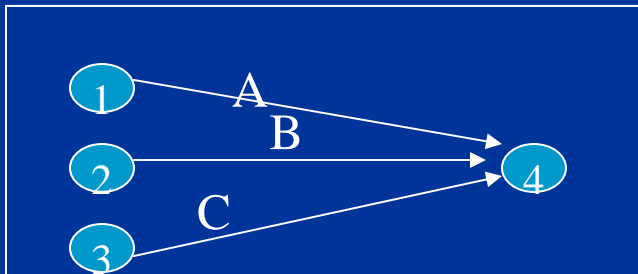
- La actividad a_{ij} tiene un inicio i , un fin j y una duración t_{ij}

TIPOS DE ACTIVIDADES:

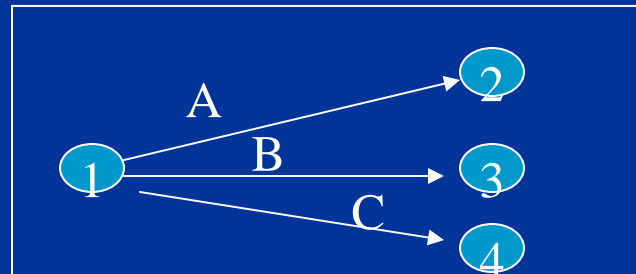
LINEAL



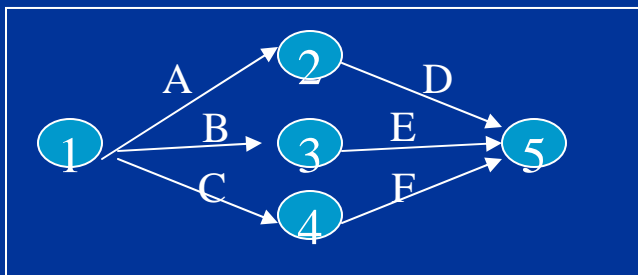
CONVERGENTE



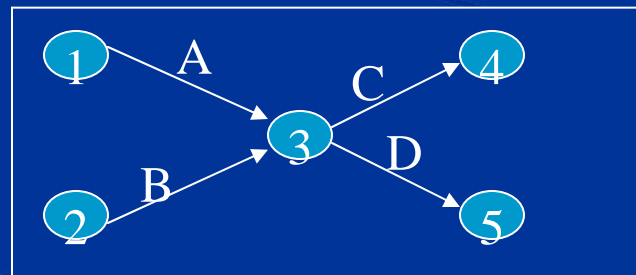
DIVERGENTE



DIV. - CONV.



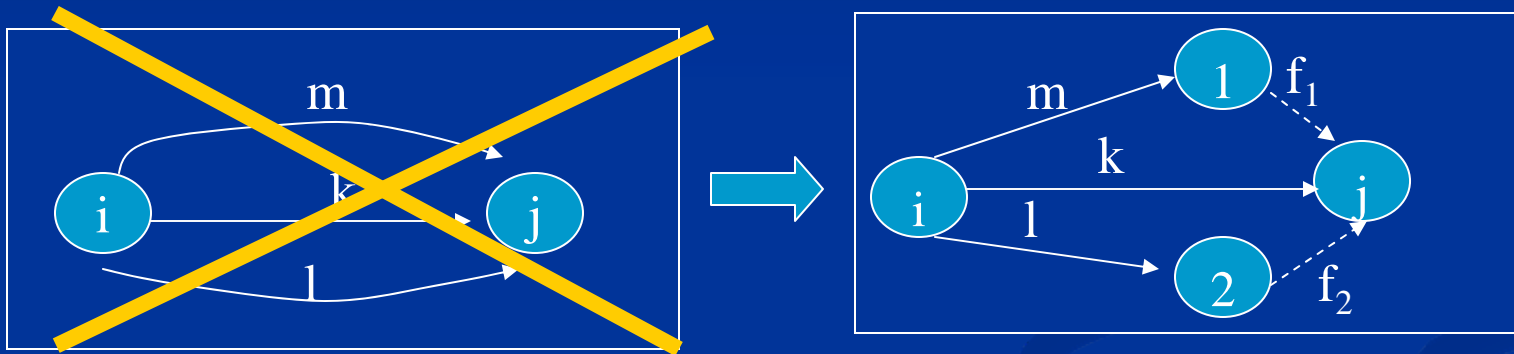
CONV.-DIV.



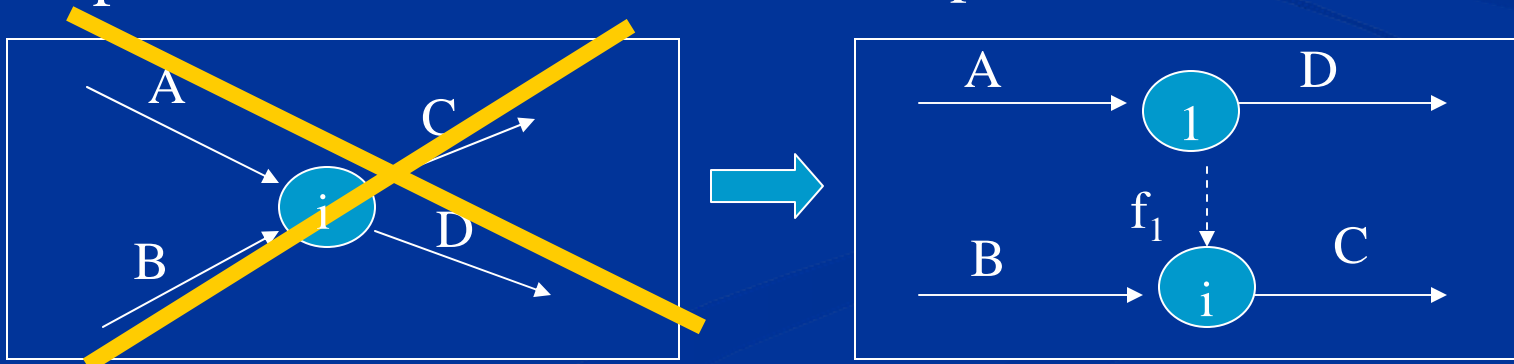
ACTIVIDADES FICTICIAS

no consumen ni tiempo ni recursos, pero permiten reflejar formalmente las relaciones existentes entre las diferentes actividades que constituyen el proyecto y ofrecen la posibilidad de realizar grafos con rectas.

*Actividades en paralelo



*Actividad A y B preceden a C (f₁ y f₂ son actividades ficticias representadas con líneas de puntos).
A precede a D



Para construir un GRAFO PERT de un proyecto

completo:

- 1 Descomponer el proyecto en actividades e identificar el suceso inicio y el suceso fin.
- 2 Establecer prelación: actividades que tienen que ser necesariamente realizadas con anterioridad a otras.
- 3 Organizar la información en un cuadro de prelación.
- 4 Asignar tiempos a las actividades.

1.1. Suceso inicio: representa el principio de una o varias actividades y no representa el final de ninguna.

1.2. Suceso fin: representa el final de una o varias actividades y no representa el comienzo de ninguna.

Organizar la información:

■ PRECEDE

suceso inicio

A

A

B

C

D,E

F



■ ACTIVIDADES

A

B

C

D

E

F

G

Sucesos y actividades
que preceden.

■ Se nombran todas la
actividades del
proyecto.

Asignar tiempos a las actividades

- La duración de las actividades depende de circunstancias aleatorias y probabilísticas.

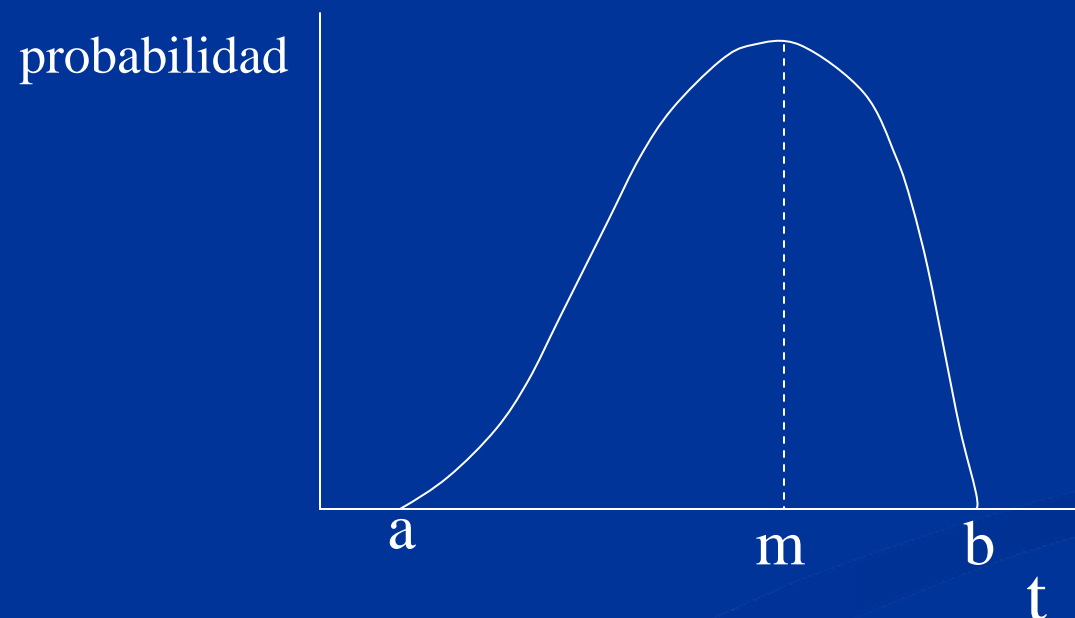
Empíricamente, se demuestra que las actividades de los proyectos se ajustan a una distribución probabilística de tipo BETA.

Distribución BETA

cuya función de densidad es:

$$f(t) = K(t - a)^\alpha (t - b)^\varphi$$

t = variable aleatoria, intervalo cerrado $[a, b]$



$$f(t) = 0; t \leq a$$

$$f(t) = 0; t \geq b$$

Donde:

K = constante

α y φ = parámetros

DISTRIBUCIÓN BETA

$$\mu(\text{media}) = \frac{a + (\alpha + \varphi)m + b}{\alpha + \varphi + 2}$$

$$\sigma^2(\text{varianza}) = \frac{(b-a)^2(\alpha+1)(\varphi+1)}{(\alpha+\varphi+2)^2(\alpha+\varphi+3)}$$

$$\alpha = 2 + \sqrt{2}$$

$$\varphi = 2 - \sqrt{2}$$

$$\alpha + \varphi = 4$$

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}{6^2(7)} = \frac{(b-a)^2(9-2)}{6^2 \cdot 7} = \frac{(b-a)^2}{6^2}$$

$$\sigma = \frac{b-a}{6}$$

Tiempo efectivo, medio o PERT de una actividad

$$t_{ij} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

- Estimación optimista (a): tiempo mínimo de ejecución de una actividad cuando todas las variables que intervienen se desarrollan excepcionalmente. Probabilidad 0.01.
- Estimación pesimista (b): tiempo de ejecución cuando concurren circunstancias desfavorables. Probabilidad 0.01.
- Estimación más probable (m): cuando el tiempo de ejecución no sufre ni circunstancias positivas ni negativas.

EL ALGORITMO PERT

Una vez que se ha realizado:

- 1.- el grafo refleja las prelacións existentes entre las diferentes actividades.
- 2.- La asignación de los tiempos de ejecución a cada actividad.

Se desarrolla un proceso de cálculo en el que se determinan los *tiempos de los sucesos*.

Tiempo early “ t_j ” de un suceso

Acceder plenamente a un suceso requiere la finalización de todas las actividades que convergen en él. El tiempo “early” de un suceso es el tiempo más temprano, mínimo y suficiente para alcanzarlo plenamente (lo más pronto que se puede llegar a él cumpliendo todas las condiciones). Será, por lo tanto, el tiempo máximo necesario correspondiente a las diferentes rutas de actividades que le preceden y convergen en él.



$$t_j = \text{máx}(t_i + t_{ij}), \forall i$$

Se calcula de izquierda a derecha, asignando al suceso inicio el tiempo “0”.

Tiempo last t_i^* de un suceso

Es el tiempo más tardío, máximo permitido, para alcanzar plenamente un suceso de manera que la duración del proyecto no experimente retraso. Debido a que en el grafo PERT los tiempos crecen de izquierda a derecha, cuando se determinan los máximos permitidos se deben de calcular los tiempos mínimos contados de derecha a izquierda.



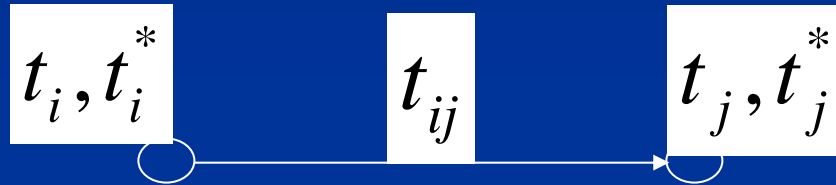
$$t_i^* = \min (t_j^* - t_{ij}), \forall j$$

Se calcula de derecha a izquierda, comenzando por el suceso fin al que se le asigna un tiempo last igual a tiempo early ya establecido.

HOLGURA DE UN ACONTECIMIENTO “i”:

$$H_i = t_i^* - t_i$$

Indica el tiempo que se puede retrasar alcanzar un suceso sin que la realización del proyecto experimente retraso.



HOLGURA TOTAL DE UNA ACTIVIDAD:

$$H_{ij}^T = t_j^* - t_i - t_{ij}$$

Nº de unidades de tiempo en que se puede retrasar esa actividad con respecto al tiempo Pert previsto, de manera que la duración del proyecto no experimente ningún retraso

* HOLGURA LIBRE DE UNA ACTIVIDAD

$$H_{ij}^L = t_j - t_i - t_{ij}$$

Representa la parte de la holgura total que puede ser consumida sin perjudicar a las actividades siguientes.

* HOLGURA INDEPENDIENTE DE UNA ACTIVIDAD:

$$H_{ij}^I = t_j - t_i^* - t_{ij}$$

cantidad de holgura disponible después de haber realizado la actividad.

CAMINO CRÍTICO

- Las actividades son críticas cuando su holgura total es 0. El camino crítico está integrado por el conjunto de actividades críticas que parten del suceso inicio y llega hasta el suceso final.
- Esta ruta define el tiempo mínimo necesario de ejecución del proyecto.
- En la ruta crítica, la holgura o tiempo libre de cada acontecimiento es cero.