

Investigación Operativa en Ingeniería

Tema 1:

Concepto, historia y Métodos de Investigación de Operaciones

Prof^a: Esperanza Ayuga Téllez

Tema 1

1. Concepto y delimitación de la Investigación Operativa
2. Referencias Históricas
3. Fases en la aplicación de una técnica de I.O.
Papel de los usuarios y de los expertos
4. Estructura/contenido de los Modelos de I.O.
5. La I.O. en la práctica.

1. Concepto y delimitación de la I.O.

Los recursos
son escasos

Los sistemas son cada
vez más complejos

Cada vez es más difícil asignar los
recursos o actividades de la forma más eficaz

1. Concepto y delimitación de la I.O.

Definición (Lawrence y Pasternak, 1998)

Un enfoque científico para la toma de decisiones ejecutivas, que consiste en:

- El arte de modelar situaciones complejas,
- La ciencia de desarrollar técnicas de solución para resolver dichos modelos y
- La capacidad de comunicar *efectivamente* los resultados.
- Realizado por un grupo *multidisciplinario*

1. Concepto y delimitación de la I.O.

Objetivo de la Investigación operativa:

Estudiar la asignación óptima de recursos escasos a determinada actividad.

Evaluar el rendimiento de un sistema con objeto de mejorarlo.

1. Concepto y delimitación de la I.O.

- Una organización es un sistema formado por componentes que interaccionan. Algunas de estas interacciones pueden ser controladas y otras no.
- La complejidad de los problemas que se presentan en las organizaciones ya no encajan en una sola disciplina del conocimiento, se han convertido en multidisciplinario por lo cual para su análisis y solución se requieren grupos compuestos por especialistas de diferentes áreas del conocimiento que logran comunicarse con un lenguaje común.
- La investigación de operaciones es la aplicación de la metodología científica a través de modelos matemáticos, primero para representar al problema y luego para resolverlo.

1. Concepto y delimitación de la I.O.

Una de las principales razones de la existencia de grupos de investigación de operaciones es que la mayor parte de los problemas de negocios tienen múltiples aspectos. Es perfectamente razonable que las fases individuales de un problema se comprendan y analicen mejor por los que tienen el adiestramiento necesario en los campos apropiados.

2. Referencias históricas

- Se aplica por primera vez en 1780
- Antecedentes:
 - Matemáticas: modelos lineales (Farkas, Minkowski) (s.XIX)
 - Estadística: fenómenos de espera (Erlang, Markov) (años 20)
 - Economía: Quesnay (x.XVIII), Walras (s.XIX), Von Neumann (años 20)
- El origen de la I.O. moderna se sitúa en la 2ª Guerra Mundial para resolver problemas de organización militar:
 - Despliegue de radares, manejo de operaciones de bombardeo, colocación de minas,...

2. Referencias históricas

- Al terminar la guerra, sigue el desarrollo en la industria, debido a:
 - competitividad industrial
 - progreso teórico
- RAND (Dantzig)
- Princeton (Gomory, Kuhn, Tucker)
- Carnegie Institute of Technology (Charnes, Cooper)
- **gran desarrollo de los ordenadores:**
 - * aumento de la capacidad de almacenamiento de datos
 - * Incremento de la velocidad de resolución de los problemas.

2. Referencias históricas

- Sigue habiendo un gran desarrollo, en muchos sectores, con grandes avances sobre todo en el campo de la Inteligencia Artificial
- Más información:
 - Sociedad Española de Estadística e Inv. Op. (SEIO)
 - www.cica.es/aliens/seio
 - Association of European O.R. Societies (EURO)
 - www.ulb.ac.be/euro/euro_welcome.html
 - Institute for O.R. and the Management Sci. (INFORMS)
 - www.informs.org
 - International Federation of O.R. Societies (IFORS)
 - www.ifors.org

3. Fases de aplicación de la I.O.

Básicamente la I.O. sigue los siguientes pasos:

- La observación del problema
- La construcción de un modelo matemático que contenga los elementos esenciales del problema
- La obtención en general, con la ayuda de algoritmos implementados informáticamente, de las mejores soluciones.
- La calibración e interpretación de la solución y su comparación con otros métodos de toma de decisiones.
- La implantación.

A lo largo de todo el proceso debe haber una **interacción constante entre el analista y el cliente**

Fases de un estudio



3. Fases de aplicación de la I.O.

1. Definición del problema

Esto incluye determinar los objetivos apropiados, las restricciones sobre lo que se puede hacer, las interrelaciones del área bajo estudio con otras áreas de la organización, los diferentes cursos de acción posibles, los límites de tiempo para tomar una decisión, etc. ***Este proceso de definir el problema es crucial ya que afectará en forma significativa la relevancia de las conclusiones del estudio.***

3. Fases de aplicación de la I.O.

2. Formulación de un modelo matemático

La forma convencional en que la investigación de operaciones realiza esto es construyendo un modelo matemático que represente la esencia del problema.

Un modelo siempre debe ser menos complejo que el problema real, es una aproximación abstracta de la realidad con consideraciones y simplificaciones que hacen más manejable el problema y permiten evaluar eficientemente las alternativas de solución.

3. Fases de aplicación de la I.O.

3. Solución a partir del modelo.

Resolver un modelo consiste en encontrar los valores de las variables dependientes con el propósito de optimizar, si es posible, o cuando menos mejorar la eficiencia del sistema dentro del marco de referencia que fijan los objetivos y las restricciones del problema.

La selección del método de solución depende de las características del modelo. Los procedimientos de solución pueden ser clasificados en tres tipos: *a) analíticos, que utilizan procesos de deducción matemática; b) numéricos, que son de carácter inductivo y funcionan en base a operaciones de prueba y error; c) simulación, que utiliza métodos que imitan o, emulan al sistema real, en base a un modelo.*

3. Fases de aplicación de la I.O.

4. Prueba del modelo

Antes de usar el modelo debe probarse exhaustivamente para intentar identificar y corregir todas las fallas que se puedan presentar

5. Validación del modelo

Es importante que todas las expresiones matemáticas sean *consistentes en las dimensiones* de las unidades que emplean. Además, puede obtenerse un mejor conocimiento de la validez del modelo variando los valores de los parámetros de entrada y/o de las variables de decisión, y comprobando que los resultados de moelo se comporten de una manera factible.

3. Fases de aplicación de la I.O.

6. Establecimiento de controles sobre la solución

Esta fase consiste en determinar los rangos de variación de los parámetros dentro de los cuales no cambia la solución del problema.

Es necesario generar información adicional sobre el comportamiento de la solución debido a cambios en los parámetros del modelo. Usualmente esto se conoce como ***ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.***

3. Fases de aplicación de la I.O.

7. Implantación de la solución

El paso final se inicia con el proceso de "vender" los hallazgos que se hicieron a lo largo del proceso a los ejecutivos o tomadores de decisiones.

4. Modelos en Investigación Operativa

¿Qué es un modelo?

- ◆ Es una representación de la realidad

¿Por qué un modelo?

- ◆ Permite deducir conclusiones
- ◆ Menos tiempo
- ◆ Menos dinero
- ◆ Reduce riesgo

4. Modelos en Investigación Operativa

FÍSICOS

ANALÓGICOS

CUANTITATIVOS

4. Modelos en Investigación Operativa

Tipos de Modelos

Un Modelo
es



Una Representación Simplificada
e Idealizada de la Realidad

TIPO	CARACTERÍSTICAS	EJEMPLOS
Físicos	<ul style="list-style-type: none">• Tangible• Fácil de comprender• Difícil de duplicar y compartir• Difícil de manipular• Baja amplitud de uso	<ul style="list-style-type: none">• Modelos a escala de aeroplanos, casas, ciudades,...

4. Modelos en Investigación Operativa

TIPO

Analógicos

CARACTERÍSTICAS

- Intangible
- Difícil de comprender
- Fácil de duplicar y compartir
- Fácil de manipular
- Alta amplitud de uso

EJEMPLOS

- Mapa de carreteras
- Velocímetro
- Gráficas

4. Modelos en Investigación Operativa

TIPO

Simbólicos

CARACTERÍSTICAS

- Intangible
- Difícil de comprender
- Fácil de duplicar y compartir
- Fácil de manipular
- Muy Alta amplitud de uso

EJEMPLOS

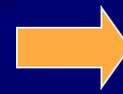
- Modelo de Simulación
- Modelo Algebraico
- Modelo de la Economía
- Modelo de Programación Lineal

4. Modelos en Investigación Operativa

Modelo de Decisión



Es un Modelo Simbólico



Utiliza las matemáticas

para representar las relaciones entre los datos de interés



- Contiene Variables de Decisión



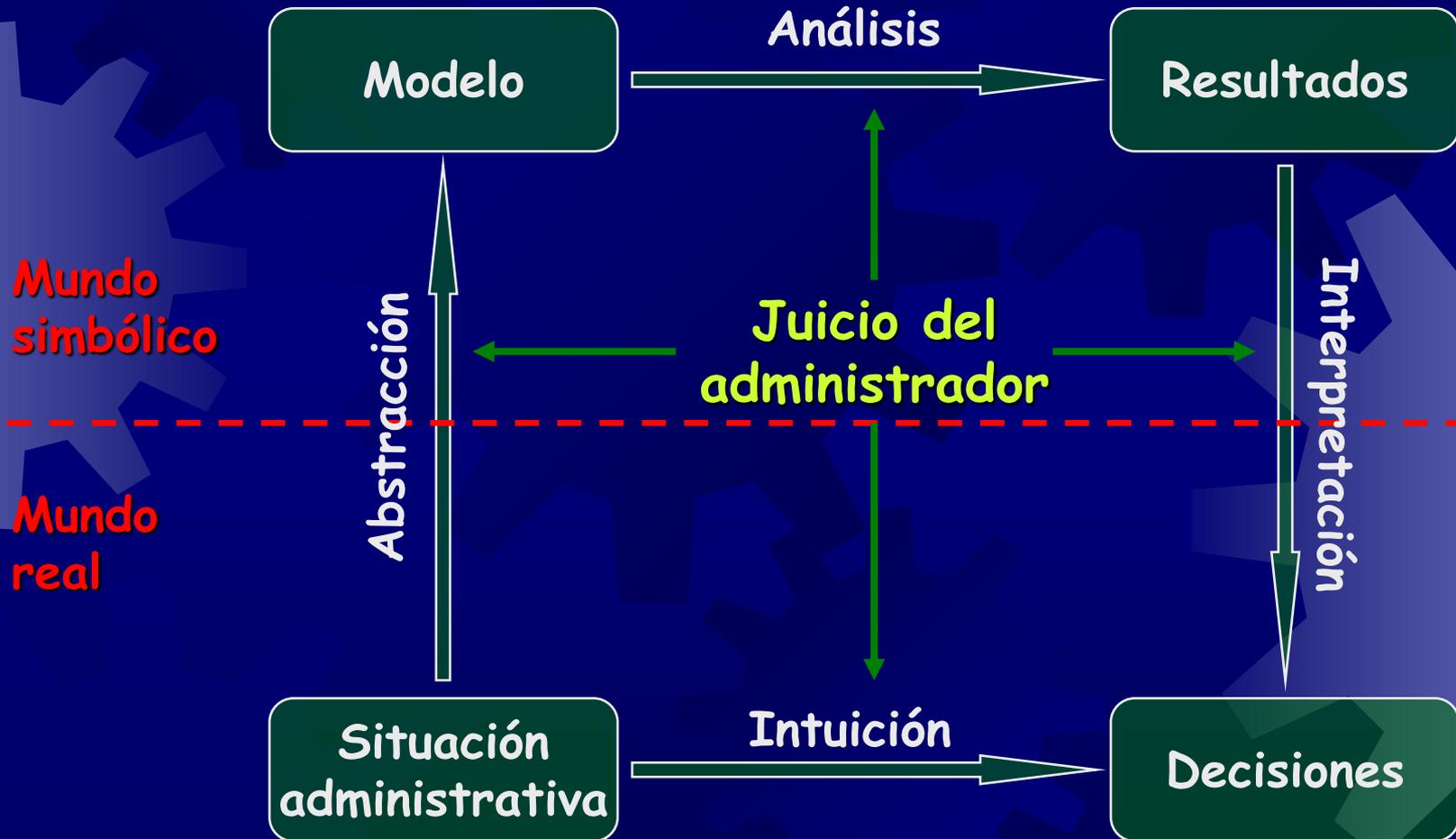
La solución del Modelo produce Valores Numéricos de estas Variables de Decisión

- Busca alcanzar un "Objetivo"



Utiliza una "Medida del Desempeño" que indica el "Logro del Objetivo"

4. Modelos en Investigación Operativa



4. Modelos en Investigación Operativa

El modelo debe tener suficientes detalles como para que:

- ◆ El resultado sea satisfactorio
- ◆ Sea consistente con los datos
- ◆ Pueda ser analizado en el tiempo con el que se cuenta para ello

Realismo



Simplicidad

4. Modelos en Investigación Operativa

Construcción del modelo

- ☀ Traducción del problema a términos matemáticos
 - objetivos: función objetivo
 - alternativas: variables de decisión
 - limitaciones del sistema: restricciones
- ☀ Pero a veces las relaciones matemáticas son demasiado complejas , hay que recurrir a otros métodos:
 - heurísticos
 - simulación

Modelado matemático

- ★ **Paso 1.- Identificar las variables de decisión**
 - ¿Sobre qué tengo control?
 - ¿Qué es lo que hay que decidir?
 - ¿Cuál sería una respuesta válida en este caso?
- ★ **Paso 2.- Identificar la función objetivo**
 - ¿Qué pretendemos conseguir?
 - Si yo fuese el jefe de la empresa, ¿qué me interesaría más?
- ★ **Paso 3.- Identificar las restricciones o factores que limitan la decisión**
 - Recursos disponibles (trabajadores, máquinas, material)
 - Fechas límite
 - Restricciones por la naturaleza de las variables (no negatividad, enteras, binarias)
 - Restricciones por la naturaleza del problema
- ★ **Paso 4.- Traducción de los elementos básicos a un modelo matemático.**

Resolución del modelo

- ✦ **Paso 1.- Elegir la técnica de resolución adecuada**
 - Técnicas existentes, modificación, creación o heurísticos.
- ✦ **Paso 2.- Generar las soluciones del modelo**
 - Programas de ordenador, hojas de cálculo.
- ✦ **Paso 3.- Comprobar/validar los resultados**
 - Probar la solución en el entorno real
- ✦ **Paso 4.- Si los resultados son inaceptables, revisar el modelo matemático**
 - Estudiar hipótesis, comprobar exactitud de datos, relajar o endurecer aproximaciones, revisar restricciones
- ✦ **Paso 5.- Realizar análisis de sensibilidad**
 - Analizar adaptaciones en la solución propuesta frente a posibles cambios

Paso 1.- Tipos de modelos

☀ Determinísticos

- ☀ Programación matemática
 - ☀ Programación lineal
 - ☀ Programación entera
 - ☀ Programación dinámica
 - ☀ Programación no lineal
 - ☀ Programación multiobjetivo
- ☀ Modelos de transporte
- ☀ Modelos de redes

☀ Probabilísticos

- ☀ Programación estocástica
- ☀ Gestión de inventarios
- ☀ Fenómenos de espera (colas)
- ☀ Teoría de juegos
- ☀ Simulación

5. La IO en la práctica.

Organización	Naturaleza de la aplicación	Año de publicación*	Ahorros anuales +
The Netherlands Rijkswaterstatt	Desarrollo de política nacional de administración del agua, incluyendo mezcla de nuevas instalaciones, procedimientos de operación y coste.	1985	15
Weyerhaeuser Co.	Optimización del corte de árboles en productos de madera para maximizar su producción.	1986	15
Electrobras/CEPAL, Brasil	Asignación óptima de recursos hidráulicos y térmicos en el sistema nacional de generación de energía.	1986	43
SANTOS, Ltd., Australia	Optimización de inversiones de capital para producir gas natural durante 25 años.	1987	3
San Francisco police Department	Optimización de la programación y asignación de oficiales de patrulla con un sistema computarizado	1989	11
Electric Power Research Institute	Administración de inventarios de petróleo y carbón para el servicio eléctrico con el fin de equilibrar los costos de inventario y los riesgos de faltantes.	1989	59

Organización	Naturaleza de la aplicación	Año de publicación*	Ahorros anuales +
U.S. Military Airlift Command	Rapidez en la coordinación de aviones, tripulaciones, carga y pasajeros para planificar la evacuación aérea de la operación Tormenta del Desierto en Oriente.	1992	Victoria
New Haven Health Dept.	Diseño de un programa efectivo de intercambio de agujas para combatir el contagio del SIDA.	1993	33% menos de contagios
Pacific Lumber Company	Gestión de Ecosistemas Forestales a largo plazo.	1997	398
Memorial Sloan-Kettering	Diseño de terapia de radiación	1998	459
Waste Management Inc.	Rutas para gestión de desperdicios	2005	100
Deer & Company	Administración de inventarios	2005	1000

* Datos completos de la publicación en Hillier y Lieberman (1997, 2010)
+ Cifras dadas en millones de dólares.

EJEMPLOS-APLICACIONES

Ejemplo 1:

Una empresa dispone de 70 trabajadores con cualificaciones diferentes (Economistas, Ingenieros, Auxiliares Administrativos, etc..) a los que hemos de asignar 70 actividades también diferentes. Para decidir una determinada asignación de tareas deberíamos escoger de entre un total de $70!$ (Permutaciones de 70 elementos) aquella que maximiza el resultado final de la empresa. Como $70!$ es aproximadamente igual a 10^{100} , aún revisando un 1 millón de asignaciones diferentes al segundo necesitaríamos aproximadamente 10^{87} años para revisar todas las asignaciones posibles.

Este tipo de problemas requiere desarrollar modelos de programación matemática, otros métodos matemáticos, para llegar a algún tipo de conclusiones.

EJEMPLOS-APLICACIONES

Ejemplo 2: Aplicación al ámbito sanitario

Planificación y asignación de recursos en un sistema de salud mental

Fases de construcción del modelo

Definir las categorías de enfermos (en función de sus necesidades y respuestas a un determinado tratamiento)

Utilización de técnicas estadísticas, para la recogida de datos y la determinación del historial del enfermo. A lo largo del tiempo los enfermos pueden cambiar de categoría (cadenas de Markov)

EJEMPLOS-APLICACIONES

Ejemplo 2: Aplicación al ámbito sanitario

Planificación y asignación de recursos en un sistema de salud mental

Fases de construcción del modelo

Definir las categorías de enfermos (en función de sus necesidades y respuestas a un determinado tratamiento)

Definir un conjunto de servicios (obtener una clasificación de acuerdo a las necesidades de los enfermos y con la disponibilidad de recursos, basada en la experiencia y conocimientos médicos)

Entrevista a expertos (delphi) acumular información en base a la experiencia y conocimientos médicos

EJEMPLOS-APLICACIONES

Ejemplo 2: Aplicación al ámbito sanitario

Planificación y asignación de recursos en un sistema de salud mental

Fases de construcción del modelo

Definir las categorías de enfermos (en función de sus necesidades y respuestas a un determinado tratamiento)

Definir un conjunto de servicios (obtener una clasificación de acuerdo a las necesidades de los enfermos y con la disponibilidad de recursos, basada en la experiencia y conocimientos médicos)

Planificar y asignar los recursos (asignar los servicios entre las distintas categorías de enfermos a lo largo del tiempo)

Utilización de técnicas de programación lineal para la asignación de recursos. Modelo multi-periodo a partir de la definición de una función objetivo.

EJEMPLOS-APLICACIONES

**Una vez presentado el problema
¿cómo plantearlo científicamente?**

Formulación matemática del problema

EJEMPLOS-FORMULACIÓN MATEMÁTICA

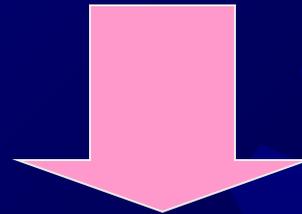
Ejemplo: Dos empresas Mineras extraen dos tipos diferentes de minerales, los cuales son sometidos a un proceso de trituración, con tres grados: alto , medio y bajo. Las compañías han firmado un contrato para proveer de mineral a una planta de fundición, cada semana, 12 toneladas de mineral de grado alto, 8 toneladas de grado medio y 24 toneladas de grado bajo. Cada una de las empresas tiene diferentes procesos de fabricación.

Mina	Coste por día (miles de Euros)	Producción(toneladas/día)		
		Alto	Medio	Bajo
X	180	6	3	4
Y	160	1	1	6

¿Cuántos días a la semana debería operar cada empresa para cumplir el contrato con la planta de fundición?

EJEMPLOS-FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Debemos buscar una solución que minimice el coste de producción de las empresas, sujeta a las restricciones impuestas por el proceso productivo así como el contrato con la planta de fundición.



Traducción del problema en términos matemáticos
definir las variables
las restricciones
el objetivo

EJEMPLOS-FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Variables

Representan las decisiones que puede tomar la empresa:

D_x = número de días a la semana que la empresa X produce

D_y = número de días a la semana que la empresa Y produce

Notar que $D_x \geq 0$ y $D_y \geq 0$

Objetivo

Como objetivo buscamos minimizar el coste

Restricciones

Se recomienda primero plantear las restricciones con palabras antes de pasar a su formulación matemática

Restricción 1. refleja el balance entre las limitaciones productivas de la fábrica y el contrato con la fundición

Grado

Alto $6D_x + 1D_y \geq 12$

Medio $3D_x + 1D_y \geq 8$

Bajo $4D_x + 6D_y \geq 24$

Restricción 2. días de trabajo disponibles a la semana

$D_x \leq 5$ y $D_y \leq 5$

EJEMPLOS-FORMULACIÓN MATEMÁTICA

La representación completa del problema tomaría la siguiente forma:

Minimizar $180D_x + 160D_y$

S.a.

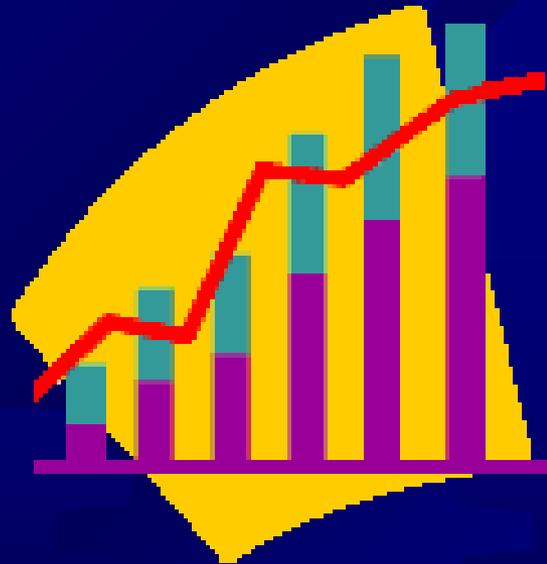
$$6D_x + 1D_y \geq 12$$

$$3D_x + 1D_y \geq 8$$

$$4D_x + 6D_y \geq 24$$

$$D_x \leq 5, D_y \leq 5$$

$$D_x \geq 0, D_y \geq 0$$



CONCLUSIONES

Hemos pasado de la definición del problema a su formulación matemática.

Error de especificación, el error más frecuente consiste en descuidar las limitaciones (restricciones, características de las variables, etc.)

En el ejemplo anterior:

Todas las variables son continuas (admitimos fracciones de día)

Existe un único objetivo (minimizar los costes)

El objetivo y las restricciones son lineales

Las tres consideraciones anteriores nos llevan a lo que denominamos un problema de Programación Lineal PL

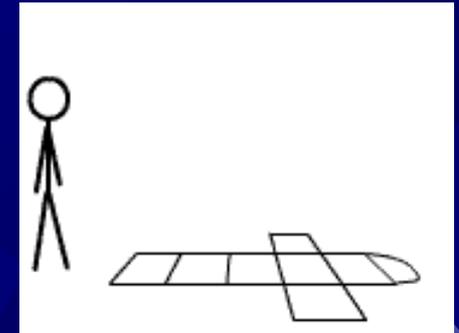
CONCLUSIONES

El ejercicio anterior plantea un **PROBLEMA DE DECISIÓN**
Hemos tomado una situación real y hemos construido su
equivalente matemático **MODELO MATEMÁTICO**
Durante la formulación del modelo matemático nosotros
consideramos el método cuantitativo que (esperanzadamente) nos
permitirá resolver el modelo numéricamente **ALGORITMO**
El algoritmo es un conjunto de instrucciones que siguiendo de
manera gradual producen una solución numérica

Llegamos a una nueva definición de I.O.

Ciencia para la representación de problemas reales mediante
modelos matemáticos que junto con métodos cuantitativos nos
permiten obtener una solución numérica a los mismos

CONCLUSIONES



Dificultades de este tipo de enfoques:

Identificación del problema (debemos ignorar partes o tratar el problema entero)

Elección del modelo matemático adecuado así como el algoritmo adecuado para resolverlo (validación del algoritmo)

Dificultades en la implementación

Velocidad (costes) que supone llegar a una solución

Calidad de la solución

Consistencia de la solución

REFERENCIAS

Investigación de Operaciones de Frederick. S. Hillier y Gerald. J. Lieberman –2015 - 10ª Edición, McGraw Hill (944 pp)

Introducción a la Investigación Operativa-OCW-USAL

[http://ocw.usal.es/enseanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap01\(IntodIO\)_IO-I.pdf](http://ocw.usal.es/enseanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap01(IntodIO)_IO-I.pdf)

Investigación de Operaciones

<http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/>