

Tema 8

Toma de Decisiones Multicriterio.

8.1. Toma de Decisiones. Técnicas multiatributo.

8.2. Optimización de las Alternativas de Gestión:
Técnicas de Optimización.

Simulated Annealing.

DECISIÓN?

Una decisión es una situación en la que hay más de una opción o alternativa, la alternativa elegida tiene efecto en el resultado.

DEFINICIONES (HARRIS, 1980, Citado en Fülöp, 2005)

La toma de decisiones es el estudio para identificar y elegir **alternativas basadas en valores y **preferencias** del decisor.**

Ej. Elección de un coche.

- Cada persona tendrá unos criterios diferentes a la hora de elegir el coche:
 - Si tiene familia se fijará en tamaño y seguridad fundamentalmente
 - Si es soltero en tamaño, consumo, potencia.

DEFINICIONES (HARRIS, 1980, Citado en Fülöp, 2005)

La toma de decisiones es el proceso de reducción de la **incertidumbre** sobre ciertas **alternativas** para permitir una elección razonable entre ellas.

Ej. Si se tiran 2 dados y se suma el resultado ¿Por qué número apostarías?

Ej. En un proyecto de planificación ¿Qué usos de suelo asignarías a un territorio?

PROCESO EN LA TOMA DE DECISIONES

1. Identificación del decisor y de los interesados (Baker et al 2001).

Ej. en el cambio de usos del suelo en un municipio el decisor suele ser un político con apoyo técnico, los interesados la población.

PROCESO EN LA TOMA DE DECISIONES

2. Definición del problema. Esta fase debe como mínimo, identificar las causas del problema y las interfaces con los interesados.

El objetivo es esta fase sería definir en “una frase” el problema que describa las condiciones iniciales y las condiciones deseadas.

PROCESO EN LA TOMA DE DECISIONES

3. Determinar los requerimientos o restricciones

Las restricciones son condiciones que **cualquier solución** aceptable del problema debe cumplir .

Estas restricciones van a determinar el conjunto de posibles soluciones al problema.

Se formulan de forma cuantitativa.

Ejemplo: Al elegir un coche el precio máximo del coche.

PROCESO EN LA TOMA DE DECISIONES

4. Establecer las metas

Las metas son los objetivos que se desean alcanzar en la toma de decisiones.

Ejemplo: Escoger el mejor coche para la familia.

Ej. Asignar usos de suelo de forma que se maximicen criterios económicos, sociológicos y ambientales.

Proceso en la toma de decisiones

5. Identificar alternativas

Una alternativa es una posibilidad que se puede escoger como solución o no.

Tienen que ser identificadas o incluso desarrolladas.

El número puede ser finito o infinito.

Ej. Elección de coche finito, o alternativas posibles de asignación de usos de suelo., infinito.

Si el número es finito podemos en ocasiones analizar una por una. ¡Cuidado!

El ser humano tiene sensación de infelicidad si tiene que escoger entre más de 7 alternativas

Si es infinito se tomará un subconjunto.

Para ser consideradas tienen que cumplir las restricciones.

Proceso en la toma de decisiones

6. Valoración de alternativas: Definición de criterios

Características que cada alternativa debe tener para una mayor o menor valoración de cómo la alternativa alcanza los objetivos definidos.

Sirven para discriminar entre alternativas, y se basan en los objetivos. Estos objetivos son representados por los criterios

Es muy útil en todo este proceso la estructuración jerárquica de objetivos.

Según Baker et al. (2001), los criterios deben ser:

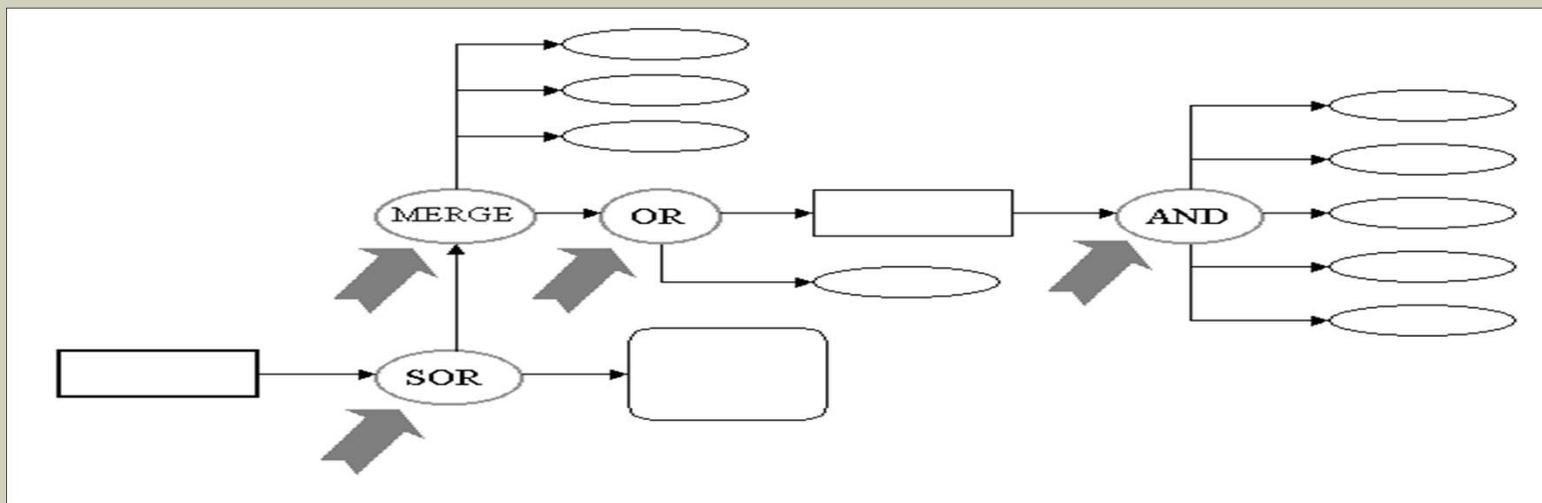
- Capaces de discriminar entre alternativas y permitir la comparación de su eficacia.
- Completos que incluyan todos los objetivos.
- Operativos y significativos.
- No redundantes. En ocasiones la no redundancia significa independencia.
- Pocos en número.

El criterio medible de la base de la estructuración jerárquica de objetivos es el atributo.

Proceso en la toma de decisiones

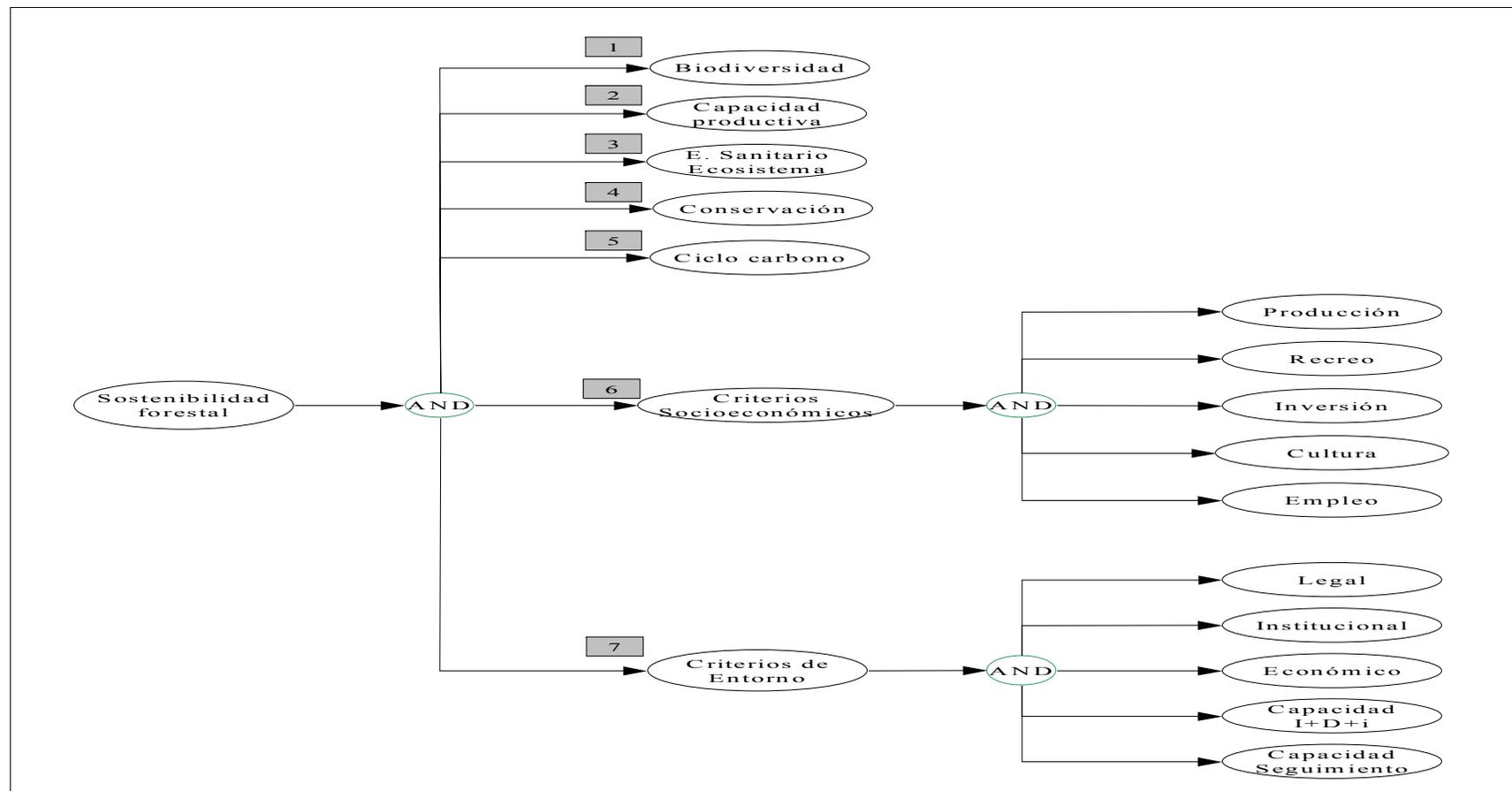
La precisión requerida en la síntesis de información se puede especificar con operaciones tipo:

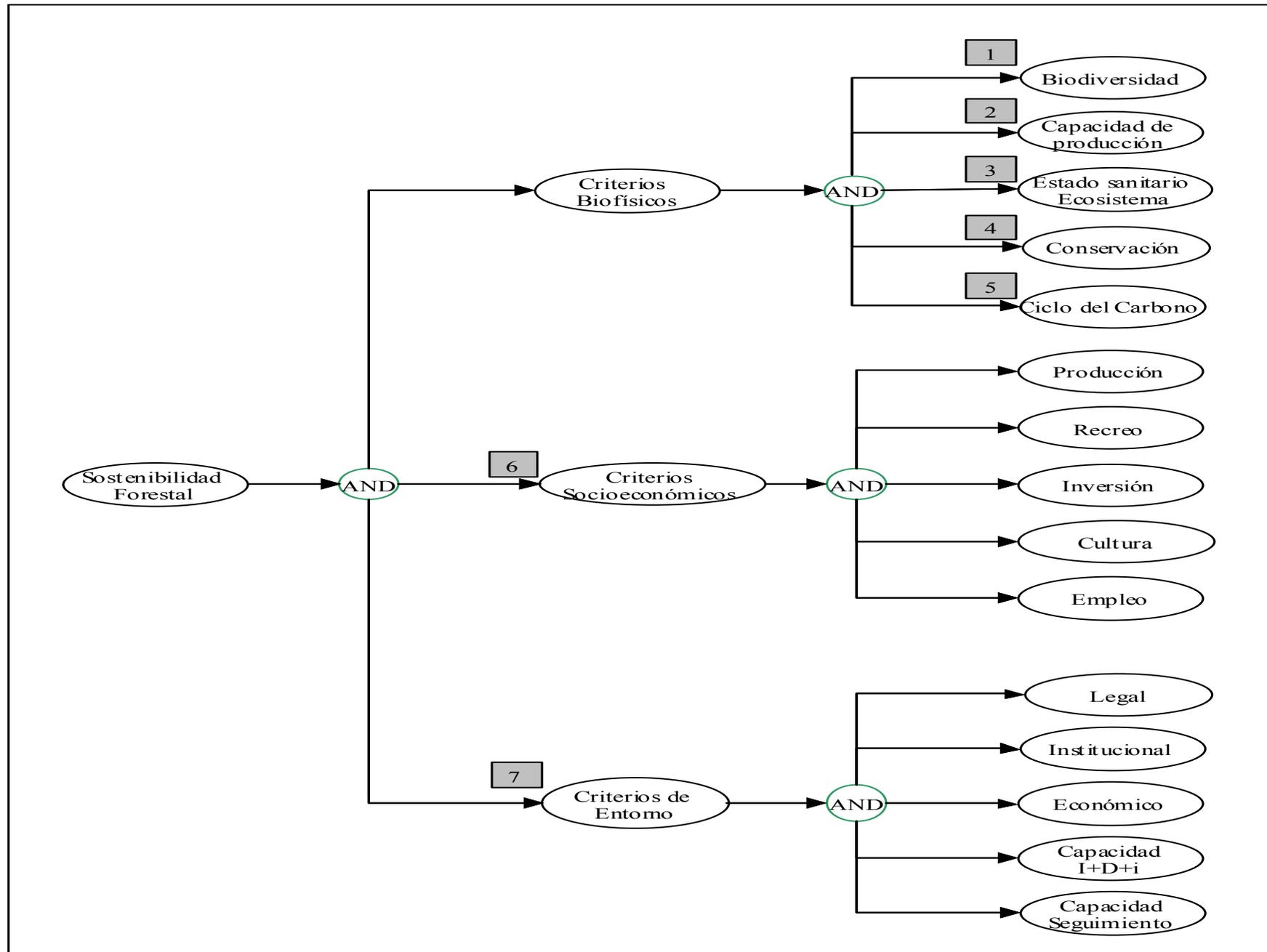
- Caminos alternativos de preferencia (Sequential OR –SOR–);
- Unidades de evaluación que deben considerar valores límite (AND);
- Caminos indiferentes (OR) o
- Procesos generales de integración de la información que incorporen las preferencias de un observador (MERGE)



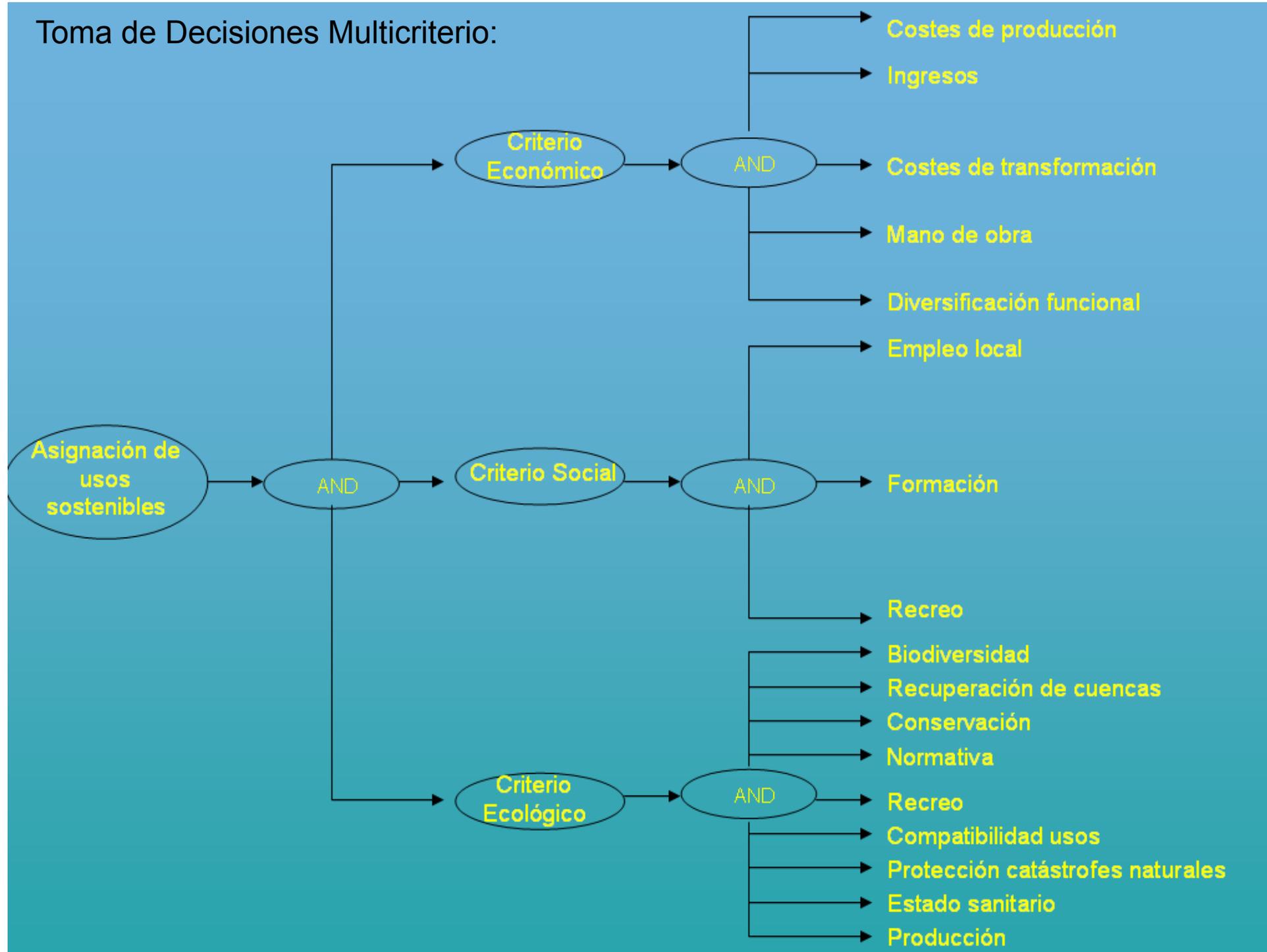
Proceso en la toma de decisiones

Dos representaciones alternativas para evaluar la sostenibilidad ecológica forestal. (Reynolds et al., 2003).





Toma de Decisiones Multicriterio:



Proceso en la toma de decisiones

7. Elegir la herramienta de toma de decisiones.

La elección depende del problema concreto de decisión así como de los objetivos.

Proceso en la toma de decisiones

8. Evaluar las alternativas frente a los criterios.

Los métodos de toma de decisiones necesitan la evaluación de las alternativas frente a los criterios, es decir “Como cada alternativa es capaz de cumplir con los criterios, sub-criterios, y atributos”.

Dependiendo del criterio la evaluación puede ser :

Objetiva: Ej. Flujo comercial en la asignación de usos de suelo.

Subjetiva: Refleja las preferencias del usuario, Ej. Para medir la biodiversidad el decisor da mayor valor a la alternativa que aumente el número de especies autóctonas.

Una vez evaluadas las alternativas y ordenadas el método escogerá **la mejor o la que tenga mayor probabilidad de ser la mejor.**

Proceso en la toma de decisiones

9. Validar las soluciones.

Siempre hay que validar la solución con objetivos, criterios y restricciones. Y también si cumplen las expectativas de decisores y afectados por la decisión.

Elección del método de toma de decisión

Dependerá de si hay un solo criterio o varios:

- Si hay **un solo criterio**, la mejor alternativa será la que tenga mayor valor para ese criterio. En este caso la función objetivo es el criterio único, y las restricciones son los requerimientos de las alternativas. Dependiendo de las características del problema de optimización las técnicas de optimización pueden ser (Nemhauser et al. (1989)). :
 - Programación lineal
 - Programación no lineal
 - Optimización discreta etc.
- Si el **número de criterios y alternativas son finitos** estamos en el caso de problemas de optimización multiatributo.
- Si el **número de criterios es finito pero el de posibles alternativas es infinito** las técnicas son de optimización multicriterio. Métodos heurísticos.
- Si el número de alternativas es finito pero se dan de forma implícita, las técnicas aplicadas de optimización multicriterio. (Steuer, R. E. (1986)).

MÉTODOS MULTICRITERIO

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO

Sean C_1, \dots, C_m y A_1, \dots, A_n criterios y alternativas respectivamente. Se plantea la siguiente tabla de decisión.

Pesos relativos de los criterios

Número de orden en el ranking

		x_1	·	·	x_n
		A_1	·	·	A_n
w_1	C_1	a_{11}	·	·	a_{m1}
·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·
w_m	C_m	a_{m1}	·	·	a_{mn}

Comportamiento de la alternativa n frente al criterio 1

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO

Ejemplo: Un alumno tiene 3 ofertas de tres universidades A, B, C. Para escoger universidad los criterios a utilizar son: ubicación y reputación académica. Juzga que la reputación es cinco veces más importante que el lugar ($W_1= 0,17$ y $W_2=0,83$). Su tabla de decisión es la siguiente:

Criterio	Univ A	Univ B	Univ C
Ubicación	12.9	22.7	59.4
Reputación	54.5	27.3	18.2

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO

¿Cómo DECIDE? (W1= 0,17 y W2=0,83).

$$UA \rightarrow 0,17*0,129+0,83*0,545=0,4743$$

$$UB \rightarrow 0,17*0,227+0,83*0,273=0,2737$$

$$UC \rightarrow 0,17*0,594+0,83*0,182=0,2520$$

Criterio	Univ A	Univ B	Univ C
Ubicación	12.9	22.7	59.4
Reputación	54.5	27.3	18.2

PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO

Métodos:

- Monetarios
- Teoría de la utilidad multiatributo (Multi-attribute Utility Theory (MAUT))
- Outranking methods. Métodos de rango superior.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

Análisis Coste-Beneficio

- Muy extendido**
- Evalúa el coste y el beneficio de cada alternativa en términos monetarios.**

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

Análisis Coste-Beneficio . Aplicación:

- Actualmente, intento de incorporar el impacto ambiental. Pero es problemático medir en términos monetarios este impacto. (UK DTLR (2001)), aunque se ha integrado en evaluación ambiental por la US EPA (2000).

- Políticas públicas:
 - Considera de forma conjunta ganancias y pérdidas de la sociedad.
 - Valora los impactos en una única escala que es la monetaria y permite analizar comportamientos al modificar alternativas y ver mejoras en pérdidas.
 - Los valores monetarios usados para dar pesos a la importancia relativa de los impactos se basan en las preferencias de la gente. Elección tipo de autobús de la EMT.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

▶ Métodos elementales

❑ Sencillos sin necesidad de programación informática.

❑ Se usan cuando hay **1 único decisor**, pocas alternativas y (Linkov et al. (2004)).

1. Análisis de Pros y contras (Baker et al. (2001)).

2. Minimax y maximin

3. Métodos Conjuntivos y Disjuntivos.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

1. Minimax y maximin

Maximin trata de evitar las alternativas de peor comportamiento, se escoge la alternativa cuyo criterio más débil es la más alta. Este método se aplica sólo cuando los criterios son comparables en una escala común (Linkov et al.(2004)).

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

1. Ej Minimax y maximin

Se prepara un campamento en Alaska, y se estima que la asistencia puede ser 200,250,300, 350 personas. El costo del campamento sera mínimo si se adapta a la demanda, si a_i , es el tamaño del campamento, 200,..., 350 y s_j la asistencia, según la tabla de costo:

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MÉTODOS MONETARIOS

1. Ej Minimax y maximax

	s1	s2	s3	s4	Minimax	Maximin
a1	5	10	18	25	25	5
a2	8	7	12	23	23	7
a3	21	18	12	21	21	12
a4	30	22	19	15	30	15

Máximos y
Minimax

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MAUT, (MULTIATTRIBUTE UTILITY)

- ▶ Estos métodos consisten en **agregar** diferentes **criterios** en una función que se tiene que **maximizar**.
- ▶ Esta teoría permite la compensación entre criterios, i.e. La ganancia con un criterio se puede compensar con la pérdida en otro. (Keeney and Raiffa (1976)).
- ▶ Las funciones de utilidad o de valor transforman los datos de rendimiento o comportamiento de las alternativas respecto a los criterios (objetivos/subjetivos-cualitativos/cuantitativos) en una escala común adimensional. La mejor alternativa será aquella en la que la función de valor tenga un valor más alto.
- ▶ En la práctica, intervalos $[0,1]$ o $[0,100]$ se usan para este propósito

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MAUT

- **Simple multiattribute rating technique (SMART)**
- **SAW**
- **WPM**
- **TOPSIS**
- **Medias Generalizadas**
- **The Analytic Hierarchy Process**

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MAUT

Simple multiattribute rating technique (SMART)

Metodo muy sencillo

El rango de cada alternativa x_j se obtiene:

$$x_j = \frac{\sum_{i=1}^m w_i a_{ij}}{\sum_{i=1}^m w_i}, \quad j = 1, \dots, n.$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MAUT

Ejemplo: Si queremos decidir el mérito de un punto del territorio para que pertenezca a la Red Natura 2000

Se escogen los criterios:

Ej, avistamiento de fauna

Ej. Presencia de especies vegetales protegidas,

Riesgo de incendio,

Riesgo de erosión , etc.

Se da un valor, v, de 1 a 9 a cada criterio.

El peso W_i =

$$\frac{(\sqrt{2})^{v_i}}{\frac{v_1}{2^{\frac{v_1}{2}}} + \frac{v_2}{2^{\frac{v_2}{2}}} + \dots + \frac{v_k}{2^{\frac{v_k}{2}}}}$$

MAUT: SIMPLE ADDITIVE WEIGHTING (SAW)

Método basado en Smart:

Se definen los objetivos, los atributos y las alternativas que se van a comparar. El peso que se da a cada atributo se normaliza.

Procedimiento:

- Se multiplica la utilidad de cada atributo por el peso asignado al atributo, y se suman las utilidades. todos los atributos.

$$u(X_j) = \frac{\sum_{i=1}^{\text{Total atributos}} w_i \left[\frac{(a_{ij} - c_i)}{(b_i - c_i)} \right]}{100}$$

a_{ij} es el valor del atributo i en la alternativa j

b_i y c_i , mejor y peor valor del atributo i , dentro del conjunto de los a_{ij} .

w_i , pero dado por los stakeholders al atributo i .

MAUT: WEIGHTED PRODUCT METHOD (WPM)

Es un método poco utilizado. En el que la función de valor, es:

$$U(X_j) = \frac{\prod_{i=1}^{Total\ atributos} a_{ij}^{w_i}}{\prod_{i=1}^{Total\ atributos} a_{i*}^{w_i}}$$

Donde a_{i*} es el valor más favorable de todas las alternativas para el atributo i .

El valor de la utilidad estará entre 0 y 1, y los pesos w_i tendrán que ser mayores de 1.

MAUT: TECHNIQUE FOR ORDER PREFERENCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTIONS (TOPSIS)

La mejor alternativa tendrá la distancia más corta a la solución ideal positiva y la mayor distancia a la solución ideal negativa.

La solución ideal positiva es la que se formaría con las puntuaciones máximas en todos los atributos.

La solución ideal negativa es la que se formaría con las puntuaciones mínimas en todos, los atributos.

El procedimiento es el siguiente:

1. Se normalizan los valores de las alternativas para cada atributo:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{\text{Total alternativas}} a_{ij}^2}}$$

MAUT: TECHNIQUE FOR ORDER PREFERENCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTIONS (TOPSIS)

2.- Valoraciones:

Para cada alternativa y atributo se calcula su valor ponderado: $v_{ij} = w_j r_{ij}$

3.- Obtención de la solución ideal positiva y negativa:

$A^+ = \{v^+_{1}, v^+_{2}, \dots\}$, donde v^+_{i}

Es el mejor resultado para el atributo i.

$A^- = \{v^-_{1}, v^-_{2}, \dots\}$, donde v^-_{i}

Es el peor resultado para el atributo i.

MAUT: TECHNIQUE FOR ORDER PREFERENCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTIONS (TOPSIS)

4.- Cálculo de las medidas de separación:

$$S^+ \quad j = \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{Total atributos}} (v_{ij} - v^+_{i})^2}$$

$$S^- \quad j = \sqrt{\sum_{i=1}^{\text{Total atributos}} (v_{ij} - v^-_{i})^2}$$

MAUT: TECHNIQUE FOR ORDER PREFERENCE BY SIMILARITY TO IDEAL SOLUTIONS (TOPSIS)

5.- Cálculo de las medidas de separación:

$$C^+_j = \frac{S^-_j}{S^+_j - S^-_j}$$

6.- Se ordenan en orden descendente.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: MAUT

Medias generalizadas

El vector $x=(x_1, \dots, x_n)$ tiene un papel de agregación tomando el valor del rendimiento de la alternativa para cada criterio considerando su peso.

Por tanto, el vector x debería de ajustarse a las filas de la matriz de decisión lo mejor posible.

Mészáros and Rapcsák (1996) introdujeron un problema de optimización entrópica para encontrar el vector X que mejor se ajustara.

La solución óptima es un múltiplo positivo del vector de medias geométricas ponderadas de las columnas de la matriz.

$$w = \sum_{i=1}^m w_i,$$

Los valores del ranking son:

$$x_j = \prod_{i=1}^m a_{ij}^{w_i/w}, \quad i = 1, \dots, n$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

- The Analytic Hierarchy Process (AHP) propuesto por Saaty, 1970, 1980, 1994 (citado en Harker y Vargas, 1987).
- Su aplicación está muy extendida
- Se puede utilizar para toma de decisiones individuales, pero está más extendido su uso para toma de decisiones en grupo.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

▶ En qué situaciones de la toma de decisiones puede ser útil:

- Elección de **una alternativa** entre un conjunto.
- Ordenación de alternativas.
- Priorización de un conjunto de alternativas respecto al resto.
- Asignación de recursos de acuerdo a las alternativas..

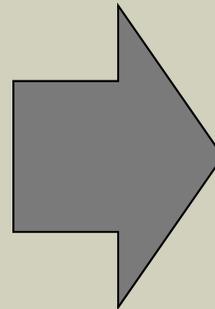
OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

- ▶ Consiste en convertir valoraciones subjetivas sobre importancia relativa en un conjunto de puntuaciones o pesos globales.
- ▶ AHP se basa en comparaciones pareadas como: '¿cómo de importante es el criterio C_i con relación al criterio C_j ?'. Este tipo de preguntas se aplica a criterios y alternativas.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Posibilidad de modificación de la ordenación si se introduce una nueva alternativa.

Rank	Style	Color	Price
1	Style A	Blue	\$109
2	Style A	Green	\$109
3	Style B	Red	\$119
4	Style C	Yellow	\$99
5	Style D	Off-White	\$149



Rank	Old Rank	Style	Color	Price
1	3	Style B	Red	\$119
2	4	Style C	Yellow	\$99
3	5	Style D	Off-White	\$149
4	2	Style A	Green	\$109
5	1	Style A	Blue	\$109

Una niña se quiere comprar un vestido para su fiesta, y sus opciones las ordena según la tabla.

Al enterarse de que del tipo A había muchos vestidos y que alguien podía coincidir con el suyo, cambió las preferencias.

AHP: Selecting a Leader



Tom



Dick



Harry

Goal:

Choose a Leader
1.000

Criteria:

Age
.300

Experience
.400

Education
.100

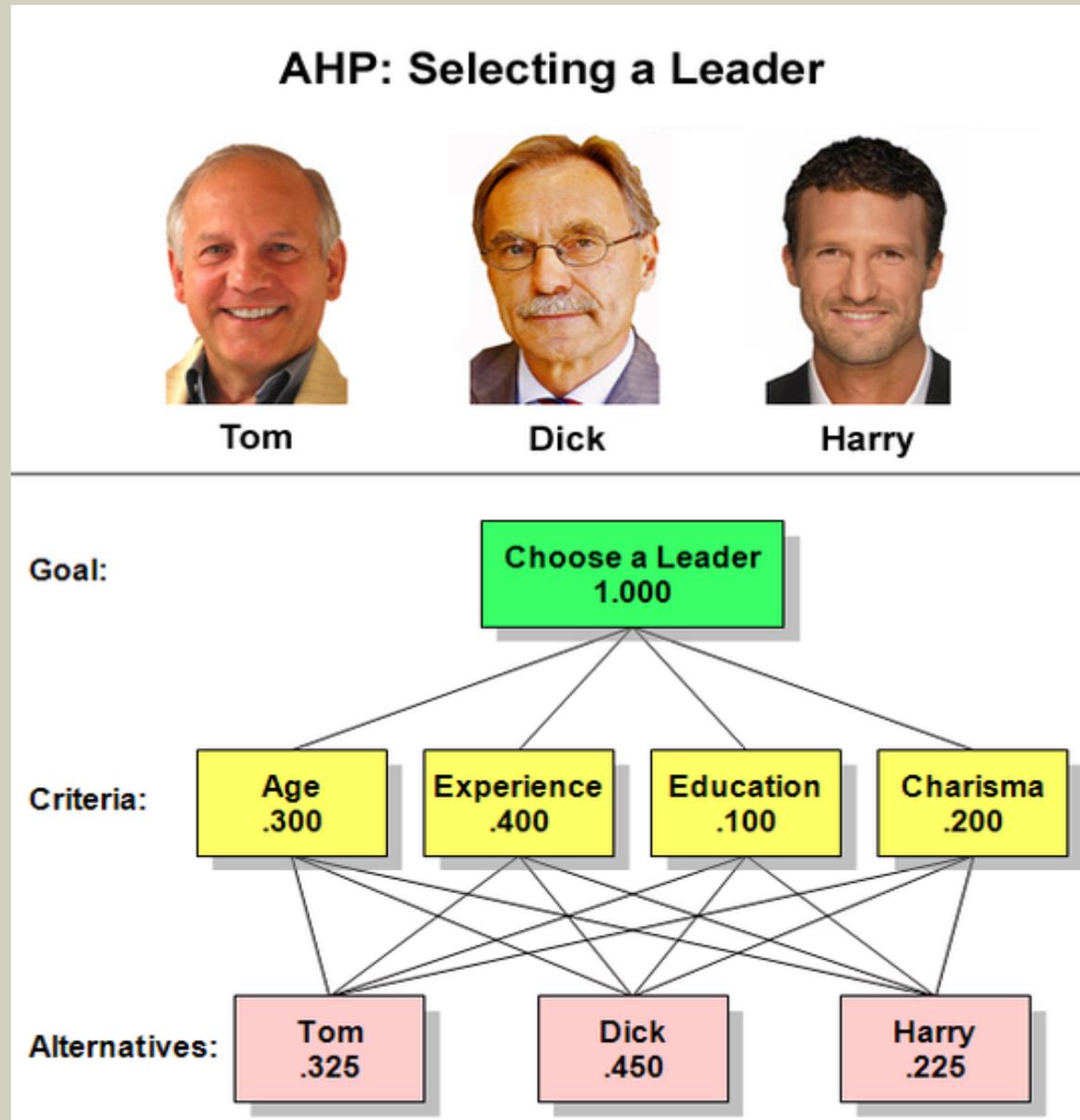
Charisma
.200

Alternatives:

Tom
.325

Dick
.450

Harry
.225



OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

El procedimiento de aplicación del AHP es el siguiente:

▶ Modelización del problema:

- Definición del objetivo
- Estructuración jerárquica de criterios y atributos.
- Identificación de alternativas.

▶ Comparación pareada de criterios

▶ Comparación pareada de alternativas

▶ Identificación mejor alternativa

▶ Determinación de la consistencia de los juicios

▶ Decisión final.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Sea c_{ij} el valor obtenido al comparar el criterio C_i con relación al criterio C_j . Suponiendo que el decisor es consistente realizando sus juicios para cualquier par de criterios, entonces

$$c_{ij} = 1/c_{ji} \text{ y } c_{ii} = 1.$$

Por tanto sólo hay que realizar $1/2m(m - 1)$ comparaciones para establecer todos los juicios de los m criterios.

Matriz de comparación por pares:

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (MAUT)

	C_1	C_i	C_m
C_1	1	c_{1i}		c_{1m}
C_i	$1/c_{i1}$	1		c_{im}
.....			1	
C_m	$1/c_{m1}$	$1/c_{im}$		1

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

El siguiente paso es obtener el vector de pesos, W , de los criterios que mejor se ajusten a los juicios de la matriz de comparación por pares.

Métodos:

- Elementos del autovector asociados con el autovalor máximo de la matriz. (Saaty, 1980)
- Cálculo distancia mínima entre las matrices C y W . Gass y Rapcsák (2004)
- Medias geométricas, calcula la media geométrica de cada fila de la matriz C , luego la suma de medias, y se normalizan las medias mediante esta suma (Saaty and Vargas (1984)).

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

La consistencia:

La consistencia implica transitividad en la preferencia.

Quien toma las decisiones toma un juicio coherente en la comparación por pares.

Si existe consistencia, se cumplirá que

$$a_{ij} * a_{jk} = a_{ik},$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (MAUT)

La consistencia:

El índice de consistencia de una matriz de comparación es:

$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$, n num de cols.

$$\lambda_{\max} = \sum \sum a_{ij} w_{aj}$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Las respuestas de la intensidad de la preferencia pueden seguir la siguiente escala:

- ▶1= Igual preferencia o importancia.**
- ▶3= Moderada preferencia o importancia de uno sobre el otro.**
- ▶5= Fuerte o esencial importancia or preferencia.**
- ▶7= Muy fuerte o importancia/preferencia demostrada.**
- ▶9= Importancia/preferencia extremas.**

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (MAUT)

La consistencia:

El ratio de consistencia es:

$$\mathbf{CR=CI/RI}$$

Donde RI es el índice aleatorio de consistencia:

$RI=1.98(n-2)/n$, determinado de forma empírica.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Donde RI es el índice de consistencia aleatoria que toma los siguientes valores:

n	RI
1	0
2	0
3	0,52
4	0,89
5	1,11
6	1,25
7	1,35

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

El ratio de consistencia CR, también llamado inconsistencia, es necesario ya que si no en un proceso de toma de decisiones si hay nuevo conocimiento no puede cambiar las preferencias.

Si $n=3$ debe ser del 5%

Si $n= 4$ del 8%

Si $n \geq 5$ del 10%

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Métodos que tratan de evitar inconvenientes pero aprovechar mejoras:

- Triantaphyllou, E. (2000)
- Figueira et al. (2004)

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Cont. Ejemplo Estudiante

PASO 1.- Cálculo del vector de pesos:

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} L & R \end{array} \\ \begin{array}{c} L \\ R \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Cont. Ejemplo

Normalizamos la matriz dividiendo cada columna por la suma de los elementos de esa columna:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} L & R \end{matrix} \\ \begin{matrix} L \\ R \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1/6 & 1/1.2 \\ 5/6 & 1/1.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,17 & 0,17 \\ 0,83 & 0,83 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Las columnas son iguales cuando el decisor tiene una consistencia perfecta

Para obtener el vector de pesos calculamos la media de cada fila del matriz normalizada.

$$WL=(0,17+0,17)/2=0,17; \quad WR=(0,83+0,83)/2=0,83$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Cont. Ejemplo

PASO 2.- Valorar las alternativas:

Se hace una matriz de valoración para cada criterio

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 A & B & C
 \end{array} \\
 A_L = \begin{pmatrix}
 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\
 2 & 1 & \frac{1}{2} \\
 5 & 2 & 1
 \end{pmatrix} \begin{array}{l}
 A \\
 B \\
 C
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 A & B & C
 \end{array} \\
 A_R = \begin{pmatrix}
 1 & 2 & 3 \\
 \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\
 \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1
 \end{pmatrix} \begin{array}{l}
 A \\
 B \\
 C
 \end{array}
 \end{array}$$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (MAUT)

Cont. Ejemplo

Normalización:

Suma de los valores de las columnas:
normalizadas:

$$A_L = (8, 3.5, 1.7)$$

$$A_R = (1.83, 3.67, 5.5)$$

Matrices

$$N_L = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.125 & 0.143 & 0.118 \\ 0.25 & 0.286 & 0.294 \\ 0.626 & 0.571 & 0.588 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$N_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.545 & 0.545 & 0.545 \\ 0.273 & 0.273 & 0.273 \\ 0.182 & 0.182 & 0.182 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Criterio	Univ A	Univ B	Univ C
Ubicación	0,129	0,227	0,594
Reputación	0,545	0,273	0,182

Valor
medio de
la fila

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Cont. Ejemplo

Criterio	Univ A	Univ B	Univ C
Ubicación	0,129	0,227	0,594
Reputación	0,545	0,273	0,182

Universidad A, $V=0,129 * 0,17 + 0,545 * 0,83=0,47$

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Cálculo de la inconsistencia de la matriz AL:

$$A_L = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ 2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Criterio	Univ A	Univ B	Univ C
Ubicación	0,129	0,227	0,594
Reputación	0,545	0,273	0,182

$$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1), \quad RI = 1.98(n - 2) / n$$

$$\lambda_{\max} = \sum \sum a_{ij} w_{aj} = 1 * 0.129 + 1/2 * 0.227 + \dots + 1 * 0.594 = 3.011$$

$$CR = (3.011 - 3) / (3 - 1) / 1.98(3 - 2) / 3$$

CR=0.0085 Aceptable

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Software:

Expert Choice. www.expertchoice.com
<http://www.expertchoice.com/academic-program/free-trial>

Otro software: HIPRE and Criterium.

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Otro ejemplo
Elección del mejor coche
utilizando 3 criterios:

Criteria	PurchasePrice	MPG	--- Amenities ---		
Subcriteria			Prestige	Comfort	Style
Avalon	\$18,000	30	Low	Fair	Fair
Babylon	\$28,000	26	Very	Good	Excellent
Carryon	\$35,000	18	OK	Excellent	Good

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Se realizará la comparación por pares de los criterios. Hay que destacar que el resultado varía según quien sea el decisor:

- Un estudiante
- Una persona jubilada
- Un millonario ...

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

	Purchase Price	MPG	Amenities
Purchase Price	1	6	3
MPG	1/6	1	1/4
Amenities	1/3	4	1
Weights	.644	.085	.271
Inconsistency Measure = .05			

Comparación por pares a nivel criterio

	Prestige	Comfort	Style
Prestige	1	1/3	3
Comfort	3	1	5
Style	1/3	1/3	1
Weights	.258	.637	.105
Inconsistency Measure = .04			

Comparación por pares de los subcriterios
de cualidades y servicio

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

Comparación por pares de las alternativas para los criterios

	Avalon	Babylon	Carryon
Avalon	1	3	6
Babylon	1/3	1	4
Carryon	1/6	1/4	1
Weights	.644	.271	.085
Inconsistency Measure = .05			

Precio

	Avalon	Babylon	Carryon
Avalon	1	1/6	1/3
Babylon	6	1	4
Carryon	3	1/4	1
Weights	.091	.691	.218
Inconsistency Measure = .05			

Prestigio

	Avalon	Babylon	Carryon
Avalon	1	2	3
Babylon	1/2	1	2
Carryon	1/3	1/2	1
Weights	.54	.297	.163
Inconsistency Measure = .01			

MPG

	Avalon	Babylon	Carryon
Avalon	1	1/5.5	1/8
Babylon	5.5	1	1/3
Carryon	8	3	1
Weights	.064	.271	.657
Inconsistency Measure = .06			

Confort

	Avalon	Babylon	Carryon
Avalon	1	1/7	1/4
Babylon	7	1	3.5
Carryon	4	1/3.5	1
Weights	.077	.679	.271
Inconsistency Measure = .05			

Estilo

OPTIMIZACIÓN MULTIATRIBUTO: THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

EL valor de cada alternativa x es:

$$\sum W_i * P_{ix}$$

El resultado ha sido:

Avalon 0,64

Babilon 0,34

Carryon 0,205

Optimización multiatributo: Outranking (Roy (1968)).

Alternativa A_i supera A_j si en gran parte de los criterios A_i rinde al menos tan bien como A_j (condición de concordancia), mientras que su rendimiento peor sea aceptable en los otros criterios (condición de no-discordancia).

Una vez determinado para cada par de alternativas si una es superior a la otra, se puede obtener una ordenación completa o parcial de alternativas.

Optimización multiatributo: Outranking (Roy (1968)).

En MAUT la alternativa mejor: mayor valor en la función de valor.

Una ordenación parcial de éste método no permite obtener la mejor alternativa directamente, sino un subconjunto de alternativas, de forma que cualquier alternativa que no pertenezca al subconjunto es superada por al menos una de las del subconjunto.

El objetivo es obtener este subconjunto lo más pequeño posible. Y de ellas se obtendrá una alternativa compromiso. (Vincke (1992), Figueira et al. (2004)). Los dos más conocidos son:

- Métodos ELECTRE
- Métodos PROMETHEE.

Referencias

- Baker, D., Bridges, D., Hunter, R., Johnson, G., Krupa, J., Murphy, J., and Sorenson, K. (2001). Guidebook to decision-making methods. Developed for the Department of Energy. WSRC-IM-2002-00002.
- Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (Eds.) (2004) *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York.
- Fülöp, J. (2005) Introduction to Decision Making Methods. Laboratory of Operations Research and Decision Systems, Computer and Automation Institute, Hungarian Academy of Sciences.

(<http://academic.evergreen.edu/projects/bdei/documents/decisionmakingmethods.pdf>) (acceso 18/06/2014).
- Gass, S. I. and Rapcsák, T. (2004) Singular value decomposition in AHP. *European Journal of Operational Research*, 154, 573-584.
- Harris, R. (1998) *Introduction to Decision Making*.
<http://www.virtualsalt.com/crebook5.htm> (18/06/2014)
- Harker, P.T. and Vargas, L.G. (1987) The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process. *Management Science* Vol. 33, No. 11, pp. 1383-1403.

Referencias

- Keeney, R.L. and Raiffa, H. (1976) *Decisions with Multiple Objectives: Performances and Value Trade-Offs*, Wiley, New York.
- Linkov, I., Varghese, A., Jamil, S., Seager, T.P., Kiker, G. and Bridges, T. (2004) *Multi-criteria decision analysis: A framework for structuring remedial decisions at the contaminated sites*. En: Linkov, I. and Ramadan, A.B. (Eds.) *Comparative Risk Assessment and Environmental Decision Making*, Springer, New York, pp. 15-54.
- Nemhauser, G.L., Rinnoy Kan, A.H.G. and Todd, M.J. (1989) *Handbooks in Operations Research and Management Science: Vol. 1 Optimization*, North-Holland, Amsterdam.
- Reynolds KM, Johnson K.N, Gordon SN. (2003). The science/policy interface in logic-based evaluation of forest ecosystem sustainability. *Forest Policy and Economics*. 5(4):433-446.

<http://forestdss.org/CoP/content/sciencepolicy-interface-logic-based-evaluation-forest-ecosystem-sustainability>

- Roy, B. (1968) Classement et choix en présence de points de vue multiple (la Méthode Electre), *RAIRO*, 2, 57-75.

Referencias

- Saaty, T.L. (1977). A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures, *Journal of Mathematical Psychology*, 15: 57-68.
- Saaty, TL (1980) *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, New York. (<file:///H:/Descargas/9781852337568-c1.pdf>) 18/06/2014.
- Saaty, T.L. (1994). *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the AHP*. RWS Publications, Pittsburgh, PA, U.S.A.
- Saaty, T.L. and Vargas, L.G. (1984) Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios. *Mathematical Modelling*, 5, 309-324.

(<http://academic.evergreen.edu/projects/bdei/documents/decisionmakingmethods.pdf>) acceso,18/06/2014.

- Steuer, R. E. (1986) *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*, Wiley, New York.
- Triantaphyllou, E. (2000) *Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht..

Referencias

- UK DTLR (2001) Multi Criteria Analysis: A Manual, Department for Transport, Local Government and the Regions, UK.
(http://www.odpm.gov.uk/stellent/groups/odpm_about/documents/page/odpm_about_608524.hcsp)
- US EPA (2000) Guidelines for Preparing Economic Analysis, United States Environmental Protection Agency, EPA 240-R-00-003.
(<http://yosemite.epa.gov/ee/epa/eed.nsf/webpages/Guidelines.html>).
- Vincke, P. (1992) Multi-criteria Decision-Aid, John Wiley, Chichester.

1. Aczél, J. and Saaty, T.L. (1983) .Procedures for synthesizing ratio judgements., *Journal of Mathematical Psychology*, 27, 93-102.
2. Barron, F.H. and Barrett, B.E. (1996) .The efficacy of SMARTER . Simple Multi-Attribute Rating Technique Extended to Ranking., *Acta Psychologica*, 93, 23-36.
3. Bodin, L. and S. Gass (2004)) Exercises for Teaching the Analytic Hierarchy Process. *INFORMS Transactions on Education*, Vol. 4, No 2.
<http://archive.itejournal.informs.org/Vol4No2/BodinGass/> (30/jun/2014)
4. Bose, U., Davey, A.M. and Olson, D.L. (1997) .Multi-attribute utility methods in group decision making: Past applications and potential for inclusion in GDSS., *Omega*, 25, 691-706.
5. Brans, J.P. and Vincke, Ph. (1985) "A preference ranking organization method", *Management Science*, 31, 647-656.
6. Brans, J.P., Vincke, Ph. and Marechal, B. (1986) "How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method", *European Journal of Operational Research*, 24, 228- 238.
7. Brans, J.-P. and Mareschal, B. (1994) .The PROMCALC & GAIA decision support system for multicriteria decision aid., *Decision Support Systems*, 12, 297-310.
8. Csáki, P., Rapcsák, T., Turchányi, P. and Vermes, M. (1995) .Research and development for group decision aid in Hungary by WINGDSS, a Microsoft Windows based group decision support system., *Decision Support Systems* 14, 205-21.

8. Dyer, R.F. and Forman, E.H. (1992) .Group decision support with the Analytic Hierarchy Process., *Decision Support Systems*, 8, 99-124.
9. Edwards, W. (1977) .How to use multiattribute utility measurement for social decisionmaking., *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-7, 326-340.
10. Edwards, W. and Barron, F.H. (1994) .SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute utility measurements., *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 60, 306-325.
11. Ekárt, A. and Németh, S.Z. (2005) .Stability analysis of tree structured decision functions., *European Journal of Operational Research*, 160, 676-695.
12. Forman , E. and Selly, M.A. (2001) *Decision by Objectives*, World Scientific.
13. Gass, S. I. and Rapcsák, T. (1998) .A note on synthesizing group decisions., *Decision Support Systems*, 22, 59-63.
14. Keeney, R.L. (1976) A group preference axiomatization with cardinal utility., *Management Science*, 23, 140 .145.

<http://www.cashflow88.com/decisiones/saaty1.pdf>

<http://analytics.ncsu.edu/sesug/2012/SD-04.pdf>

Triantaphyllou, E., Mann, S.H. (1995) Using the Analytic Hierarchy Process for Decision Making in Engineering Applications: Some Challenges. Inter'l Journal of Industrial Engineering: Applications and Practice, Vol. 2, No. 1, pp. 35-44.

(http://bit.csc.lsu.edu/trianta/Journal_PAPERS1/AHPapls1.pdf)