

Tema 13-1

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TÉCNICA AERONÁUTICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

REGRESIÓN LINEAL

Técnicas Experimentales - Tema 13

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Tema 13-2

REGRESIÓN LINEAL: desarrollo matemático

Minimizar las desviaciones

$$D = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - Y(x_i)]^2 = \min$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07



Tema 13-3

REGRESIÓN LINEAL: desarrollo matemático

Si la función de ajuste $Y(x)$ es una recta, el desarrollo matemático resulta particularmente simple

$$Y(x) = ax + b \longrightarrow D = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 = \min$$

$$\frac{\partial D}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)](-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)](-1) = 0$$



S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Tema 13-4

REGRESIÓN LINEAL: desarrollo matemático

La solución del sistema de ecuaciones nos lleva a

$$a = \frac{nS_1 - S_3S_4}{nS_2 - S_3^2} \qquad b = \frac{S_2S_4 - S_1S_3}{nS_2 - S_3^2}$$

$$S_1 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \qquad S_2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \qquad S_3 = \sum_{i=1}^n x_i \qquad S_4 = \sum_{i=1}^n y_i \qquad S_5 = \sum_{i=1}^n y_i^2$$



S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07



Tema 13-5

REGRESIÓN LINEAL: error del ajuste

El valor obtenido para los **coeficientes de regresión a y b**, proporcionan el mejor ajuste posible al conjunto de datos Experimentales pero como estos presentan errores, la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de ajuste, también tendrán incertidumbres

Podremos así calcular una **desviación estandar** (equiparable al error absoluto) para la **ordenada** y la **pendiente**

$$\sigma_a \text{ y } \sigma_b$$

La calidad del ajuste puede determinarse mediante el llamado **coeficiente de correlación (r)**

Tema 13-6

REGRESIÓN LINEAL: error del ajuste

Expresiones para calcular los errores y el coeficientes de correlación

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{(n-2)} \left[S_5 - \frac{1}{n} S_4^2 - a^2 \left(S_2 - \frac{1}{n} S_3^2 \right) \right]$$

$$\sigma_a = \sigma_r \sqrt{\frac{n}{nS_2 - S_3^2}}$$

$$\sigma_b = \sigma_r \sqrt{\frac{S_2}{nS_2 - S_3^2}}$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

$r = 1$ (ajuste perfecto)
 $r = 0$ (ajuste nulo)



Tema 13-7

REGRESIÓN LINEAL (fórmulas compactas)

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$c = \bar{y} - m \bar{x} \qquad D_i = y_i - (m x_i + c)$$

$$D = \sum_{i=1}^{i=N} (x_i - \bar{x})^2 \qquad \Delta m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} D_i^2}{D(N-2)}}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Tema 13-8

REGRESIÓN LINEAL (tabla)

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i (x_i - \bar{x})$	$y_i - (m x_i + c)$
-------	-------	-----------------	---------------------	-----------------------	---------------------

Rellenando esta tabla
se aplican fácilmente
las fórmulas de la
transparencia anterior

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Técnicas Experimentales
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

