PROBLEMA DE HANSEN

SOLUCIÓN

Dadas las coordenadas planimétricas de dos puntos A y B, calcular las de los puntos C y D, con las siguientes observaciones:

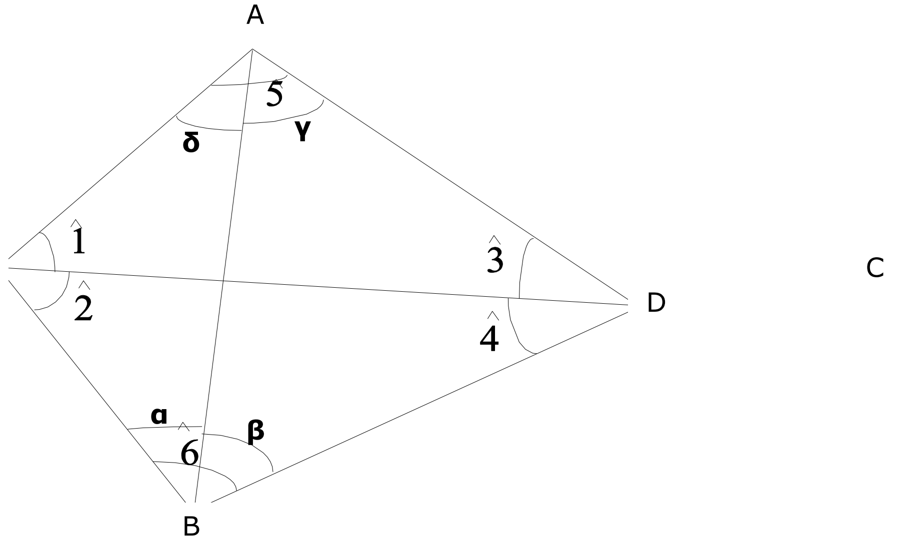
Punto de estación	Punto visado	Lectura horizontal
C	A	285,1520
	D	337,7713
	B	386,7801
D	B	5,2115
	C	52,0373
	A	105,3131

Punto	X	Y
A	4.325,72	4.826,31
B	4.128,62	625,15

SOLUCIÓN:

X_C= 2.180,37 X_D= 6.315,30
Y_C= 2.610.07 Y_D= 2.507,12

RESOLUCIÓN NUMÉRICA



Por diferencia de lecturas, calculamos algunos de los ángulos interiores:

$\hat{1} = 52,6193;\ \hat{2} = 49,0088;\ \hat{3} = 53,2758;$
$\hat{4} = 46,8258;\ \hat{5} = 94,1049;\ \hat{6} = 104,1654.$

Por diferencia de coordenadas, calculamos:

$AB = 4205{,}781m; \qquad \theta_A^B = 202{,}9846.$

Aplicamos el teorema de los senos:

$$\frac{AB}{\sin(\hat{1}+\hat{2})} = \frac{AC}{\sin\alpha}$$

$$AB = AC \bullet \frac{\sin(\hat{1}+\hat{2})}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AB}{\sin(\hat{3}+\hat{4})} = \frac{AD}{\sin(\hat{6}-\alpha)}$$

$$AB = AD \bullet \frac{\sin(\hat{3}+\hat{4})}{\sin(\hat{6}-\alpha)}$$

Igualando:

$$AC \bullet \frac{\sin(\hat{1}+\hat{2})}{\sin\alpha} = AD \bullet \frac{\sin(\hat{3}+\hat{4})}{\sin(\hat{6}-\alpha)}.$$

Pero

$$\frac{AC}{\sin\hat{3}} = \frac{AD}{\sin\hat{1}}$$

$$AD = AC \bullet \frac{\sin\hat{1}}{\sin\hat{3}}$$

Sustituyendo,

$$AC \bullet \frac{\sin(\hat{1}+\hat{2})}{\sin\alpha} = AC \bullet \frac{\sin\hat{1}}{\sin\hat{3}} \bullet \frac{\sin(\hat{3}+\hat{4})}{\sin(\hat{6}-\alpha)}.$$

Dando valores,

$$\frac{0{,}99967}{\sin\alpha} = \frac{0{,}99064}{\sin(104{,}1654-\alpha)} \bullet \frac{1{,}00911}{1{,}00911}.$$

Operando,

$$\sin\alpha = 1{,}00911\bullet(\sin 104{,}1654\bullet\cos\alpha - \cos 104{,}1654\bullet\sin\alpha).$$

Simplificando,

$$\sin\alpha = 1{,}006955\bullet\cos\alpha + 0{,}065979\bullet\sin\alpha \quad .$$

$$\alpha = 52{,}3911$$

$$\beta = 51{,}7743$$
$$\delta = 45{,}9808$$
$$\gamma = 48{,}1241$$

$$\theta_A^C = \theta_A^B + \delta = 248{,}9654.$$

$$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{AB}{\sin(\hat{1}+\hat{2})}$$

$$AC = 3084{,}520m.$$

Ya podemos determinar las coordenadas de C:

C (2180,367; 2610,069).

$$\theta_A^D = \theta_A^B - \gamma = 154{,}8605.\ \frac{AD}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin(\hat{3}+\hat{4})};\ AD = 3055{,}660m.$$

Finalmente, determinamos las coordenadas de D:

D (6315,299; 2507,122).