

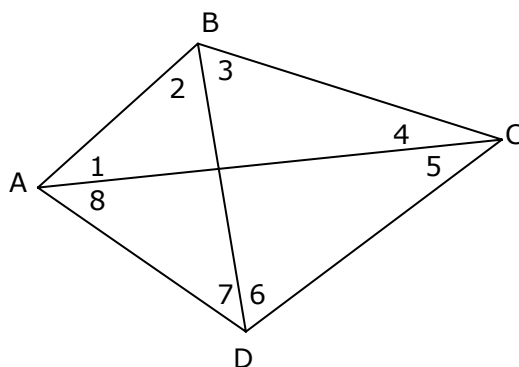
CÁLCULO DE UNA TRIANGULACIÓN

SOLUCIÓN

En una triangulación se ha seleccionado un cuadrilátero para el cálculo. De las observaciones de campo, con las lecturas correspondientes, hemos obtenido los siguientes valores angulares:

1 = 33,1241	5 = 46,9275
2 = 56,8667	6 = 43,0546
3 = 31,6676	7 = 87,8963
4 = 78,3429	8 = 22,1119

Se pide realizar las compensaciones que admite la figura.



SOLUCIÓN

1ª compensación: igualdad en la suma de ángulos opuestos.

$$\hat{1} + \hat{2} = \hat{5} + \hat{6} + e_1$$

$$\hat{3} + \hat{4} = \hat{7} + \hat{8} + e_2.$$

De estas expresiones deducimos

$$e_1 = 87^{cc}$$

$$e_2 = 23^{cc}.$$

A $\hat{1}$ y $\hat{2}$ habrá que restar y a $\hat{5}$ y $\hat{6}$ sumar.

A $\hat{3}$ y $\hat{4}$, habrá que restar y a $\hat{7}$ y $\hat{8}$ sumar.

87^{cc} a repartir entre 4:

$$1 \text{ de } 21^{cc}, \text{ y } 3 \text{ de } 22^{cc}$$

23^{cc} a repartir entre 4:

1 de 5^{cc} , y 3 de 6^{cc}

El más pequeño de $\hat{1}, \hat{2}, \hat{5}, \hat{6}$ es $\hat{1}$ (21^{cc}).

El más pequeño de $\hat{3}, \hat{4}, \hat{7}$ u $\hat{8}$ es $\hat{8}$ (5^{cc}).

Tras la 1ª compensación, los ángulos quedan así:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{1} = 33,1220 & \hat{2} = 56,8645 \\ \hat{3} = 31,6670 & \hat{4} = 78,3423 \\ \hat{5} = 46,9297 & \hat{6} = 43,0568 \\ \hat{7} = 87,8969 & \hat{8} = 22,1124 \end{array} \right.$$

2ª compensación: la suma total de ángulos debe ser 400 grados.

Expresado matemáticamente:

$$\begin{aligned} \hat{1} + \hat{2} + \dots + \hat{7} + \hat{8} &= 400^{\text{g}} + e \\ e &= -84^{\text{cc}}, \end{aligned}$$

El error de cierre habrá que repartirlo entre 8 ángulos, o sea, 4 de 10^{cc} , y otros 4 de 11.

Los 4 mayores son los ángulos $\hat{2}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{7}$, a los que compensaremos con 11 segundos; al resto, con 10.

Tras esta segunda compensación, tendremos:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{1} = 33,1230 & \hat{2} = 56,8656 \\ \hat{3} = 31,6680 & \hat{4} = 78,3434 \\ \hat{5} = 46,9308 & \hat{6} = 43,0578 \\ \hat{7} = 87,8980 & \hat{8} = 22,1134 \end{array} \right.$$

3ª compensación: ajuste del lado.

Podemos establecer que

$$\frac{OA}{\sin \hat{2}} = \frac{OB}{\sin \hat{1}} \rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{\sin \hat{1}}{\sin \hat{2}}$$

Si hacemos lo mismo para el resto, tenemos:

$$\frac{OC}{OB} = \frac{\sin \hat{3}}{\sin \hat{4}}$$

$$\frac{OD}{OC} = \frac{\sin \hat{5}}{\sin \hat{6}}$$

$$\frac{OA}{OD} = \frac{\sin \hat{7}}{\sin \hat{8}}$$

Tomando logaritmos,

$$\log\left(\frac{\sin \hat{1} \cdot \sin \hat{3} \cdot \sin \hat{5} \cdot \sin \hat{7}}{\sin \hat{2} \cdot \sin \hat{4} \cdot \sin \hat{6} \cdot \sin \hat{8}}\right) = \Delta = 2,480 \cdot 10^{-4}$$

La suma de diferencias tabulares vale $\sum f_x = 6,86 \cdot 10^{-6}$.

Por tanto,

$$e = \frac{\Delta}{\sum f_x} = 36^{cc}$$

Esta cantidad se resta a los ángulos del numerador y se suma a los del denominador.

Los ángulos finales compensados son:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{1} = 33,1194 & \hat{2} = 56,8692 \\ \hat{3} = 31,6644 & \hat{4} = 78,3470 \\ \hat{5} = 46,9272 & \hat{6} = 43,0614 \\ \hat{7} = 87,8944 & \hat{8} = 22,1170 \end{array} \right.$$