Tema 5: Método de Radiación

ÍNDICE

1.1 FUNDAMENTO TEÓRICO

- Concepto de radiación
- Recinto de incertidumbre
  - ✓ Error longitudinal
  - ✓ Error transversal
- Precisión final en planimetría
- Precisión final en altimetría

1.2 METODOLOGÍA DE OBSERVACIÓN

- Reseñas y materialización de los puntos de estación
- Orientación de la estación
- Datos de campo
- Croquización y nomenclatura de puntos
- Control por referencias
- Libretas electrónicas

1.3 OBTENCIÓN DE COORDENADAS EN TOPOGRAFÍA: X, Y, H

- PARCIALES
  - ✓ Polares: acimut, distancia reducida y cota
  - ✓ Cartesianas: x, y, ?H

- ABSOLUTAS
  - ✓ Sistema local o arbitrario: X, Y, H
  - ✓ Conversión de coordenadas

1.4 OBTENCIÓN DE COORDENADAS EN PROYECCIÓN U.T.M.: X, Y

- Introducción a la proyección U.T.M.
- Cálculo de distancias en proyección U.T.M.
- Obtención de coordenadas U.T.M.
- Problema inverso

1.5 PROYECTO DE UN LEVANTAMIENTO POR RADIACIÓN DE PUNTOS

- Análisis de la precisión a priori

  - ✓ Elección de la escala: error máximo
  - ✓ Distancia máxima de radiación
  - ✓ Elección del instrumental

- Análisis de la precisión a posteriori

1.1 FUNDAMENTO TEÓRICO.

CONCEPTO DEL MÉTODO DE RADIACIÓN.

La radiación es un método Topográfico que permite determinar coordenadas (X, Y, H) desde un punto fijo llamado polo de radiación. Para situar una serie de puntos A, B, C,... se estaciona el instrumento en un punto O y desde el se visan direcciones OA, OB, OC, OD..., tomando nota de las lecturas acimutales y cenitales, así como de las distancias a los puntos y de la altura de instrumento y de la señal utilizada para materializar el punto visado.

Los datos previos que requiere el método son las coordenadas del punto de estación y el acimut (o las coordenadas, que permitirán deducirlo) de al menos una referencia. Si se ha de enlazar con trabajos topográficos anteriores, estos datos previos habrán de sernos proporcionados antes de comenzar el trabajo, si los resultados para los que se ha decidido aplicar el método de radiación pueden estar en cualquier sistema, éstos datos previos podrán ser arbitrarios.

En un tercer caso en el que sea necesario enlazar con datos anteriores y no dispongamos de las coordenadas del que va a ser el polo de radiación, ni de las coordenadas o acimut de las referencias, deberemos proyectar los trabajos topográficos de enlace oportunos.

RECINTO DE INCERTIDUMBRE PLANIMÉTRICO.

Los datos de campo para determinar la posición planimétrica van a ser el ángulo existente entre la referencia y la dirección del punto visado, desde el vértice polo de radiación, así como la distancia existente entre éste y el punto visado. El concepto de incertidumbre va asociado a los denominados en Topografía I, como *errores accidentales* asociados a las medidas angulares y de distancias.

Siguiendo lo explicado en la asignatura que nos precede, vamos a proceder a intentar cuantificar el rango de la incertidumbre proporcionada por la medida angular, que denominamos error transversal, y por otro lado el rango de la incertidumbre que conlleva el procedimiento utilizado en la medida de distancias, que denominaremos como error longitudinal.

<u>ERROR LONGITUDINAL</u>

Entendemos por error longitudinal la incertidumbre ocasionada en la posición del punto radiado, debido a la distancia medida.

La incertidumbre en una distancia se obtiene como resultado de multiplicarla por el error relativo (e) que corresponda al procedimiento utilizado. En la medida con cinta métrica se estima que el error relativo e es igual a 1/ 2.000; en la medida estadimétrica de distancias se consideraba 1 / 300... Para un caso concreto el error relativo e se determina dividiendo el error e_D entre la distancia a la que corresponde, siendo e_D la componente cuadrática del error estándar (error que en Topografía I denominabais *error en la distancia medida*), error de estación, error de señal y error por inclinación del jalón.

El error relativo es:

$$e = e_D \ / \ D$$

Volviendo a la expresión del error longitudinal en el método de radiación, para una determinada distancia medida con un método determinado:

$$e_L = e \ . \ D = (e_D \ / \ D) \ . \ D = e_D$$

Y por lo tanto en un caso general tomará el siguiente valor:

$$\boxed{e_L = \sqrt{e_{\overline{V}}^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}}$$

Donde el error estándar consta de un valor constante y una parte proporcional a la distancia medida (mm por Km ó ppm):

$$e_{\overline{V}} = a + b \cdot D_{Km}$$

Sustituyendo en la expresión anterior,

$$\boxed{e_L = \sqrt{(a + b \cdot D_{Km})^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}}$$

De este modo podremos cuantificar la incertidumbre en la posición del punto radiado, en la dirección del mismo.

<u>ERROR TRANSVERSAL</u>

El error transversal, o incertidumbre introducida por el valor angular medido, tiene por expresión:

$$e_T = e_{a(\text{radianes})} \cdot \sqrt{2} \cdot D$$

El error angular (e_a) intervienen el error de dirección, el error de puntería, el error de lectura y el error de verticalidad, de la siguiente forma:

$$\boxed{e_a = \sqrt{e_P^2 + e_v^2 + e_d^2 + e_l^2}}$$

Todos estos errores son conocidos si lo son las características del equipo que se utiliza y si conocemos los requisitos técnicos del trabajo topográfico; excepto el error de dirección **(e_D)**, en el que también interviene la distancia:

$$e_{D(\text{radianes})} = \frac{e_e + e_s}{D}$$

siendo e_s, el error de estación y e_s error de señal.

Sustituyendo en la expresión del error transversal las dos expresiones anteriores.

$$e_T = \left(\sqrt{e_P^2 + e_v^2 + \left(\frac{e_e + e_s}{D} \right) + e_L^2} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot D$$

Utilizando esta expresión podremos cuantificar la incertidumbre existente en la posición del punto radiado, en la dirección transversal a la de radiación.

CONCLUSIÓN RECINTO DE INCERTIDUMBRE PLANIMÉTRICO

A partir del planteamiento realizado, conocemos y podemos cuantificar los valores que toman los rangos de incertidumbre en la dirección longitudinal y transversal a la del punto radiado, segmentos que nos permitirán representar un cuadrilátero en primera aproximación.

Como ambas variables actúan en dirección perpendicular, y por definición de error máximo como aquel cuya probabilidad de que suceda es del 2 %, podremos concluir que el recinto de incertidumbre en planimetría asociado a un punto radiado vendrá dado por la elipse circunscrita al paralelogramo mencionado anteriormente.

El parámetro que tradicionalmente se ha venido denominando *error máximo* será la máxima separación posible del centro a la elipse, es decir el semieje mayor de la misma. El semieje mayor será por tanto el mayor de los errores cuantificados, el error longitudinal o el transversal según el caso concreto. Para aplicar estos principios teóricos, realizar los ejercicios siguientes:

Hoja 24: ejercicios 2 y 3.

PRECISIÓN FINAL EN PLANIMETRÍA

Supongamos que hemos radiado un punto B desde un punto de posición conocida que denominamos A.

Como el método utilizado ha sido la radiación, aplicando el apartado anterior, podremos calcular la incertidumbre en la determinación de B a partir de A (incertidumbre por el método aplicado) obteniendo el valor del error longitudinal que corresponde al punto B y del error transversal. Las expresiones de cálculo eran:

$$\boxed{e_L = \sqrt{(a + b \cdot D_{Km})^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}}$$

$$\boxed{e_T = \left(\sqrt{e_P^2 + e_v^2 + \left(\frac{e_e + e_s}{D} \right) + e_L^2} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot D}$$

El mayor de los dos nos permite cuantificar la incertidumbre o precisión de B respecto de A, o lo que es lo mismo: su precisión relativa.

La precisión final planimétrica del punto radiado vendrá dada por la componente cuadrática de la precisión o incertidumbre del polo de radiación (A), y la precisión o incertidumbre introducida por el método utilizado en la determinación del punto B respecto al A.

$$e_{xy_B} = \sqrt{e_{xy_A}^2 + e_{Radiación}^2}$$

Este valor es la precisión absoluta del punto B en el sistema de referencia utilizado.

Cuando no conozcamos (ni podamos determinar) la precisión del polo de radiación, sólo podremos dar parámetros relativos.

PRECISIÓN FINAL EN ALTIMETRÍA

Supongamos que hemos determinado la altitud de un punto B mediante observaciones topográficas enlazando con la altitud del punto A conocida previamente.

En general:

$$e_{H_B} = \sqrt{e_{H_A}^2 + e_{Método\,altimétrico\,aplicado\,en\,la\,\mathrm{determinación}\,de\,\Delta H}^2}$$

En radiación el método altimétrico que permite determinar la altitud de B con respecto a A, es la nivelación trigonométrica simple. La expresión de cálculo del desnivel es:

$$\Delta H_A^B = t_A^B + i_A - m_B + (0.5 - K)\frac{(D_A^B)^2}{R}$$

Y la precision del desnivel obtenido por este método (precisión altimétrica relativa de B respecto de A) vendrá dada por la componente cuadrática de las incertidumbres de los siguientes parámetros:

$$e_{\Delta H} = \sqrt{e_i^2 + e_t^2 + e_m^2}$$

Error en i: $e_i \leq 5$ mm.

Error en *t*: $e_t = \sqrt{(\cos^2 V)e_D^2 + (D^2 \mathrm{sen}^2 V)e_V^2}$

Error en *m*: $e_m = \sqrt{e'^2_m + e''^2_m}$

e'_m $\qquad e'_m = m\,(1 - \cos b)$

e''_m 1 cm a 100 m/ 2 cm a 500 m/ 3 cm a 1000/4 cm a 2000 m

Para poder determinar la precisión altimétrica absoluta:

$$e_{H_B} = \sqrt{e_{H_A}^2 + e_{Método\, altimétrico\, aplicado\, en\, la\, determinación\, de\, \Delta H}^2}$$

necesitaremos conocer la incertidumbre altimétrica inicial del punto A.

1.2 METODOLOGÍA DE OBSERVACIÓN.

RESEÑAS Y MATERIALIZACIÓN DE LOS PUNTOS DE ESTACIÓN

Una vez que se ha elegido el punto polo de radiación se ha de proceder a efectuar una adecuada materialización del mismo sobre el terreno. Se ha de tener en cuenta que los trabajos topográficos podrán prolongarse durante varias jornadas, o que han de proyectarse para realizar desde el mismo punto trabajos complementarios en espacios temporales variables.

A este respecto recomendamos leer el siguiente documento:

CRESPO ALONSO, Manuel (1992): *Elementos de señalización en Topografía.* Topografía y Cartografía, Vol. IX- Nº 49, Marzo-Abril. Colegio Oficial de Ingenieros Técnicos en Topografía, Madrid.

Por otra parte una vez efectuada la materialización del mismo se ha de proceder a realizar la reseña del punto de estación. Consiste este documento en un impreso en el que se recogen las coordenadas del punto de estación y se describe el tipo de señal, la situación de detalle del punto con acotaciones a referencias fijas del terreno, así como cuanta información gráfica o descriptiva se considere oportuna.

ORIENTACIÓN DE LA ESTACIÓN

El procedimiento de situar el origen del aparato en O de modo que el 0^G ocupe una determinada posición, se denomina *orientar el instrumento* y podremos referirnos a ellos como *trabajar con el instrumento orientado.* En este caso se ha colocado como lectura de la referencia el valor del acimut a ella desde el punto origen.

La observación de las direcciones acimutales, puede realizarse a partir de un origen arbitrario de la posición del valor 0^g del equipo, o bien puede efectuarse una orientación previa del mismo a una referencia origen.

Se realice o no la orientación del equipo, esto no va a suponer ninguna diferencia en los resultados finales. Utilizar un método u otro depende de las preferencias del operador o de necesidades complementarias del proyecto que se está efectuando, como pueden ser llevar a cabo replanteos simultáneos, o comprobaciones de algún tipo que se desean realizar a partir del mismo estacionamiento.

Ahora bien al realizar el diseño del cálculo de resultados, habrá de comprobarse si la desorientación inicial de la vuelta de horizonte que corresponde a los puntos radiados es cero (que conlleva el caso de realizar la orientación previa en campo) o si toma cualquier otro valor.

Es muy interesante que respondáis a las siguientes cuestiones:

- Cómo realizar la orientación del equipo, cuando como corresponde a un caso normal, vamos a utilizar más de una referencia; es decir cuando conocemos el acimut a varios puntos.
- Cómo se calcula en este caso la desorientación en el punto de estación.

DATOS DE CAMPO

Los datos de campo que se adquieren en el método de radiación son:

- Lecturas acimutales a la referencia y a los puntos radiados.
- Lecturas cenitales.
- Distancias.
- Altura de instrumento.
- Altura de la señal, a la que se ha realizado la puntería.
- Breve descripción del punto radiado.

CROQUIZACIÓN Y NOMENCLATURA DE LOS PUNTOS

A medida que se realiza la adquisición de los datos con el equipo topográfico es necesario realizar un croquis en que se refleje la posición relativa de todos los puntos.

Los puntos radiados se numerarán de forma correlativa, teniendo especial cuidado en que la numeración que se anota en el croquis coincide con la que va anotándose en el estadillo o registrándose en la libreta electrónica.

CONTROL POR REFERENCIAS

Antes de comenzar la toma de datos con un equipo topográfico habrá de haberse realizado la comprobación o verificación del mismo.

Como hemos indicado se comenzará la adquisición de la información observando a una o varias referencias, que nos permitirán obtener el valor de la desorientación angular, y con ello el cálculo de acimutes.

A lo largo de la toma de datos, es necesario realizar controles sucesivos visando de nuevo a una o varias referencias para comprobar que el equipo no ha sufrido algún desplazamiento, y por lo tanto para asegurarnos de que el origen angular no ha variado.

En el caso de que la nueva lectura a la/s referencias discrepase de la inicial en un valor superior a la tolerancia, deberán anularse todos los datos registrados desde el control a la referencia anterior.

LIBRETAS ELECTRÓNICAS

Los equipos topográficos actuales permiten la toma de distancias y de ángulos coaxialmente, así como el registro automático de esta información. Se denominan libretas electrónicas a los dispositivos que permiten este registro en el equipo topográfico. Posteriormente pueden importarse los datos adquiridos a un PC bien directamente o mediante un elemento auxiliar.

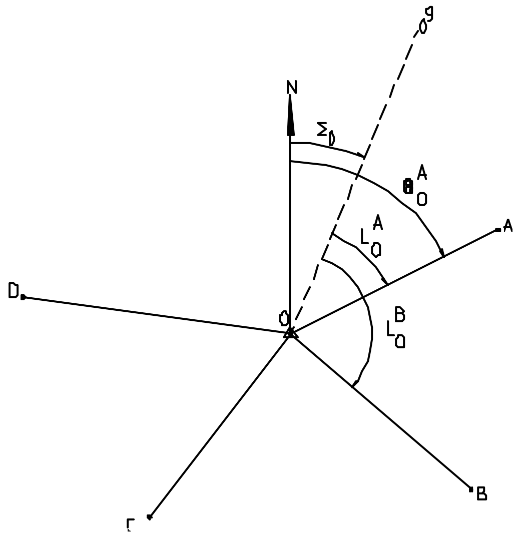
1.3 OBTENCIÓN DE COORDENADAS EN TOPOGRAFÍA: X, Y, H

CALCULO DE ACIMUTES:

- Con instrumento orientado.

  Si el instrumento estuviera orientado a una referencia en campo, las lecturas que obtuviésemos serían directamente los acimutes a los puntos radiados. Sin embargo no debemos olvidar que normalmente no se trabaja con una sola referencia, y que en este caso la obtención de acimutes deberá realizarse de forma análoga al caso que describimos a continuación.

- Con instrumento desorientado.



Si el instrumento no se ha orientado previamente en campo, las lecturas acimutales tendrán un origen arbitrario. Tendremos como datos previos el acimut u orientación de una/s de las direcciones visadas, y con este parámetro será posible deducir los acimutes u orientaciones de las restantes direcciones operando como sigue: Si es θ_O^A, por ejemplo, el acimut conocido de la dirección OA y la L_O^A, es la lectura que en la vuelta de horizonte se ha hecho sobre dicho punto A, la diferencia entre ambos valores será:

$$\Sigma_O = \theta_O^A - L_O^A$$

por lo que los acimutes de las demás direcciones vendrán dados por:

$$\theta_O^B = L_O^B + \Sigma_O$$
$$\theta_O^C = L_O^C + \Sigma_O$$

Conocidos los acimutes y calculando las distancias reducidas, podrán calcularse las coordenadas parciales x, y del punto radiado respecto al punto de estación; y con ellas las absolutas del punto radiado.

ALTIMETRÍA: H

La altitud del punto radiado respecto al geoide (H) puede obtenerse con los datos de campo adquiridos, aplicando nivelación trigonométrica. Este procedimiento de nivelación ya han sido estudiados en el tema 3.

Para recordar los principios básicos, y aplicarlos a la radiación, recomendamos resolver el siguiente ejercicio:

Hoja 22: Obtención de coordenadas X, Y, H en radiación.

1.4 OBTENCIÓN DE COORDENADAS EN PROYECCIÓN UTM: X_{UTM}, Y_{UTM}

INTRODUCCIÓN A LA PROYECCIÓN UTM

Antes de plantear cómo se utiliza la proyección UTM, debemos recordar el marco que da lugar a la misma.

Nuestro problema es dotar de coordenadas a puntos sobre la superficie terrestre en un determinado sistema de referencia.

La geodesia la ciencia que estudia la forma, dimensiones y campo gravitatorio de la Tierra. En España, a escala nacional, se encarga de ello el Instituto Geográfico Nacional (http://www.ign.es).

La Red Geodésica Nacional constituye la base geométrica del país. Es una estructura formada por un conjunto de puntos localizados en el terreno y señalizados, a los que se denominan vértices geodésicos, entre los cuales se han efectuado las medidas u observaciones pertinentes para la obtención de sus coordenadas.

El *Datum* es el sistema de referencia para el cálculo y determinación de coordenadas, estableciéndose unos datos iniciales de los cuales se derivan el resto. En Geodesia se emplean dos tipos de Datum, el vertical y el horizontal.

El Datum Vertical es la superficie de referencia que permite el cálculo de alturas. Por tanto es la superficie de altura nula. Lo más usual es que esta superficie sea el geoide y las alturas referidas a él son las alturas ortométricas. Los puntos fundamentales altimétricos son los clavos de la red de nivelación de alta precisión

(NAP). El punto fundamental altimétrico viene dada por la señal NP1 enlazada con el mareógrafo de Alicante, cota 3,4095.

El Datum Horizontal permite la determinación de la longitud y latitud. Este Datum geodésico está constituido por:

- Una superficie e referencia con definición geométrica exacta, generalmente un elipsoide de revolución.

- Un punto fundamental, en el que coinciden las verticales al geoide y al elipsoide (con lo que también coincidirán las coordenadas astronómicas y geodésicas)

En la geodesia española, el elipsoide utilizado es el internacional de Hayford y el punto astronómico fundamental, Potsdam (por estar situado en esta ciudad alemana, en la Torre de Helmert). Este Datum se conoce con el nombre de ED-50 (European Datum, 1950) y en él se sitúa el marco de referencia (red de vértices geodésicos) denominada RE-50.

El sistema de proyección en el que se representa la cartografía oficial en España (y en muchos otros países), es la denominada UTM.

Los vértices geodésicos (RE-50) tienen coordenadas en el sistema ED-50, pero también se ha calculado para ellos su proyección en el plano y se proporcionan las coordenadas UTM. Ambos parámetros aparecen en sus reseñas, disponibles en el Servicio de Geodesia del Instituto Geográfico Nacional.

La representación plana de la superficie terrestre se lleva a cabo en dos etapas que conviene diferenciar:

- Se observan ángulos y distancias sobre la superficie terrestre y se reducen dichos valores al elipsoide de referencia (en España Hayford).

- Se representa el elipsoide sobre un plano.

La representación del elipsoide sobre el plano es el objeto de la Cartografía, y se realiza mediante aplicaciones matemáticas.

El sistema de coordenadas geodésicas resulta poco satisfactorio de cara a su utilización práctica en parte porque las unidades de medida son ángulos. Por ello en la práctica suelen utilizarse coordenadas rectangulares planas, que resulta más cómodo. Sin embargo el cambio de un sistema a otro no es fácil, pues la superficie del elipsoide no es desarrollable, es decir no puede extenderse sobre un plano sin sufrir deformaciones ni rasgaduras.

La solución que se ha adoptado es la de representar la superficie del elipsoide sobre un plano según una determinada ley matemática que podría expresarse como sigue:

$$x = f_1(l, j)$$

$$y = f_2(l, j)$$

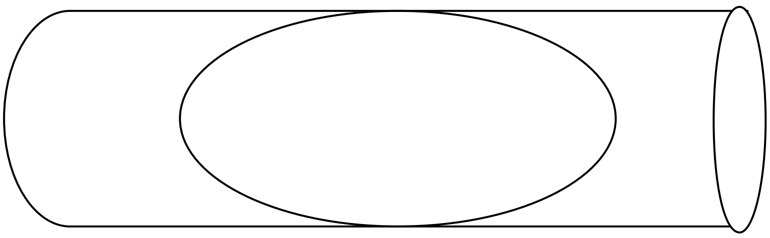
donde (x, y) son las coordenadas rectangulares planas deducidas a partir de sus homologas en el elipsoide (j, l), mediante la aplicación de la relación matemática indicada.

Existen gran cantidad de leyes matemáticas que permiten la representación del elipsoide sobre un plano, pero una de las premisas fundamentales es la de obtener la mínima distorsión al proyectar los elementos de una superficie a la otra. Es entonces cuando entramos de lleno en los dominios de la Cartografía y de las proyecciones cartográficas.

La proyección adoptada en la cartografía oficial española es la proyección Universal Transversa Mercator (UTM). A partir de la formulación matemática de la proyección pueden determinarse las coordenadas UTM (X_{UTM}, Y_{UTM}), de cualquier punto del que se conozcan las coordenadas geodésicas sobre el elipsoide (j, l), y a la inversa.

La proyección Universal Transversa Mercator (UTM.) es un sistema de representación conforme cilíndrico transverso de la superficie terrestre.

La proyección UTM es un sistema cilíndrico transverso conforme, tangente al elipsoide a lo largo de un meridiano que se elige como meridiano origen. Como figura geométrica en proyección se utiliza un cilindro transverso:



Como los límites del huso son meridianos y por tanto convergen hacia los polos, las regiones polares se representan de forma separada. Sólo se representa en la proyección UTM, hasta los paralelos de 80 grados norte y sur respectivamente

EXPRESIONES MATEMATICAS

Las fórmulas de transformación son válidas para todos los husos. Estas expresiones se obtienen matemáticamente al imponer las siguientes condiciones:

- que la representación sea **conforme**,
- que la transformada del meridiano central del huso considerado sea una línea isométrica **automecoica**, es decir, el módulo de deformación lineal sobre ella sea la unidad.

Una representación conforme de una superficie, s, sobre una segunda superficie, s´, es una transformación en la cual el ángulo que forman dos curvas cualesquiera trazadas sobre una de ellas es igual al ángulo que forman sus transformadas sobre la otra, y además, los elementos lineales infinitesimales correspondientes son proporcionales.

Las figuras diferenciales del elipsoide se transforman en otras semejantes sobre la carta o plano. Esta semejanza implica que los ángulos se conservan y que la relación entre elementos lineales (deformación lineal) es constante para cada punto, cualquiera que sea la dirección considerada.

A la cuantía deducida matemáticamente de las expresiones de la proyección se le aplica el denominado Artificio de Tissot. Con él se pretende disminuir la cuantía de las deformaciones lineales en la zona representada en cada huso. Para evitar un excesivo aumento de la deformación en los extremos del huso, se modifica el coeficiente K de deformación lineal, que corresponda a cada punto. Se pierde el que el sea el meridiano central automeico pero se reducen los valores de deformación lineal en los extremos del huso.

SISTEMA DE COORDENADAS

Este sistema de proyección aplicado a grandes extensiones en longitud (Δl grandes) ocasiona que las deformaciones lineales alcancen valores considerables según nos vayamos alejando del meridiano de tangencia.

Por ello para conseguir la representación completa de la Tierra, se opta por dividirla en husos de 6º de amplitud. Se dispone por tanto de 60 proyecciones iguales, pero referida cada una al meridiano central del huso respectivo y al Ecuador. Cada una de ellas está referida a su respectivo meridiano central.

El sistema de referencia adoptado en cada huso es:

- eje de ordenadas (Y): la transformada del meridiano de tangencia (es el meridiano central del huso).
- eje de abscisas (X): la perpendicular a ésta en su punto de cruce con el Ecuador. Este eje es también la transformada del Ecuador.

En esta situación se tiene una proyección universal en 60 sistemas de referencia diferentes identificados por los correspondientes primeros números naturales, siendo el huso 1 aquél cuyo meridiano central tiene una longitud de 177ºW, y el 60, el caracterizado por los 177º E.

Los husos se numeran correlativamente del 1 al 60 a partir del antimeridiano de Greenwich (180 º) y en sentido creciente hacia el Este.

Según se trate de situar puntos en el hemisferio norte o sur, el origen toma valores diferentes con objeto de no dar lugar a coordenadas negativas; así para latitudes norte se considera el par (500.000, 0) y para puntos por debajo del Ecuador se conviene en el término (500.000, 10.000.000).

La distancia horizontal al Este (X) es siempre inferior a 1.000.000 metros, un valor de no más de 6 dígitos al expresarlo en metros.

La distancia vertical al norte (Y) es siempre inferior a 10.000.000 metros, un valor de no más de 7 dígitos cuando se expresa en metros.

Por este motivo siempre se usa un dígito más para expresar la distancia al norte que la distancia al este.

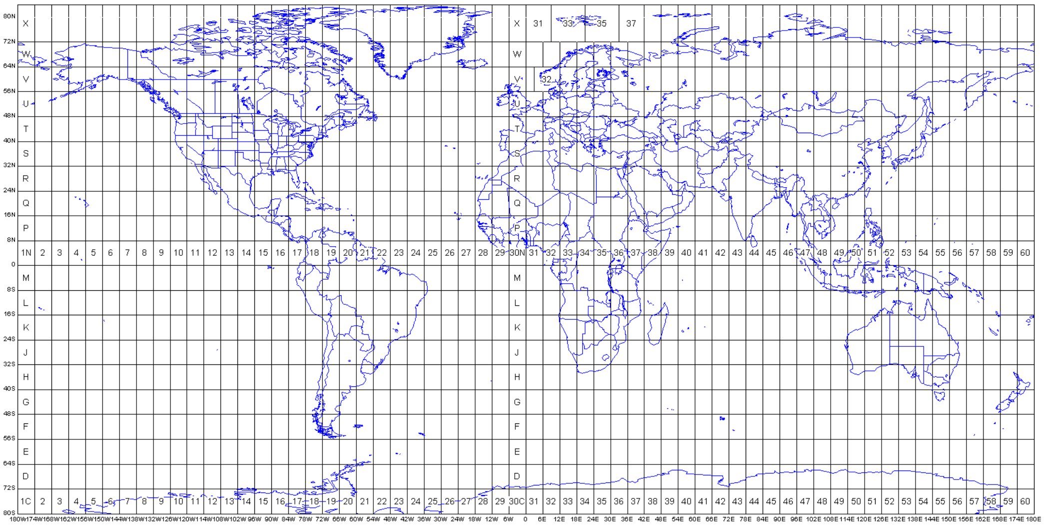
Dado que cada huso cuenta con su propio sistema de referencia no se pueden relacionar en principio puntos situados en husos diferentes. Para solventar el problema se incluyen zonas de solape de unos 80 km en la cual los vértices geodésicos se refieren a las coordenadas UTM de los dos husos.

CUADRICULA UTM

Cada huso se divide horizontalmente, entre 80º de latitud Norte y los 80 º de la latitud Sur, en 20 bandas entre paralelos, dando lugar a 20 zonas por huso, filas, de 8º de Δj .

La Tierra queda dividida en 60 husos. Así se limita la proyección a un huso de 6 grados de amplitud (reduciendo la deformación lineal) y cada huso queda así delimitado en áreas de 6º de longitud y 8º de latitud que se denominan zonas y constituyen la cuadrícula básica de la cuadrícula UTM.

Las filas se nombran con letras mayúsculas, desde la C a la X (salvo CH, I, LL, Ñ y O), a partir del paralelo límite sur, reservándose los caracteres A, B, Y, Z para las regiones polares. De esta manera una zona identifica biunívocamente una determinada región de la superficie del elipsoide.



En el mapa se reflejan las diferentes zonas (husos y bandas) de la Tierra

La división en elementos más pequeños consiste en el reticulado de los 100 Km, identificándose cada cuadrícula por una pareja de mayúsculas, de la A a la Z para las columnas, y entre A y V para las filas; siempre teniendo en cuenta las excepciones indicadas en el caso de las zonas.

Para indicar las coordenadas completas se designa el huso y banda (zona de la cuadrícula) y las coordenadas definidas mediante dos números, el primero designa la distancia al Este y el segundo la distancia al Norte con respecto al punto de origen convenido.

Resumiendo hay que destacar que el sistema de proyección UTM frente a otros sistemas de proyección tiene la característica de que conserva los ángulo, la deformación lineal es constante para cada punto (no depende de la dirección), se utiliza por debajo de los 80º de latitud, designa un punto de manera concreta y fácil de localizar, y su uso en cartografía está muy extendido a escala mundial.

En Topografía trabajaremos con la proyección UTM en las siguientes situaciones:

- Utilización de puntos con coordenadas conocidas en la proyección UTM (Vértices geodésicos o vértices de redes preexistentes).

- Determinación de las coordenadas de otros puntos, en proyección UTM, a partir de medidas topográficas directas.

CÁLCULO DE DISTANCIAS EN PROYECCIÓN U.T.M.

A partir de una distancia observada entre dos vértices, tras haber estacionado en uno de ellos y haber observado al segundo, se puede determinar qué valor tomaría en la proyección U.T.M.

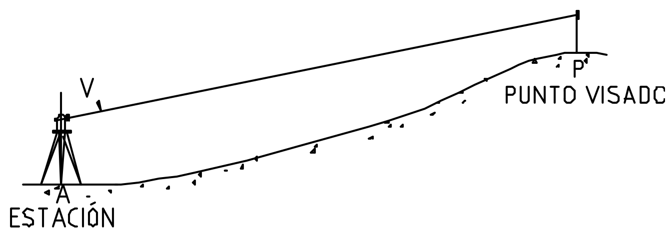
Los datos previos que se requieren son las altitudes de ambos puntos, así como el coeficiente de anamorfosis que corresponde en la proyección al punto de estación.

Supongamos que se ha realizado la medida de la distancia existente entre los puntos 1 y 2, con un distanciómetro, denominemos $D_{OBSERVADA}$ = D, a dicha distancia.

Para poder utilizarla en el cálculo de coordenadas en la proyección UTM, en Geodesia os explicarán detenidamente el procedimiento de cálculo.

1) Reducción al horizonte.

Se elimina la influencia en la observación, de la altura de aparato y de la altura de la señal a la que se ha realizado la puntería con el distanciómetro.



Sea D_g, la distancia reducida al horizonte, o distancia geométrica. La expresión que permite su obtención es:

$$\frac{D}{sen\,(V_1^2 + e\,)} = \frac{D_G}{sen\;V_1^2}$$

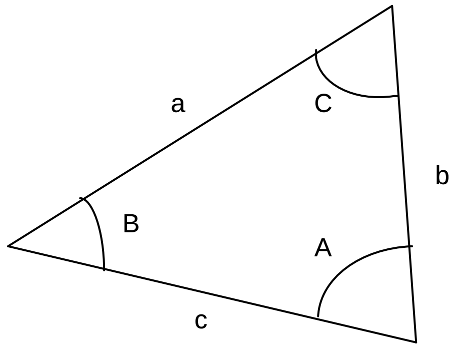
De donde la distancia reducida al horizonte será:

$$D_G = \frac{D\, sen V_1^2}{sen\,(V_1^2 + e\ )}$$

Siendo:

$$e^{cc} = (\ m_2 - i_1) \frac{sen\ \ V_1^2}{D}\, r^{cc}$$

Otro procedimiento que podemos utilizar resulta de aplicar el teorema del coseno a la figura anterior. El teorema del coseno tiene la siguiente expresión:

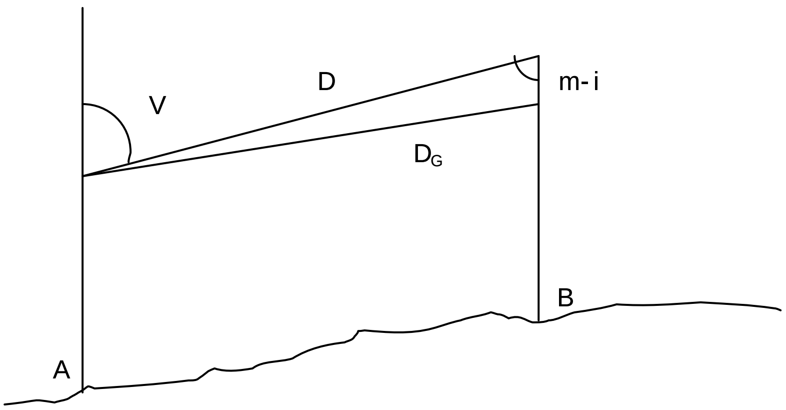


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\, b\, c \cos A$$

Y por lo tanto el lado a viene dado por:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2\, b\, c\, \cos A}$$

Aplicandolo a la figura del modelo de observación:



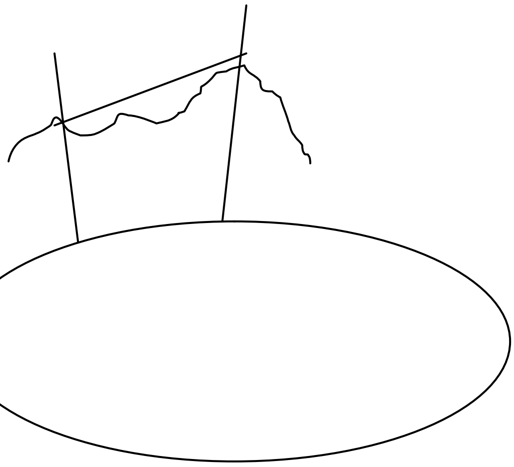
Obtendremos la distancia geométrica por la siguiente expresión:

$$D_{G\,A}^{\;B} = \sqrt{(m_B - i_A)^2 + \left(D_A^B\right)^2 - 2\,(m_B - i_A)\,D_A^B \cos V_A^B}$$

Por ambos métodos se obtiene la misma solución.

2) Reducción al elipsoide.

Denominamos D_o, a la distancia existente entre los puntos 1 y 2, reducida al elipsoide. Se obtiene aplicando,

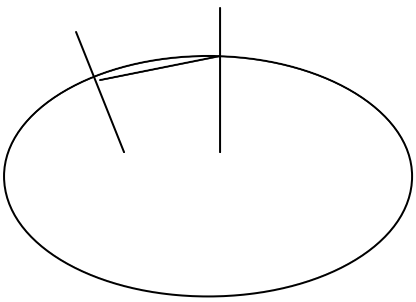


$$D_o = \sqrt{\frac{D_G^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}}$$

Donde h_1 y h_2, son las altitudes de los puntos 1 y 2 respectivamente, y ?h es la diferencia entre ambas. R representa al radio de la Tierra, del que tomaremos un valor de 6370 km.

3) Reducción de la cuerda al arco.

Sea s, la distancia entre los puntos 1 y 2, en el elipsoide y siguiendo el arco que los une. A partir de D_o, la podemos obtener considerando que,



$$s = D_o + \frac{D_o^3}{24\,R^2}$$

En lo ejercicios comprobaremos que en Topografía $s \approx D_o$ y por qué podemos prescindir de este paso en el cálculo.

4) Reducción a la proyección UTM.

Para realizar esta reducción es necesario considerar el coeficiente de deformación lineal que corresponde al punto 1. Este coeficiente se denomina coeficiente de anamorfosis.

La distancia entre los puntos 1 y 2, en la proyección UTM, vendrá dada por

$$D_{UTM} = s \cdot K$$

Este es el procedimiento general de reducción de una distancia a la proyección U.T.M.

Resumiendo:

El cálculo de las distancias en la proyección UTM, se realiza aplicando:

a) Eliminar el efecto de la altura de aparato y de la señal sobre la que se ha realizado la puntería, es decir cálculo de D_g.

$$D_{G\,A}^{\;B} = \sqrt{\left[(m_B - i_A)^2 + \left(D_A^B\right)^2 - 2\,(m_B - i_A)\,D_A^B \cos V_A^B\right]}$$

b) Reducción de la D_G a la proyección. Sustituyendo las expresiones de las distintas reducciones en la que le antecedía, y considerando que $s=D_o$, podemos obtener como expresión final, de forma conjunta:

$$D_{UTM} = K\sqrt{\frac{\overline{D}_G^{\,2} - \Delta h^2}{\left(1+\frac{h_1}{R}\right)\left(1+\frac{h_2}{R}\right)}}$$

Donde h_1 y h_2, son las altitudes de los puntos 1 y 2 respectivamente, y ?h es la diferencia entre ambas. R representa al radio de la Tierra, del que tomaremos un valor de 6370 km.

Recomendamos realizar el siguiente ejercicio:

Hoja 26: Cálculo de distancias U.T.M. a partir de distancias observadas en campo.

Coeficiente de anamorfosis

El coeficiente de anamorfosis es el que corresponde al polo de radiación.

Para otros métodos topográficos normalmente tomaremos un valor de K resultado de efectuar la media aritmética de los que correspondan a los vértices de la zona de trabajo. También podremos optar por obtenerlo aplicando la formula de Simpson:

$$\frac{1}{K} = \left(\frac{1}{K_A} + \frac{4}{K_M} + \frac{1}{K_B} \right) \frac{1}{6}$$

Siendo:

K_A = Coeficiente de anamorfosis del punto A, extremo de la zona de trabajo.
K_M = Coeficiente de anamorfosis del punto medio de la zona de trabajo.
K_B = Coeficiente de anamorfosis del punto B, extremo de la zona de trabajo.

O por el procedimiento general que os explicarán en geodesia, a partir de la siguiente expresión:

$$K = 0{,}9996 + 0{,}01232007 \left(\frac{X_m}{1.000.000} - 0{,}5 \right)^2$$

OBTENCIÓN DE COORDENADAS U.T.M.

Conocidas las coordenadas U.T.M. del polo de radiación y habiendo reducido la distancia observada a la proyección U.T.M., el cálculo de las coordenadas no difiere del que hemos planteado en el capítulo anterior. No olvidemos que la proyección es conforme y que para cada punto con coordenadas UTM, se conoce también la convergencia del norte de la cuadrícula con el norte geográfico.

Para aplicación recomendamos realizar el siguiente ejercicio:

Hoja 27: Cálculo de coordenadas en la proyección U.T.M. a partir de datos topográficos observados en campo.

PROBLEMA INVERSO

En este caso nos planteamos cómo podemos determinar la distancia geométrica existente entre dos puntos, si conocemos sus coordenadas U.T.M.

A partir de las coordenadas UTM podremos obtener el valor de la distancia D_{UTM} ente ellos. También tendremos que conocer las altitudes de ambos y por lo tanto su desnivel.

La expresión para determinar la D_{UTM} a partir de la D_G era:

$$D_{UTM} = K \sqrt{\frac{\overline{D}_G^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}}$$

En ella ahora la incógnita es la D_G. Despejando:

$$D_{UTM}{}^{2} = K^{2}\left(\frac{D_G^2 - \Delta h^2}{\left(1+\frac{h_1}{R}\right)\left(1+\frac{h_2}{R}\right)}\right)^{2}$$

$$\frac{D_{UTM}}{K} = \frac{D_G^2 - \Delta h^2}{\left(1+\frac{h_1}{R}\right)\left(1+\frac{h_2}{R}\right)}$$

Y finalmente obtenemos:

$$D_G^2 = \frac{D_{UTM}}{K}\left(1+\frac{h_1}{R}\right)\left(1+\frac{h_2}{R}\right) + \Delta h^2$$

$$D_G = \sqrt{\frac{D_{UTM}}{K}\left(1+\frac{h_1}{R}\right)\left(1+\frac{h_2}{R}\right) + \Delta h^2}$$

1.5 PROYECTO DE UN LEVANTAMIENTO POR RADIACIÓN DE PUNTOS

ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN A PRIORI

En la fase de diseño de un proyecto es necesario detenerse a analizar cuál es la precisión que nos demanda el cliente, y cuáles van a ser los detalles que han de incluirse en nuestro proyecto.

Todos los trabajos exigen que los puntos que lo configuran posean una precisión determinada. Esta precisión puede ser un dato que aparezca en el pliego de condiciones (en él se especifican los registros técnicos del trabajo) o puede tratarse de un dato que hemos de calcular conociendo la escala del levantamiento.

En este ultimo caso, la precisión se obtiene calculando la magnitud que supone en el terreno, el límite de percepción visual (0,2 mm). según la escala a la que vamos a realizar el levantamiento. Sabemos qué valores inferiores a él no van a tener representación en el plano final y por ello lo consideraremos como límite de los errores que podemos permitirnos en el trabajo de campo.

La precisión (dato conocido antes de realizar el levantamiento), nos va a condicionar las distancias que podemos medir en campo. Puntos distantes un valor superior, tienen errores en su determinación mayores que los deseados y por lo tanto su posición resulta incorrecta.

La radiación es un método topográfico que consiste en establecer la posición de los puntos a partir de otro en el que se estaciona.

En este método existen dos causas de error, derivada una de la medida e distancias y otra de la medida de ángulos. La primera de lugar al denominado error longitudinal y la segunda, al error transversal. Ambos errores aumentan al hacerlo la distancia entre los puntos de estación y el punto a representar. Al actuar ambos errores en direcciones perpendiculares, no se pude considerar como error máximo (aquel cuya probabilidad de cometerse es del 2%), su componente cuadrática, sino que se considera como error máximo del mayor de los dos.

Para cada trabajo en concreto no conocemos de antemano el error máximo es el longitudinal o el transversal, por lo que tenemos que calcular ambos.

Si lo que pretendemos es, conocido el error (la precisión del levantamiento), determinar la distancia máxima de radiación, el método de cálculo consistirá en el estudio de las distancias límite que nos impondrá el error longitudinal si este fuese el de mayor magnitud (y por lo tanto el error máximo) y la que supondría si lo fuese el error transversal. Calculadas estas dos distancias, analizaremos cuál de ellas es la menor, y ésta será la distancia buscada, es decir la distancia máxima que nos permite los requisitos de nuestro trabajo: distancia máxima de radiación.

Como tanto el error longitudinal como el transversal aumentan con la distancia, un punto distante un valor mayor que la que hemos denominado distancia máxima de radiación, tendrá un error en su posición mayor que el permitido (ocasionado por la causa de error que limita la distancia) y sería incorrecta su utilización.

Conocida las expresiones del error longitudinal **(e_L)** y del error transversal **(e_T),** procederemos a deducir aquellas por las que podemos obtener la distancia límite para el siguiente equipo de medida:

a) Teodolito y distanciómetro.
b) Teodolito y otro sistema general de medida de distancias.

a) DETERMINACIÓN DE LA DISTANCIA MÁXIMA DE RADIACIÓN CON TEODOLITO. Y DISTANCIÓMETRO.

Error longitudinal.

En primer lugar vamos a deducir la expresión de la distancia con la que incurrimos en un error longitudinal igual a la precisión deseada.

El error longitudinal viene dado por la componente cuadrática del error estándar, error de estación, error de señal y error por inclinación del jalón.

$$\boxed{e_L = \sqrt{e_{\bar{v}}^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}}$$

Donde el error estándar consta de un valor constante y una parte proporcional a la distancia medida (mm por Km ó ppm):

$$e_{\overline{V}} = a + b \cdot D_{Km}$$

Sustituyendo en la expresión anterior,

$$\boxed{e_L = \sqrt{(a + b \cdot D_{Km})^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}}$$

y efectuamos las operaciones necesarias para calcular la distancia

$$e_L = \sqrt{e_{\overline{V}}^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}$$

$$e_L^2 = (a + b \cdot D_{Km})^2 + e_e^2 + e_j^2 + e_s^2$$

$$(a + b \cdot D_{Km})^2 = e_L^2 - e_e^2 - e_s^2 - e_J^2$$

$$(a + b \cdot D_{Km})^2 = \sqrt{e_L^2 - e_e^2 - e_s^2 - e_J^2}$$

$$\boxed{D_{Km} = \frac{\sqrt{e_L^2 - e_e^2 - e_s^2 - e_j^2} - a}{b}}$$

Denominamos a esa distancia, límite impuesto por el error longitudinal **D_1.**

Error transversal.

La distancia límite que implica el error transversal, la denominamos **(D_2).**

El error transversal tiene por expresión:

$$e_T = e_{a(\text{radianes})} \cdot \sqrt{2} \cdot D$$

El error angular (e_a) intervienen el error de dirección, el error de puntería, el error de lectura y el error de verticalidad, de la siguiente forma:

$$\boxed{e_a = \sqrt{e_P^2 + e_v^2 + e_d^2 + e_l^2}}$$

Todos estos errores son conocidos si lo son las características del equipo que se utiliza y si conocemos los requisitos técnicos del trabajo topográfico; excepto el error de dirección **(e_D)**, en el que también interviene la distancia:

$$e_{D(\text{radianes})} = \frac{e_e + e_s}{D}$$

siendo e_s, el error de estación y e_s error de señal.

Sustituyendo en la expresión del error transversal las dos expresiones anteriores.

$$\boxed{e_T = \left(\sqrt{e_P^2 + e_v^2 + \left(\frac{e_e + e_s}{D}\right) + e_L^2}\right) \cdot \sqrt{2} \cdot D}$$

donde el error de puntería, el error de verticalidad y el error de lectura (e_P, e_v y e_l) deben estar en radianes.

$$e_T^2 = \left[e_p^2 + e_v^2 + e_L^2 + \left(\frac{e_e + e_s}{D}\right)^2\right] \cdot 2 \cdot D^2$$

$$\frac{e_T^2}{2} = \left[e_p^2 + e_v^2 + e_l^2 \left(\frac{e_e + e_s}{D}\right)^2\right] \cdot D^2$$

$$\frac{e_T^2}{2} = \left(e_p^2 + e_v^2 + e_l^2\right) \cdot D^2 + \frac{(e_e + e_s)^2}{D^2} \cdot D^2$$

$$\boxed{D^2 = \frac{\frac{e_T^2}{2} - (e_e + e_s)^2}{(e_p^2 + e_v^2 + e_l^2)}}$$

$$\boxed{D = \sqrt{\frac{\frac{e_T^2}{2} - (e_e + e_s)^2}{(e_p^2 + e_v^2 + e_l^2)}}}$$

A esta distancia la denominamos $\mathbf{D_2}$.

Distancia máxima de radiación.

Conocidas $\mathbf{D_1}$ y $\mathbf{D_2}$, la distancia máxima de radiación será la menor de las dos. A distancias mayores los puntos obtenidos tiene errores superiores a los permitidos, bien debidos al error longitudinal o bien al transversal, según el caso que nos ocupe.

b) <u>DETERMINACIÓN DE LA DISTANCIA MÁXIMA DE RADIACIÓN CON TEODOLITO Y OTRO SISTEMA DE MEDIDA DE DISTANCIA</u>**,**

Error longitudinal.

El planteamiento es análogo al anterior.

La distancia límite que nos permite el error longitudinal, la podemos calcular por la expresión de este error:

$$e_L = \varepsilon \cdot D_1$$

donde ε es el error relativo cometido en la medida de la distancia.

La distancia podemos obtenerla por:

$$\boxed{D_1 = \frac{e_L}{\varepsilon}}$$

Error transversal.

La distancia límite por el error transversal ***D₂*** , al tratarse también de un equipo en el que la medida de ángulos se realiza con un teodolito, podemos calcularla por la expresión obtenida en el caso anteriormente.

$$D_2 = \frac{\frac{e_T^2}{2} - (e_e + e_s)^2}{(e_p^2 + e_v^2 + e_l^2)}$$

Distancia máxima de radiación.

la distancia ***(D_1)*** al igual que en el caso analizado anteriormente, habrá de compararse con la distancia ***(D_2)***. La menor de las dos será la distancia máxima de radiación.

El estudio de las distancias que nos permite un equipo topográfico, si queremos cumplir unas determinadas condiciones técnicas, ha de realizarse siempre ANTES de iniciar el proyecto.

ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN A POSTERIORI

Una vez concluida la toma de datos de campo, y los trabajos de gabinete es necesario comprobar que se han cumplido las especificaciones previas de precisión.

En el caso de la radiación se ha de comprobar que en ningún caso se ha rebasado la distancia máxima de trabajo, y puede calcularse la incertidumbre (*error máximo)* del punto radiado más desfavorable.

La precisión final será la componente cuadrática de esa incertidumbre y de la que ya tuviera el polo de radiación.

Recomendamos analizar las siguientes propuestas:

Hoja 25: Proyecto de Levantamiento de los Jardines del Descubrimiento a escala 1/200.

1.6 BIBLIOGRAFÍA

SERVICIO GEOGRÁFICO DEL EJERCITO (1976): Proyección Universal Transversa Mercator. Estado Mayor Central. Sección de Geodesia. Madrid.

MENA BARRIOS, Juan: Sistema de Proyección UTM, Programa para el cálculo automático de transformaciones.