

***Tema 1: Observaciones Topográficas***

## ÍNDICE

1. CONCEPTO DE TOPOGRAFÍA
2. ADQUISICIÓN DE OBSERVACIONES TOPOGRÁFICAS
  - 3.1 Lecturas acimutales
  - 3.2 Lecturas cenitales
  - 3.3 Distancias observadas
3. CÁLCULOS BÁSICOS EN TOPOGRAFÍA
  - 3.1 Obtención de acimutes
  - 3.2 Convergencia de meridianos
  - 3.3 Cálculo de distancias reducidas
  - 3.4 Sistemas de coordenadas
    - a) Coordenadas polares
    - b) Coordenadas cartesianas
    - c) Relación entre los dos sistema.
  - 3.5 Cambios de sistemas de coordenadas
    - a) Giro
    - b) Traslación
    - c) Transformación Helmert 2D

## 1. CONCEPTO DE TOPOGRAFÍA

Etimológicamente este término procede del griego *topos* (lugar) y *graphen* (describir) pudiendo ser traducido como *la descripción exacta y minuciosa de un lugar*.

Las definiciones de los distintos autores son muy semejantes y tipifican lo que aparece en los tratados que se ocupan de esta ciencia.

Norman Thomas en 1920 definía la Topografía como:

*"el arte de determinar la posición relativa de los distintos detalles de porciones de la superficie terrestre"*.

Higgins en 1943 señalaba:

*"La Topografía puede describirse como el arte de realizar medidas sobre la superficie terrestre con el propósito de elaborar mapas, planos o determinar una superficie"*.

Aranha Domingues (1979) entiende por Topografía:

*"el conjunto de principios, métodos, instrumentos y procedimientos utilizados para la determinación del entorno, dimensiones y posición relativa de una porción limitada de la superficie terrestre, del fondo de los mares y del interior de las minas. También compete a la topografía el replanteo de proyectos"*.

Buckner (1983) la define como:

*"La ciencia y el arte de realizar las mediciones necesarias para determinar la posición relativa de puntos sobre, en, o debajo de la superficie terrestre, así como para situar puntos en una posición concreta"*.

El concepto de Topografía no ha variado con el tiempo. Lo que sí se ha visto ampliamente modificado son las técnicas, los instrumentos de medida y los métodos a aplicar.

Las definiciones anteriormente reseñadas, extraídas de textos fundamentales, nos permiten estudiar las características de la disciplina. Del examen comparativo de todas ellas podemos constatar la coincidencia en cuanto a la fuente de datos (la superficie de la tierra) a la forma de adquirir la información (realizando medidas según métodos determinados) y en cuanto al objetivo a conseguir (representar las características y la geometría del terreno).

---

<sup>1</sup>. THOMAS, N.W. (1958): pág.1.

<sup>2</sup>. HIGGINS, A.L. (1957): pág. 1.

<sup>3</sup>. ARANHA DOMINGUEZ, F.A. (1979): pág.1.

<sup>4</sup>. BUCKNER, R.B. (1983): pág. 2.

En todas las definiciones se indica que la topografía es tanto una ciencia como un arte. Como ciencia pertenece al campo de las ciencias de la medida, con la especial característica de utilizar como fuente de información los accidentes y recursos de la superficie de la tierra. Participa también de las ciencias del dibujo y del diseño toda vez que la información proporcionada por sus resultados es tanto gráfica como numérica, y así se representa.

La Topografía es ciencia en el grado en el que se utilizan modelos matemáticos rigurosos para analizar y ajustar los datos topográficos de campo. La precisión y su fiabilidad dependen no solamente de la experiencia de campo del topógrafo, sino también de la comprensión que éste tenga de los principios científicos sobre los que actúa y que afectan a todas las formas de medidas topográficas.

Pero también:

*"La Topografía **es el arte** de medir distancias y ángulos en la superficie terrestre o en su proximidad".*

A menudo es difícil para los que comienzan y a veces también para profesionales con experiencia, comprender qué proporción de la Topografía es una ciencia y cuál es un arte, porque ambas surgen de una misma función y pertenecen a un proceso técnico y profesional.

Este arte solo puede poseerlo aquel profesional que alcance la comprensión de cómo las técnicas topográficas permiten determinar los métodos más eficientes que se requieren para obtener los resultados óptimos sobre una amplia variedad de problemas topográficos.

Otro aspecto de las definiciones que hemos ofrecido alude al hecho de que los topógrafos se enfrentan con dos problemas fundamentales:

- (1) determinar la posición relativa existente entre dos puntos
- (2) establecer la posición de puntos nuevos en una posición específica

Whyte (1985), además de indicar esta diferenciación, realiza una clasificación posterior incluyendo categorías según se considere o no la influencia de la curvatura terrestre en planimetría: Topografía plana y Topografía geodésica; según el fin o la aplicación: Topografía geodésica, levantamientos topográficos, Topografía catastral, Topografía de ingeniería, Topografía minera, hidrografía y otras Topografías; según los equipos o las técnicas: radiación topográfica, poligonación topográfica, taquimetría y Topografía fotogramétrica.

Todas las clasificaciones intentan recoger el presente de esta ciencia, que en cualquier momento ha de entenderse como fruto de la evolución histórica.

---

<sup>5</sup>. KAVANAGH, Barry F.; BIRD, S.J. Glenn (1989): pág. 1.

## 2. ADQUISICIÓN DE OBSERVACIONES TOPOGRÁFICAS.

- 3.1 *Lecturas acimutales*
- 3.2 *Lecturas cenitales*
- 3.3 *Distancias observadas*

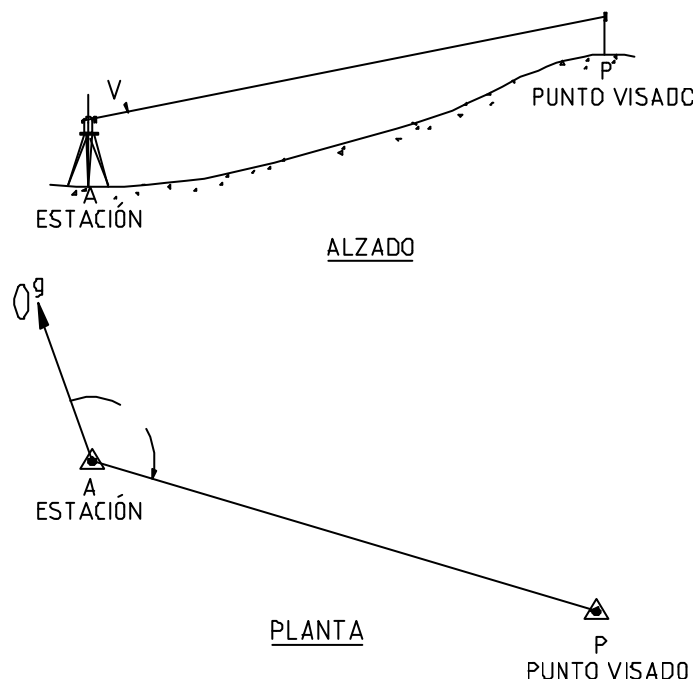
Es de gran importancia verificar el estado del instrumental antes de comenzar la adquisición de los datos topográficos. Mediante el proceso de verificación se pretende comprobar el funcionamiento correcto del equipo.

No olvidemos que se comienza comprobando el estado de los niveles de estacionamiento (girando la alidada y comprobando que la burbuja permanece calada en cualquier posición) y que ha de comprobarse la posición del retículo.

Así mismo se habrán determinado los errores sistemáticos y se habrá elegido el procedimiento para eliminarlos.

A continuación vamos a resumir la nomenclatura de los observables topográficos, así como la incertidumbre o intervalo de incertidumbre existentes en los mismos, siguiendo el *método tradicional* explicado en el curso anterior. Este procedimiento consiste en analizar las posibles variables que intervienen en la toma de datos, tratando de modelizarlas matemáticamente. Las expresiones obtenidas nos permitirán cuantificar los intervalos de incertidumbre en los que se encuentran las observaciones realizadas con un determinado equipo topográfico.

Supongamos que la figura representa el modelo general de toma de datos topográficos. La nomenclatura y las expresiones, que vamos a utilizar en la asignatura, serán las siguientes.



### 3.1 LECTURA HORIZONTAL: $L_A^P$

Es el ángulo horizontal con el que se observa desde la estación A a el punto P, a partir de una orientación establecida. Es el valor que se lee en el aparato, para una posición dada del origen angular.

El intervalo de incertidumbre vendrá dado por la componente cuadrática de los valores que se obtengan para las siguientes variables: verticalidad, dirección, puntería y lectura; en los distintos casos. El error angular o intervalo de incertidumbre en las lecturas horizontales vendrá dado por:

$$e_a = \sqrt{e_v^2 + e_d^2 + e_l^2 + e_p^2}$$

#### a) Incertidumbre en Verticalidad: $e_v$

Nivel tórico

Siendo  $s^{cc}$  la sensibilidad.

$$e_v = \frac{1}{12} s^{cc}$$

Nivel de doble eje ó electrónico.

Siendo  $C_p$  la característica de precisión.

$$e_v = \frac{1}{4} C_p$$

Nivel con sensor de doble eje.

Siendo  $C_p$  la característica de precisión.

$$e_v \approx 0$$

#### b) Incertidumbre en Dirección: $e_d$

$$e_d = \frac{e_e + e_s}{D} r^{cc}$$

Siendo:

- D la distancia medida
- El término  $e_s$  la incertidumbre en la posición de la señal sobre el punto observado.
- El término  $e_e$  la incertidumbre en el estacionamiento se considera igual ,
  - a 1 cm en estacionamientos con plomada de gravedad,
  - a  $\pm 3$  mm si se utiliza plomada óptica o láser.

**c) Incertidumbre en la Lectura angular:  $e_l$** Sistema óptico mecánico.

$$e_l = \frac{2}{3} m \frac{1}{\sqrt{n}}$$

siendo:

- $m$  el último salto en pantalla.
- $n$  el número de observaciones.

Sistema electrónico.

$$e_l = \frac{m_e}{\sqrt{3}}$$

Siendo  $m_e$  el último salto en pantalla en el sistema electrónico.**d) Incertidumbre en la Puntería:  $e_p$** 

$$e_p = \frac{C_a}{A} K \frac{1}{\sqrt{n}}$$

- $C_a$  coeficiente de observación angular:  $10^{\text{cc}} \leq C_a \leq 150^{\text{cc}}$
- A los aumentos del antejo.
- K la constante de mayoración

$$1,5 \leq K \leq 3$$

- $n$  el número de observaciones realizadas. Regla de Bessel  $n = 2$ .

**3.2 ÁNGULO CENITAL:  $V_A^P$** 

Es el ángulo vertical con el que se observa desde la estación situada en el punto A, al punto P. Se supone, como es habitual con los instrumentos actuales, que el aparato es cenital, es decir, que el origen de ángulos verticales es el cenit.

En algunos textos los autores la denominan *distancia cenital*.

La incertidumbre asociada a esta observación vendrá dada por la componente cuadrática de las incertidumbres en verticalidad, lectura y puntería:

$$e_a = \sqrt{e_v^2 + e_l^2 + e_p^2}$$

**a) Incertidumbre en Verticalidad:  $e_v$** Nivel de eclímetro simpleSiendo  $s^{cc}$  la sensibilidad.

$$e_v = \frac{1}{3} s^{cc}$$

Nivel de eclímetro de coincidencia.

$$e_v = \frac{1}{20} s^{cc}$$

Compensador automáticoSiendo  $C_p$  la característica de precisión.

$$e_v = C_p$$

Sensor de inclinación

$$e_v \approx 0$$

**b) Incertidumbre en la Lectura:  $e_l$** Sistema óptico mecánico

$$e_L = \frac{2}{3} m \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Siendo:

- $m$  el último salto en pantalla.
- $n$  el número de observaciones.

Sistema electrónico

$$e_L = \frac{m_e}{\sqrt{3}}$$

Siendo  $m_e$  el último salto en pantalla en el sistema electrónico.**c) Incertidumbre en la Puntería:  $e_p$** 

$$e_p = \frac{C_v}{A} K \frac{1}{\sqrt{n}}$$

- $C_v$  el coeficiente de observación cenital
- $A$  los aumentos del antejo.
- $K$  la constante de mayoración

$$1,5 \leq K \leq 3$$

- $n$  = número de observaciones realizadas. (Bessel  $n = 2$ )



### 3.3 DISTANCIA OBSERVADA: D

Es la distancia medida desde el centro del instrumento hasta el punto observado sobre el que se ha realizado la puntería en la señal.

En numerosos manuales de equipos topográficos y programas comerciales utilizados en Topografía, esta distancia aparece como distancia geométrica.

La distancia geométrica se define como la distancia existente en línea recta entre el punto de estación y el punto observado, ambos en el suelo. La distancia geométrica es generalmente una distancia *calculada*, que no depende en ningún grado de la altura del equipo de medición, ni de la altura del prisma utilizado. Debéis tener especial cuidado en interpretar correctamente el observable "distancia" medido en campo, sea cual sea el nombre con el que os venga descrita.

La incertidumbre asociada a la distancia medida será la componente cuadrática de los valores que se obtengan para las siguientes variables: incertidumbre en el estacionamiento, incertidumbre en la posición de la señal sobre el punto observado, error propio del sistema de medida utilizado en la medida de la distancia y la incertidumbre introducida en la distancia debido a la inclinación en el jalón.

$$e_D = \sqrt{e_V^2 + e_e^2 + e_s^2 + e_j^2}$$

La medida electromagnética de distancias viene caracterizada por las casas comerciales con un error estándar o desviación típica, que denominaremos  $e_v$ . Este consta de dos términos: el primero viene dado por una constante; y el segundo, es proporcional a la distancia medida, y se expresa en partes por millón (ppm) o lo que es lo mismo, error en mm por Km medido.

Para las estaciones totales topográficas, este error puede tomar valores de este tipo:

$$e_v = 3 \text{ mm} \pm 3 \text{ ppm.}$$

Algunos autores identifican el error estándar con el rango de incertidumbre total que se introduce en la distancia con MED. Sin embargo existen otros términos que no pueden olvidarse cuando este método se aplica a la Topografía, y que sirven para caracterizar el instrumental utilizado en la materialización de la señal y el estacionamiento. Estos errores son:

- \* error de estación:  $e_e$
- \* error de señal:  $e_s$
- \* error por inclinación de jalón:  $e_j$

#### Error de estación: $e_e$

Si la estación se va a situar sobre un trípode y se estaciona con plomada óptica, esta observación da lugar a un error de estación ( $e_e$ ) menor de 2 mm.

$$e_e \leq 2 \text{ mm}$$

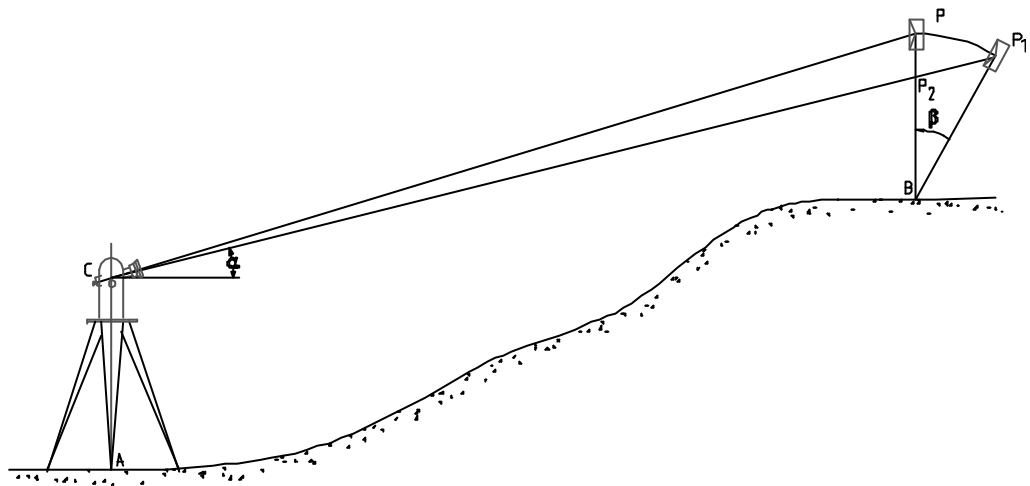
**Error de señal:  $e_s$** 

El prisma puede situarse sobre un trípode o sobre un jalón. Si se sitúa sobre un trípode alcanzaremos incertidumbres de 2 mm, pero con jalón éstos serán superiores, pudiendo considerarse valores en torno a 1 cm.

**Error por inclinación de jalón:  $e_j$** 

Se trata de la incertidumbre que se introduce en la distancia medida por inclinación de jalón. La inclinación de jalón, experimentalmente, se contabiliza en 1ª si en el trabajo se utiliza un nivel esférico de mano y en 3ª si la medición se realiza sin él o con el nivel descorregido (valores superiores los detecta visualmente el operador).

Denominamos P al punto ideal de puntería, P<sub>1</sub> el real y P<sub>2</sub> el punto donde la visual real cortaría a la ideal. Llamemos C al centro de emisión del aparato de MED que coincide con el centro óptico del antejo.



Hemos indicado anteriormente que la inclinación de jalón nunca sería superior a 3º, por ello podemos considerar que el segmento CP coincide con el segmento CP<sub>2</sub> y que la distancia PP<sub>2</sub> es despreciable. La distancia geométrica medida CP<sub>1</sub>, no será la que corresponde al gráfico 1, en el que se exponía la situación ideal de medición. El error aparece representado por el segmento P<sub>2</sub>P<sub>1</sub>, y lo denominaremos  $e_j$  y  $\alpha$  el ángulo de pendiente. La expresión de esta incertidumbre viene dada por:

$$e_j = m \frac{\text{sen } \beta}{\text{cos } \alpha}$$

### 3. CÁLCULOS BÁSICOS EN TOPOGRAFÍA

3.1 Obtención de acimutes

3.2 Convergencia de meridianos

3.3 Obtención de distancias reducidas

3.4 Sistemas de coordenadas

- a) *Coordenadas polares*
- b) *Coordenadas cartesianas*
- c) *Relación entre los dos sistemas*

3.5 Cambios de sistemas de coordenadas

- a) *Giro*
- b) *Traslación*
- c) *Transformación Helmert 2D*

#### 3.1 OBTENCIÓN DE ACIMUTES

Para poder calcular acimutes de un punto a otro con los datos de campo es necesario tener el acimut a una referencia fija conocida, y haber realizado la observación a la misma. Sea  $q_A^R$  el acimut a la referencia observada.

Supongamos estacionado el equipo en un punto A desde el que se ha visado acimutalmente a los puntos R y B.

Con  $q_A^R$  se calcula la desorientación en el punto de estación y posteriormente el acimut del punto B observado desde A.

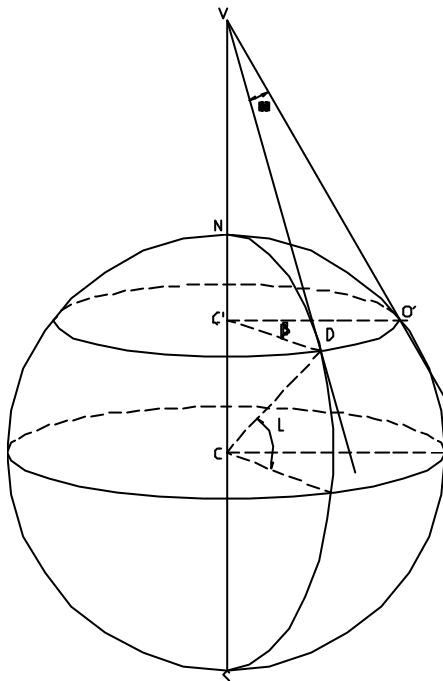
$$\begin{aligned}\Sigma_A &= q_A^R - L_A^R \\ q_A^B &= \Sigma_A + L_A^B\end{aligned}$$

#### 3.2 CONVERGENCIA DE MERIDIANOS

Los acimutes teóricamente han de cumplir que el acimut directo a A a B, ha de diferir  $200^g$  del acimut recíproco de B a A. Es decir:

$$q_A^B = q_B^A \pm 200^g$$

Sin embargo no debemos olvidar que los acimutes están tienen como origen la transformada del meridiano. Al comparar acimutes en dos puntos diferentes de la superficie terrestre, o en cierres angulares, se hace necesario considerar en algunos casos lo que denominamos como "convergencia de meridianos"



Sabido es que los meridianos convergen en los polos y que, por tanto, las meridianas no pueden ser paralelas. De lo expuesto se deduce que el acimut plano,  $\theta_A^B$  de la recta AB referido al sistema de ejes que pasan por el origen O, será distinto del acimut,  $\theta_A'^B$  de la misma recta, si se considera como correspondiente al sistema de origen O'. La diferencia entre ambos valores,  $\theta_A^B$  y  $\theta_A'^B$ , es el ángulo  $\omega$ , ya que, en ocasiones, se presenta problemas de ajuste de acimutes planos referidos a distintos sistemas.

Raro será el caso que los puntos O y O' no estén en el mismo paralelo y dado la pequeñez de las distancias en Topografía, en relación con las dimensiones de la Tierra se podrá suponer que están en la misma latitud sin más que hacer el promedio de las dos latitudes.

$$L = \frac{Lo + Lo'}{2}$$

El ángulo  $\beta$  de vértice C', es la diferencia de longitudes entre O y O'; de decir que:

$$\beta = M_o - M_{o'} = \Delta M$$

Calcularemos el valor del arco OO' como perteneciente al paralelo medio, Expresando  $\beta$  en segundos centesimales y por  $r^{cc}$  el número de segundos que tiene un radian. Se tendrá:

$$OO' = \frac{b^{cc}}{r^{cc}} C'O = \frac{b^{cc}}{r^{cc}} CO \cdot \cos L = \frac{\Delta M^{cc}}{r^{cc}} R \cdot \cos \frac{Lo + Lo'}{2}$$

Puesto que CO es el radio de la Tierra.

A su vez OO' puede considerarse como el arco perteneciente a la superficie del como tangente a lo largo del paralelo de centro C', cuyo vértice es V, y del cual, una vez desarrollado y teniendo en cuenta que el triángulo COV es rectángulo en O, se obtiene:

$$OO' = \frac{\omega^{cc}}{r^{cc}} VO = \frac{\omega^{cc}}{r^{cc}} CO \cdot c \operatorname{tg} L = \frac{\omega^{cc}}{r^{cc}} \cdot R \cdot c \operatorname{tg} \frac{Lo + Lo'}{2}$$

$$w^{cc} = \Delta M^{cc} \frac{\cos \frac{Lo + Lo'}{2}}{\operatorname{ctg} \frac{Lo + Lo'}{2}} = \Delta M^{cc} \operatorname{sen} \frac{Lo + Lo'}{2}$$

$$w = \Delta M^{cc} \operatorname{sen} \frac{Lo + Lo'}{2}$$

$\Delta M$  = incremento de longitud.

En algunos casos deberemos calcular el efecto sobre los acimutes debido a la convergencia de meridianos y aplicarlo para corregir el efecto de esta variable sistemática.

### 3.3 CALCULO DE DISTANCIAS REDUCIDAS

Aunque ya no se utiliza, recordemos cómo se podía obtener el valor de la distancia reducida con estadía vertical:

$$D_{rA}^B = g \cdot \operatorname{sen}^2 V_A^B$$

$$g = 100 \cdot (hs - hi)$$

Si utilizamos una estación total, la distancia medida será  $D$ . partir de ella la distancia reducida vendrá dada por:

$$D_{rA}^B = D_A^B \cdot \operatorname{sen} V_A^B$$

### 3.4 SISTEMAS DE COORDENADAS

Los sistemas de referencia son modelos necesarios par la descripción cuantitativa de posiciones y movimientos de cuerpos celestes, incluida la tierra.

El sistema de referencia que se utiliza en topografía, es un sistema local con origen en el punto de estación. El plano sobre el que se sitúa el sistema de coordenadas es el plano tangente a la superficie terrestre en dicho punto.

Los ejes del sistema de coordenadas planimétrico son:

Eje Y - Transformada del meridiano que pasa por el punto de estación. El eje  $Y^+$  coincide con la dirección del Norte Geográfico.

Eje X - Perpendicular al eje Y.

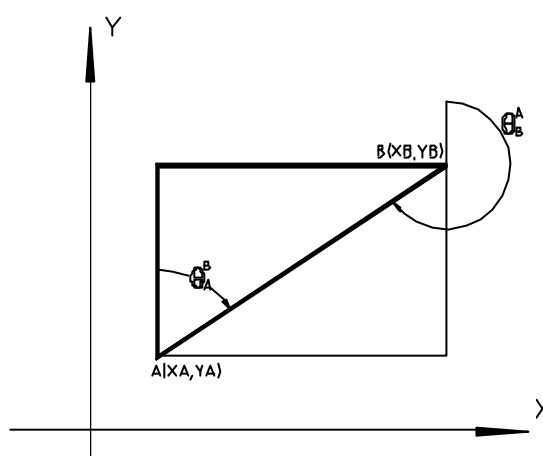
A partir de los datos obtenidos en una observación topográfica se obtienen las coordenadas planimétricas de un punto con respecto a otro. La coordenada altimétrica la denominaremos H.

a) **COORDENADAS POLARES:**  $q_A^B$ ,  $D_{rA}^B$

Las coordenadas polares de un punto B con respecto a un punto A son el acimut y la distancia reducida, definida como la distancia desde la estación A hasta el punto P, proyectada sobre el plano horizontal tangente al punto de estación

b) **COORDENADAS CARTESIANAS:**  $X_B$ ,  $Y_B$

El sistema de coordenadas cartesianas en Topografía esta compuesto por tres términos X e Y.



Las coordenadas relativas del punto B con respecto al punto A, son:

$$x_A^B = Dr_A^B \cdot \text{sen } q_A^B$$

$$y_A^B = Dr_A^B \cdot \text{cos } q_A^B$$

Y las coordenadas absolutas, en el mismo sistema de coordenadas en el que se conocen las coordenadas de A, serán:

$$X_B = X_A + x_A^B$$

$$Y_B = Y_A + y_A^B$$

c) **RELACIÓN ENTRE LOS DOS SISTEMAS**

Conocidas las coordenadas cartesianas de un punto con respecto a otro, puede determinarse el acimut y la distancia reducida existente entre ellos, aplicando la siguiente relación:

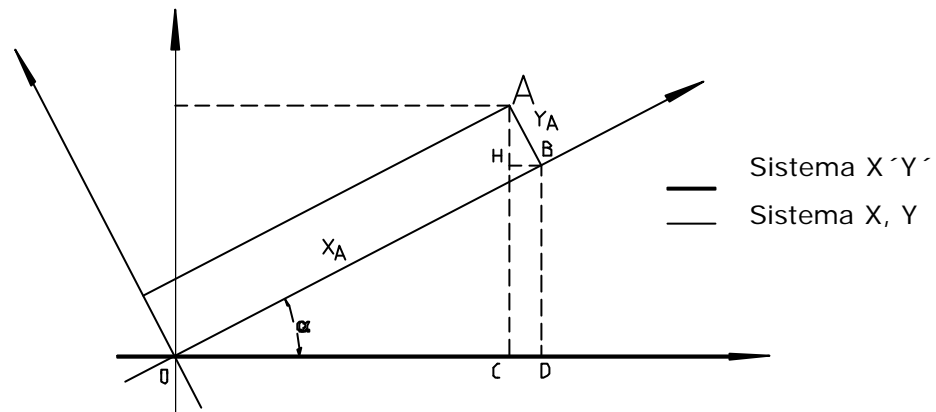
$$\boxed{\operatorname{tg} \theta_A^B = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} = \frac{\Delta X}{\Delta Y}}$$

$$Dr_A^B = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

### 3.5 CAMBIOS DE SISTEMAS DE COORDENADAS.

#### a) GIRO

Si entre los dos sistemas de coordenadas la diferencia estriba en un giro angular, la figura que representa la situación sería la siguiente:



Gráficamente:

$$X'_A = OC = OD - CD$$

$$Y'_A = CA = DB + HA \quad (1)$$

En el triángulo rectángulo ODB

$$OD = X_A \cdot \cos \alpha$$

$$DB = X_A \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

En el triángulo rectángulo AHB

$$HB = CD = Y_A \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$HA = Y_A \cdot \cos \alpha$$

Despejando los términos anteriores en el grupo de formulas (1)

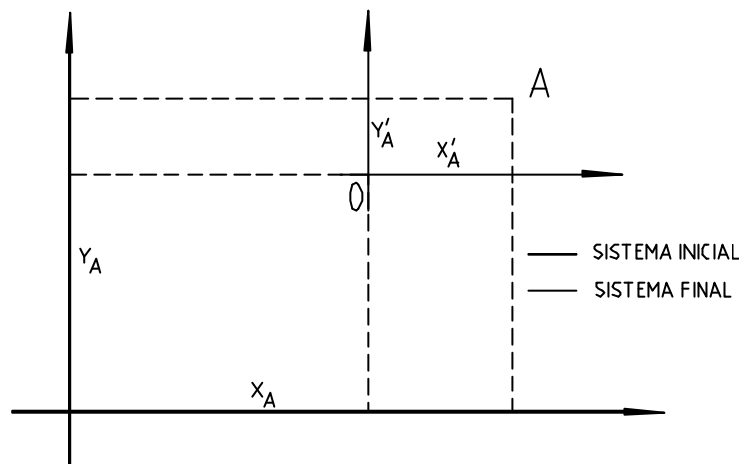
$$\begin{aligned} X'_A &= X_A \cdot \cos\alpha - Y_A \cdot \text{sen}\alpha \\ Y'_A &= X_A \cdot \text{sen}\alpha + Y_A \cdot \cos\alpha \end{aligned}$$

Y en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} X'_A \\ Y'_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos a & -\text{sen} a \\ \text{sen} a & +\cos a \end{pmatrix}$$

### b) TRASLACIÓN

Si la relación entre ambos ejes es una traslación del segundo sistema con respecto al primero:



$$\begin{aligned} X'_A &= X_A + X_0 \\ Y'_A &= Y_A + Y_0 \end{aligned}$$

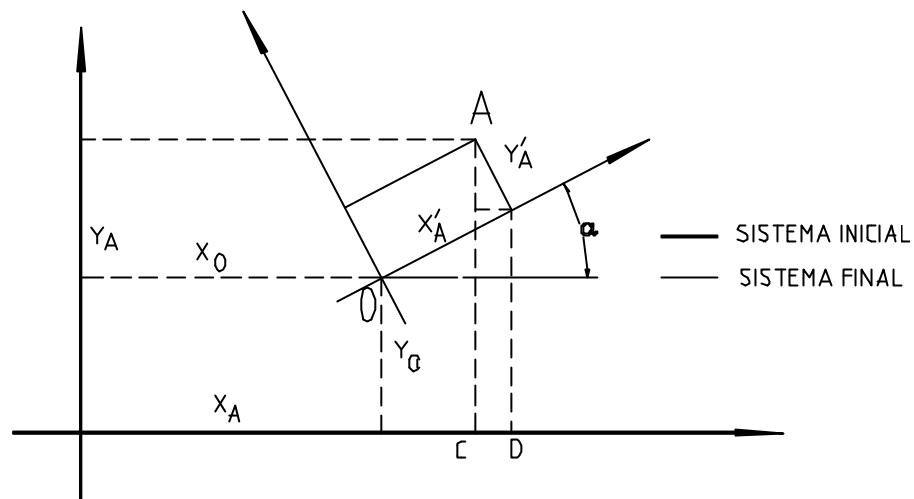
Y en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} X'_A \\ Y'_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}$$

### c) TRANSFORMACIÓN HELMERT 2D

El problema general que se plantea entre dos sistemas de coordenadas en el plano, se denomina transformación Helmert bidimensional.





Las expresiones generales son:

$$\begin{aligned} X'_A &= X_0 + X_A \cdot \cos \alpha - Y_A \cdot \sin \alpha \\ Y'_A &= Y_0 + X_A \cdot \sin \alpha + Y_A \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

Y en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} X'_A \\ Y'_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$