

**Tema 4: Nivelación Geométrica**

## ÍNDICE

### 1. NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE

- 1.1 Descripción del método.
- 1.2 Métodos de nivelación geométrica simple.
  - Método del punto medio.
  - Método del punto extremo.
  - Método de estaciones recíprocas.
  - Método de estaciones equidistantes.
  -
- 1.3 Verificación del equipo.
- 1.4 Incertidumbre.
- 1.5 Longitud máxima de la nivelada.

### 2. NIVELACIÓN GEOMÉTRICA COMPUESTA

- 2.1 LÍNEA DE NIVELACIÓN SENCILLA.
  - Descripción.
  - Cálculo.
    - . Cálculo de desniveles entre tramos
    - . Error de cierre.
    - . Tolerancia.
    - . Compensación.
- 2.2 LÍNEA DE NIVELACIÓN DOBLE.
  - Descripción.
  - Clasificación.
    - Abierta.
    - Cerrada.
  - Control de anillos.
  - Control de línea.
  - Cálculo.
    - Cierre de la nivelación.
    - Tolerancia
    - Compensación.
  - Obtención de altitudes.

### 3. REDES DE NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

### 4. NIVELACIÓN DE PRECISIÓN

## 1. NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE.

1.1 Descripción del método.

1.2 Métodos de nivelación geométrica simple.

- Método del punto medio.
- Método del punto extremo.
- Método de estaciones recíprocas.
- Método de estaciones equidistantes.
- 

1.3 Verificación del equipo.

1.4 Precisión.

1.5 Longitud máxima de la nivelada

### 1.1 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO.

La nivelación geométrica es un método de obtención de desniveles entre dos puntos, que utiliza visuales horizontales. Los equipos que se emplean son los *niveles o equialtimétros*.

Los métodos de nivelación los clasificamos en *simples* cuando el desnivel a medir se determina con única observación. Aquellas nivelaciones que llevan consigo un encadenamiento de observaciones las denominamos *nivelaciones compuestas*.

Antes de realizar una observación topográfica es necesario efectuar la comprobación del estado del equipo correspondiente. Tras describir brevemente los métodos de nivelación geométrica simple, analizaremos el procedimiento de verificación de un nivel.

Los métodos de nivelación nos dan diferencias de nivel. Para obtener altitudes, cotas absolutas, habría que referir aquellos resultados al nivel medio del mar en un punto, que en España es Alicante.

### 1.2 MÉTODOS DE NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE.

- **MÉTODO DEL PUNTO MEDIO.**

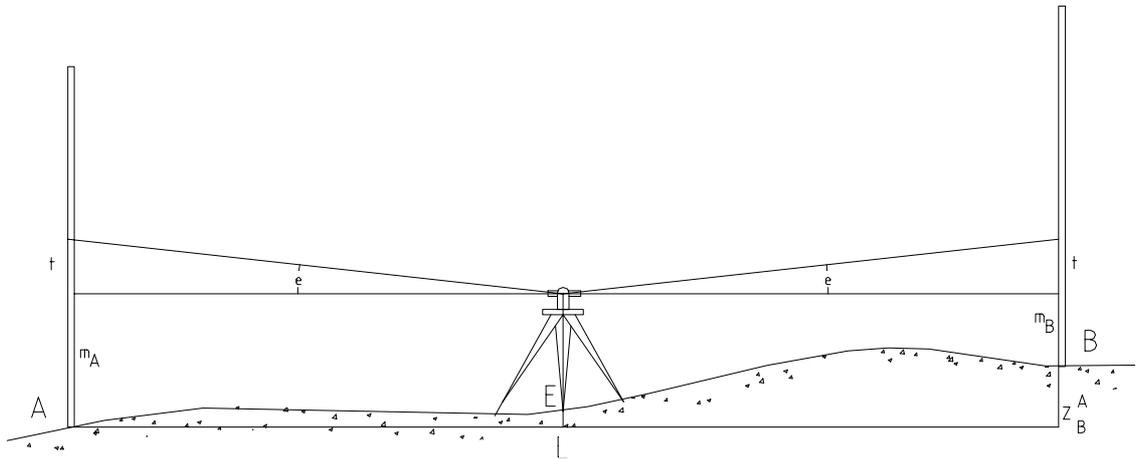
Sean A y B dos puntos cuyo desnivel se quiere determinar. El método denominado del punto medio, consiste en estacionar el nivel entre A y B, de tal forma que la distancia existente a ambos puntos sea la misma, es decir  $EA = EB$ .

En A y B se sitúan miras verticales, sobre las que se efectúan las visuales horizontales con el nivel, registrando las lecturas  $m_A$ ,  $m_B$ . A la mira situada en A se le denomina *mira de espalda* y a la mira situada en B *mira de frente*

El punto de estación no está materializado por ningún tipo de señal, pero los puntos sobre los que se sitúan las miras sí lo están.

La igualdad de distancias entre el punto de estación y las miras, que caracteriza a este método de nivelación, podrá realizarse midiendo a pasos las distancias, siempre que previamente se haya verificado el equipo.

El esquema de observación es el siguiente:



De la figura se deduce que el desnivel de B respecto de A,  $\Delta H_A^B$ , vendrá dado por la diferencia de lecturas, lectura de espalda menos lectura de frente:

$$\Delta H_A^B = m_A - m_B$$

El desnivel vendrá dado por la diferencia de los hilos centrales de las lecturas sobre las miras. Siempre se efectúan las lecturas de los tres hilos: inferior, central y superior. Se comprueba en el momento de realizar la observación que la semisuma de las lecturas de los hilos extremos es igual a la lectura del hilo central  $\pm 1$  mm, y se da por válida la observación. Se dan por válidas las lecturas, pero no se modifican. El hilo central ha de ser el observado.

Si la semisuma no fuese igual a la lectura del hilo central  $\pm 1$  mm, se repetirán las tres lecturas.

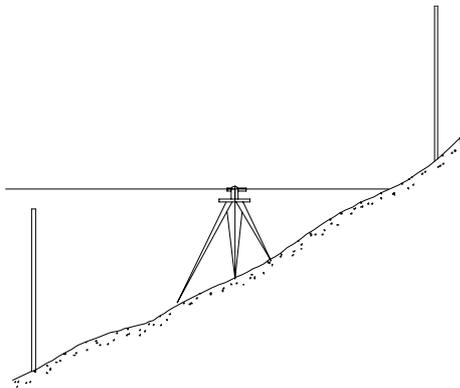
Supongamos que el instrumento tiene un error residual de corrección ( $e$ ). En este caso las visuales no serán exactamente horizontales. La influencia de este error en las alturas de mira ( $t$ ) será igual en ambas miras, al cumplirse la equidistancia de  $E$  respecto de  $A$  y  $B$ .

Al ser iguales los errores que afectan a  $m_A$  y  $m_B$ , su diferencia, que es el desnivel, será correcto. El desnivel está exento de errores sistemáticos y de la influencia de la esfericidad y refracción atmosférica, debido a la igualdad de distancias entre miras.

Este método es el más utilizado ya que se determina el desnivel con una sola estación de instrumento y el desnivel observado tiene una precisión del orden del mm.

Las lecturas sobre las miras se realizan apreciando los milímetros. Para conseguirlo las visuales han de hacerse a distancias cortas. La apreciación del mm en la mira depende también de los aumentos que tenga el anteojo del nivel.

En la práctica se demuestra que el límite de distancias para conseguir lecturas en las que se asegure el mm, es de 80 a 100 m. Esto conlleva una posible distancia de 160 a 200 m, entre los puntos cuyo desnivel se desea obtener.

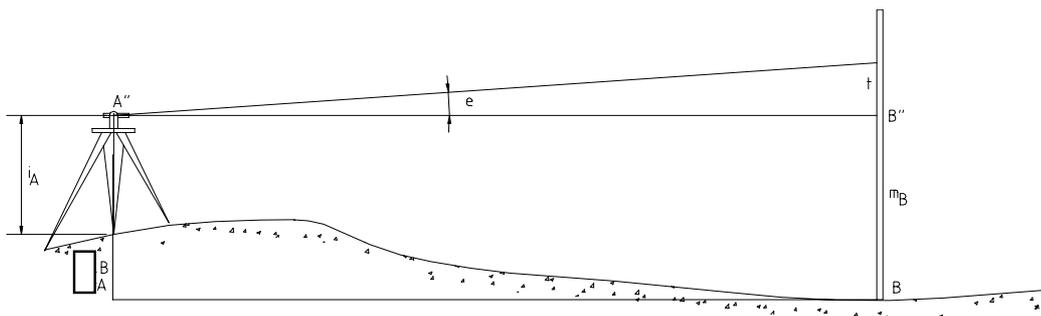


La pendiente del terreno también condiciona la longitud máxima de las visuales. Si se rebasan ciertos límites podrá suceder que no se pueda realizar la observación, al encontrarse las miras más altas o más bajas que la visual horizontal, tal como se representa en la figura.

#### • MÉTODO DEL PUNTO EXTREMO.

Sean A y B los dos puntos cuyo desnivel queremos determinar. Para ello, utilizando el método del punto extremo, se estaciona el nivel en el punto A, a una altura sobre el suelo  $i_A$  y se visa a la mira situada en B, efectuándose la lectura  $m_B$ .

El esquema de observación es el siguiente:



El desnivel  $\Delta H_A^B$  vendrá dado por:

$$\Delta H_A^B = i_A - m_B$$

Analizando la expresión observamos que la precisión del método es inferior a la que se obtiene con el método del punto medio. En este caso, la medida del desnivel procede de la diferencia de una lectura de mira y de la altura de aparato. Esto supone una precisión del orden del cm o del medio centímetro.

Por otra parte, en este método, el error residual ( $e$ ) del instrumento produce un error  $t$ , en la lectura de mira  $m_B$  que no queda compensado. Tampoco se elimina el error de esfericidad y refracción.

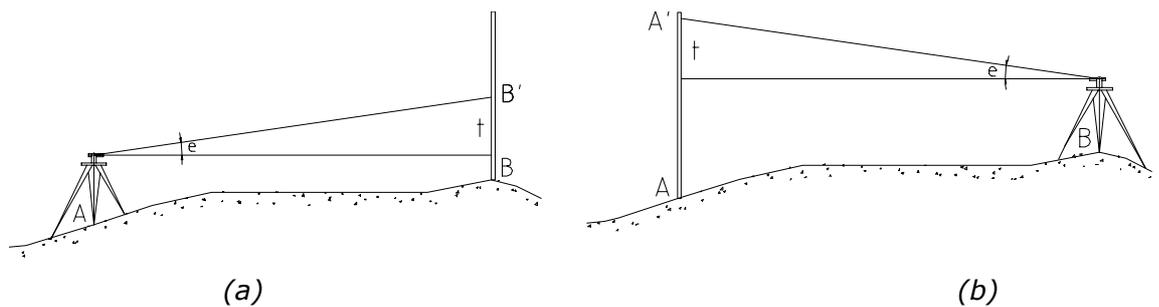
A pesar de las desventajas anteriores es un método útil para nivelar un conjunto de puntos alrededor del punto de estación, procedimiento que se denomina *nivelación radial*.

### • MÉTODO DE ESTACIONES RECÍPROCAS.

Para eliminar los efectos del error residual ( $e$ ) y los efectos de la esfericidad y la refracción, se aplica el método de estaciones recíprocas, igual al anterior pero duplicando el número de estaciones. Con ello se mejora también la precisión.

Es un método de poca aplicación ya que se siguen teniendo magnitudes ( $i, m$ ) de distinta precisión.

El procedimiento de observación es el siguiente:



Sean A y B los puntos cuyo desnivel se quiere determinar.

Se efectúa en primer lugar la observación desde A a B, situación (a), por el método del punto extremo. Suponemos una visual que corta a la mira en  $B'$ , con un error residual del nivel ( $e$ ), que causa un error  $t$  en la lectura  $m_B$ .

En este caso el desnivel  $\Delta H_A^B$ , vendrá dado por:

$$\Delta H_A^B = i_A - (m_B - t)$$

A continuación se realiza otra observación invirtiendo las posiciones relativas del aparato y mira (situación b) y el desnivel en esta ocasión,  $\Delta H_B^A$  vendrá dado por:

$$\Delta H_B^A = i_B - (m_A - t)$$

Los desniveles corresponden a las direcciones directa y recíproca, por lo que tendrán signos contrarios. Para promediarlos los restamos. El desnivel final, promedio de ambos valores, será:

$$\Delta H_A^B - \Delta H_B^A = 2 \Delta H_A^B = (i_A - i_B) + (m_A - m_B)$$

$$\Delta H_A^B = \frac{i_A - i_B}{2} + \frac{m_A - m_B}{2}$$

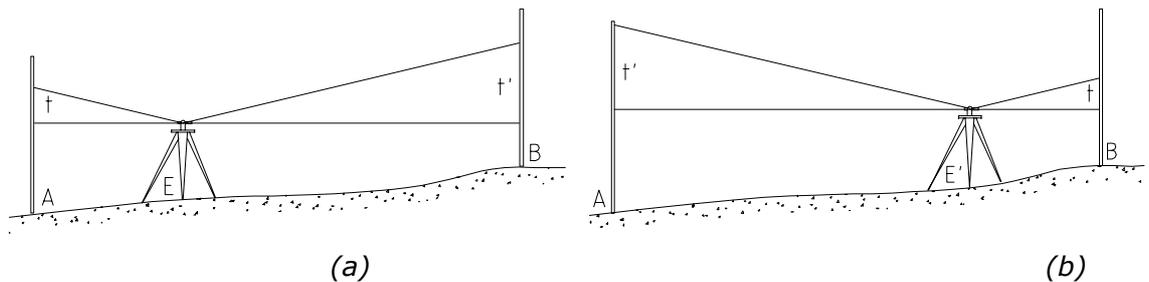
Comprobamos que en este desnivel queda eliminado el término  $t$ , es decir el error en las lecturas como consecuencia del error residual que exista en el equipo

Este método se aplica en pocas ocasiones, ya que se requieren dos observaciones de campo, además de que los desniveles finales se obtienen con magnitudes,  $i$  y  $m$  de distinta precisión.

### • MÉTODO DE ESTACIONES EQUIDISTANTES.

Sean A y B los puntos cuyo desnivel queremos determinar.

El método de estaciones equidistantes consiste en efectuar la observación del modo siguiente:



En primer lugar se estaciona el instrumento en  $E$  y se hacen lecturas a las miras situadas en  $A$  y  $B$ . Después se sitúa el aparato en  $E'$ , de modo que  $E'B$  sea igual a  $EA$ , y se vuelve a leer sobre las miras.

Si el aparato tiene un error residual ( $e$ ) se producirán, unos errores  $t$  y  $t'$  sobre las miras cercana y lejana, y como  $EA$  y  $E'B$  son iguales entre sí, también lo serán  $EB$  y  $E'A$ . El desnivel,  $\Delta H_A^B$ , resultará:

$$\Delta H_A^B = (m_A - t) - (m_B - t')$$

$$\Delta H_B^A = (m_B - t') - (m_A - t)$$

Si el instrumento está perfectamente corregido, los dos desniveles serán iguales, lo que servirá de comprobación de las medidas.

El valor definitivo del desnivel  $\Delta H_A^B$ , se obtiene a partir del promedio de ambos valores:

$$\Delta H_A^B = \frac{m_A - m_B}{2} + \frac{m'_A - m'_B}{2}$$

Los resultados obtenidos con este método son más homogéneos que con el método de las estaciones recíprocas, ya que solo intervienen alturas de mira en el

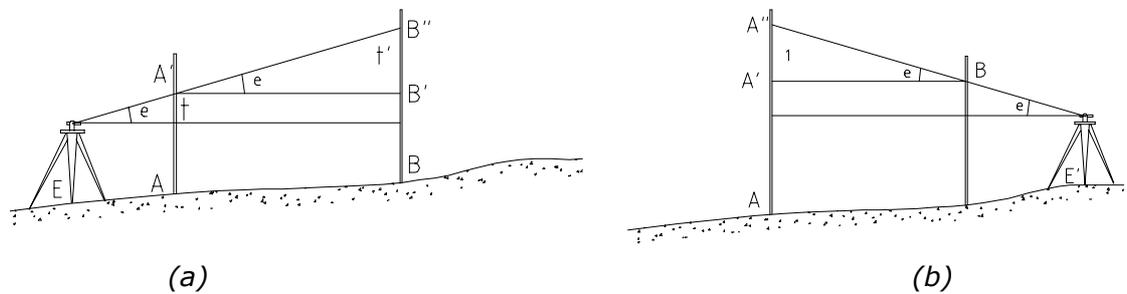
calculo de los desniveles, por lo que sus ventajas respecto al método del apartado anterior son indudables.

Por otra parte se eliminan los efectos de la esfericidad y la refracción.

Este método no obstante presenta el inconveniente de reducción de la longitud de la nivelada. El instrumento está más separado de las miras lejanas que cuando se opera por el punto medio, lo que obliga a hacer niveladas más cortas, sobre todo si el terreno no es llano.

• **MÉTODO DE ESTACIONES EXTERIORES.**

Sean A y B los puntos cuyo desnivel se quiere determinar. El esquema de observación por el método de estaciones exteriores es el siguiente:



La condición de equidistancia del aparato a las miras, necesaria en el método de estaciones equidistantes, puede eliminarse si en lugar de estacionar el instrumento en el espacio comprendido entre las miras, se efectúa en el exterior.

Supongamos sean E y E' las estaciones, en las que EA no es igual a E'B y, por tanto, también serán diferentes los efectos sobre las miras de error residual e. El valor del desnivel vendrá dado por:

$$\Delta H_A^B = (m_A - t) - (m_B - t')$$

$$\Delta H_B^A = (m'_A - t'_1) - (m'_B - t_1)$$

y tomando el promedio como definitivo:

$$\Delta H_A^B = \frac{m_A - m_B}{2} + \frac{m'_A - m'_B}{2} + \frac{t' - t}{2} - \frac{t'_1 - t_1}{2}$$

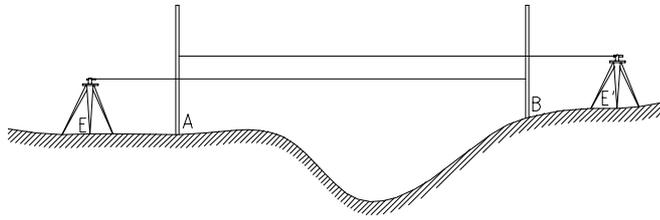
pero:

$$\frac{t' - t}{2} = \frac{t'_1 - t_1}{2}$$

pues los numeradores son iguales, por ser, respectivamente, los catetos, B'B'' y A'A'', de los triángulos A'B'B'' y B'A'A'', con el ángulo e y el cateto separación entre miras, igual.

En definitiva:

$$\Delta H_A^B = \frac{m_A - m_B}{2} + \frac{m'_A - m'_B}{2}$$



En este método se elimina la influencia del error  $e$  en las miras, pero no sucede lo mismo, al menos totalmente, con los errores de esfericidad y refracción por no existir igualdad de distancias.

La diferencia entre  $EA$  y  $E'B$  deberá ser siempre pequeña.

Este método se aplica para salvar obstáculos como pueden ser ríos, barrancos etc. También se combina con el método de estaciones exteriores en nivelaciones compuestas, y como él tiene el inconveniente de la separación del aparato a las miras lejanas, que ocasiona niveladas más cortas.

### 1.3 COMPROBACIÓN DEL EQUIPO

La verificación del equipo se realiza antes de comenzar cualquier trabajo, aplicando dos de los métodos explicados en el apartado anterior:

- Método de punto medio.
- Método de estaciones exteriores con un solo estacionamiento.

Se seleccionan dos puntos, y se determinará el desnivel entre ellos, según el procedimiento siguiente. En primer lugar se aplica el método de punto medio que permite obtener el desnivel correcto, exento de la influencia de los errores sistemáticos del nivel, y los debidos a la esfericidad terrestre y a la refracción atmosférica; a pesar de que el nivel esté descorregido.

En segundo lugar se aplica el método de estaciones exteriores y se calcula el desnivel.

El nivel estará descorregido, si ambos desniveles no coinciden.

### 1.4 INCERTIDUMBRE.

La incertidumbre es el parámetro que cuantifica la precisión. En el método de nivelación geométrica, se expresa a través del denominado error kilométrico:  $e_k$ . Este estimador nos indica la incertidumbre existente en un kilómetro que se nivelara con este método.

Sea  $L$  la longitud de la nivelada, es decir, la distancia existente entre el punto de estación y la mira. La incertidumbre en la horizontalidad de la visual vendría dada por:

$$e = \sqrt{e_p^2 + e_h^2}$$

Siendo  $s^{cc}$  la sensibilidad del nivel,  $C_{pr}$  el compensador automático,  $A$  los aumentos, el error de horizontalidad y de puntería se obtiene, dependiendo del modelo, utilizando las expresiones siguientes.

- **Error de horizontalidad:  $e_h$**

- Nivel tubular simple:

$$e_h = \frac{1}{3} s^{cc}$$

- Nivel de coincidencia:

$$e_h = \frac{1}{20} s^{cc}$$

- Nivel automático electrónico:

$$e_h = C_{pr}$$

- **Error de puntería:  $e_p$**

$$e_p = \frac{C_n}{A} K$$

$$100^{cc} \leq C_n \leq 150^{cc}$$

$$1,5 \leq K \leq 2,5$$

La incertidumbre en una nivelada será el arco que corresponde al ángulo  $e$ , en un radio  $L$ , es decir:

$$e_n = e \cdot L$$

Y sustituyendo:

$$e_n = \frac{\sqrt{e_p^2 + e_h^2}}{636620^{cc}} L$$

La incertidumbre en un kilómetro será igual a la suma cuadrática de este término  $n$  veces, siendo  $n$  el número de niveladas que realizamos en este trayecto:

$$e_k = \frac{\sqrt{e_p^2 + e_h^2}}{636620^{cc}} \cdot L \sqrt{n}$$

Y por lo tanto conocidas las características de un equipo podremos determinar el error kilométrico que se obtendría en una línea de nivelación geométrica.

$$e_k = \frac{\sqrt{e_p^2 + e_h^2}}{636620^{cc}} \cdot L \sqrt{\frac{1000}{L}}$$

El error kilométrico es función de las características del nivel utilizado y de la separación existente entre el aparato y la mira. Normalmente en Topografía oscila entre 7 ó 9 mm, y suele ser un parámetro que viene definido en el pliego de condiciones del trabajo.

### 1.5 LONGITUD MÁXIMA DE LA NIVELADA.

En determinados casos podremos plantearnos cuál ha de ser la longitud de nivelada que nos permite obtener unas precisiones concretas, de modo análogo a como analizáremos en el problema de las distancias máximas en el método de radiación.

Imaginemos un proyecto en cuyo pliego de condiciones se especifica que debe cometerse en la realización del trabajo altimétrico un error kilométrico de  $e_k$ , y que vayamos a aplicar el método de nivelación geométrica.

En este caso podremos calcular como parámetro de diseño del trabajo, la longitud de nivelada, una vez que hayamos decidido el instrumental topográfico que vamos a utilizar en la obtención de los datos de campo.

Despejando este término en la expresión del error kilométrico obtendremos:

$$L = \frac{e_k^2 \cdot (636620^{cc})^2}{(e_p^2 + e_h^2) \cdot 1000}$$

Y con este parámetro se prepara el trabajo de campo.

## 2. NIVELACIÓN GEOMÉTRICA COMPUESTA.

:

### 2.1 LÍNEA DE NIVELACIÓN SENCILLA.

- *Fundamento.*
- *Cálculo.*

- . Cálculo de desniveles entre tramos
- . Error de cierre.
- . Tolerancia.
- . Compensación.

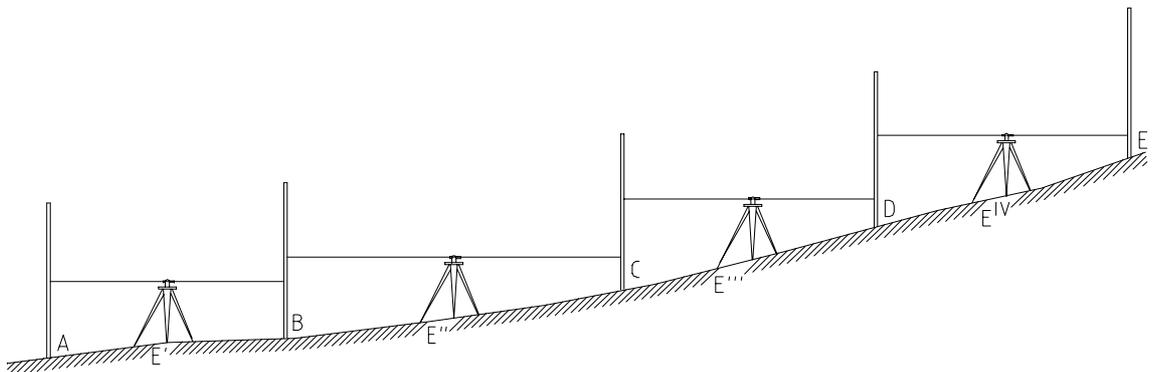
## 2.2 LÍNEA DE NIVELACIÓN DOBLE.

- Fundamento.
- Clasificación.
  - Abierta.
  - Cerrada.
- Control de anillos.
- Control de línea.
- Cálculo.
  - Cierre de la nivelación.
  - Tolerancia.
  - Compensación.
  - Obtención de altitudes.

Se denomina *nivelación compuesta* o línea de nivelación, el método por el que se obtiene el desnivel entre dos puntos encadenando el método de nivelación simple de punto medio. Se realiza más de una estación para determinar el desnivel entre los dos puntos.

Si los puntos cuyo desnivel quiero hallar están excesivamente separados entre sí, o la diferencia de nivel es mayor que la que puede medirse de una vez, se hace necesario encontrarlo realizando varias determinaciones sucesivas, es decir, efectuando una nivelación compuesta.

En las líneas de nivelación, el procedimiento de observación es el siguiente. Sean A y E aquellos puntos de los que interesa encontrar su desnivel.



Situamos la mira en el punto de salida A y la segunda mira en B, a una distancia que permita aplicar el método del punto medio. Se efectúan las lecturas de frente y de espalda. El desnivel vendrá dado por:

$$\Delta H_A^B = L_E - L_F$$

A continuación la mira en B se gira, sin moverla de su emplazamiento queda mirando hacia C, donde se instala la mira que estaba en A.

El instrumento se sitúa equidistante a B y C y se efectúan las lecturas.

$$\Delta H_B^C = L_E - L_F$$

De modo análogo hasta llegar a la estación  $E^{VI}$  que permite obtener el desnivel  $\Delta H_D^E$

Evidentemente, el desnivel entre A y E se obtendrá sumando los desniveles parciales:

$$\Delta H_A^E = \Delta H_A^B + \Delta H_B^C + \Delta H_C^D + \Delta H_D^E$$

Cada desnivel de la expresión vendrá dado por la lectura a dos miras espalda y frente realizadas en cada estación ya que:

$$\Delta H_A^B = m_e - m_f$$

$$\Delta H_B^C = m_e - m_f$$

.....

$$\Delta H_D^E = m_e - m_f$$

Valores que si sustituimos en la expresión anterior nos da que:

$$\Delta H_A^E = (m_e - m'_f) + (m''_e - m''_f) + \dots + (m_e^{vi} - m_f^{vi}) = \sum m_e - \sum m_f$$

Es decir, que el desnivel total es el resultado de restar de la suma de todas las miras de espalda la de todas las de frente.

Las miras deben estar situadas sobre superficies estables. Cuando los puntos en los que se tenga que situar la mira no tengan permanencia, se hará uso de una basada o zócalo como superficie de apoyo. Se coloca la basada, se pisa ésta, se coloca la mira, y no se levanta la mira hasta que no hayamos realizado las observaciones de frente y de espalda sobre ella.

No se debe olvidar que si se trata de un punto de altitud conocida o previamente señalado, no se colocará basada ó zócalo.

Si la distancia entre A y E obliga a realizar numerosos tramos, es conveniente materializar sobre el terreno alguno de los puntos intermedios, consiguiendo con ello una gran ayuda de comprobación y cálculo de la línea de nivelación. Estos tramos se denominan anillos.

Al principio y final de cada anillo se colocarán estacas para materializar dichos puntos de forma que se pueda tener un control de las niveladas. Estas estacas se pueden situar cada 400 metros aproximadamente, pero su longitud depende principalmente de la pendiente del terreno y de la experiencia del operador.

Las líneas de nivelación se clasifican en:

- Línea de Nivelación Sencilla.

- Línea de Nivelación Doble.

Una línea de nivelación es sencilla si el camino se recorre una sola vez, es decir, se parte de A y se llega al punto E nivelando por el método del punto medio encadenado.

Una línea de nivelación es doble cuando el camino se recorre dos veces. En estos casos se definen la línea de nivelación de ida, y la línea de nivelación de vuelta. La línea de nivelación de vuelta no tiene que ser la misma, la única condición es que pase por los mismos puntos fijos, estacas, clavos, que se hayan dejado como señal, en los extremos de los anillos.

Todas las nivelaciones han de ser encuadradas, es decir, el punto de salida y de llegada ha de tener altitud o cota conocida.

## 2.1 LÍNEA DE NIVELACIÓN SENCILLA.

Una línea de nivelación sencilla es una nivelación geométrica compuesta en la que se aplica el método del punto medio para ir desde un punto A a un punto E en un solo recorrido. Como obligatoriamente ha de ser encuadrada, para poder aplicar este método tendremos que conocer de antemano la altitud de A y de E. El objetivo del trabajo es dotar de altitudes a puntos intermedios distribuidos a lo largo de la línea.

La línea se divide en anillos por medio de estacas (cada 400 metros aproximadamente), o siguiendo criterios de pendiente del terreno. Son necesarios estos puntos fijos para permitir la comprobación del trabajo y la localización de errores.

En campo se tomarán lecturas de frente y espalda en cada estación, la suma de todas ellas nos permitirá calcular los desniveles de cada anillo.

### **Obtención de desniveles.**

Se calculan los desniveles de los anillos que componen la línea a partir de la diferencia de lecturas de frente y de espalda.

$$\Delta H_A^B = \sum m_e - \sum m_f$$

$$\Delta H_B^C = \sum m_e - \sum m_f$$

$$\Delta H_C^D = \sum m_e - \sum m_f$$

$$\Delta H_D^E = \sum m_e - \sum m_f$$

### **Error de cierre.**

A partir de los datos previos  $H_A$ ,  $H_B$ , podrá calcularse el valor teórico del desnivel en la línea:

$$\Delta H_A^E = H_E - H_A$$

Por otra parte, a partir de los datos de campo mediante la expresión  $\sum m_e - \sum m_f$ , obtendremos el desnivel entre extremos,  $\Delta H_A^E$ .

La diferencia nos permite obtener el error de cierre altimétrico:

$$e = \Delta H_A^E - \Delta H_A^E$$

El error de *cierre altimétrico* de la nivelación. deberá ser menor que la tolerancia indicada en el pliego de condiciones, o que calculemos a partir de las características del equipo y del número de kilómetros de la línea (K):

$$T = e_k \sqrt{k}$$

Deberá verificarse que:

$$e_c \leq e_k \sqrt{k}$$

Cuando se cumpla esta condición se procederá a efectuar la compensación.

Si no fuera tolerable habría que repetir el trabajo de campo.

### ***Tipos de compensación.***

La compensación consiste en hacer que se cumpla la geometría del modelo. Se reparte el error de cierre entre los datos de campo de forma que el error de cierre sea cero. Se pueden adoptar los siguientes criterios:

- Proporcional a los desniveles parciales.
- Proporcional a las distancias de los tramos.
- Partes iguales a los tramos.

- **Proporcionales a los desniveles parciales**

El error de cierre con signo contrario se divide entre la suma total de desniveles en valor absoluto, y se multiplica por el valor absoluto del desnivel que corresponde al tramo cuya compensación queremos calcular.

$$C_n^{n+1} = \frac{-e}{\sum |H_n^{n+1}|} |H_n^{n+1}|$$

- **Proporcional a las longitudes de los tramos.**

El error de cierre cambiado de signo, se divide entre la suma de las longitudes de los tramos, y se multiplica por la longitud del tramo cuya compensación se desea obtener. Este calculo se repite para cada tramo.

$$C_n^{n+1} = \frac{-e}{\sum D} D_n^{n+1}$$

- **Partes iguales**

El error de cierre cambiado de signo se divide entre el número de tramos, el valor obtenido es el valor a aplicar como compensación a cada uno de los desniveles.

$$C_n^{n+1} = \frac{-e}{n^{\circ} \text{ tramos}}$$

Se recomienda realizar el siguiente ejercicio:

Hoja 18: Cálculo de una línea de nivelación sencilla.

## 2.2 LÍNEA DE NIVELACIÓN DOBLE.

Normalmente las líneas de nivelación tiene una longitud de varios kilómetros. En las líneas de nivelación sencillas sólo se tiene comprobación del resultado cuando se finaliza la nivelación. Si no es tolerable el error de cierre, se hace necesario repetir el trabajo. Este inconveniente se evita, y al mismo tiempo se aumenta la precisión, efectuando las medidas por duplicado, es decir, haciendo lo que se llama una *doble nivelación*.

Para ello se divide el recorrido de la línea en anillos de tal modo que los extremos de éstos estén situados en superficies estables y que se encuentren perfectamente señalizados. Se efectúa la nivelación en un sentido: nivelación de ida, trabajando con el método del punto medio. Concluida la nivelación de ida, se inicia la de vuelta, debiendo ser paso obligado de las miras los extremos de los anillos.

Hay dos tipos de líneas de nivelación doble:

- Abierta.
- Cerrada.

**Línea de nivelación doble abierta.** Son aquellas en la que partimos de un punto conocido y terminamos en otro punto conocido pero sin ser el mismo. Como

datos de partida se dispone de las cotas o altitudes de los puntos inicial y final. Se conoce por tanto previamente la altitud de A y E.

**Línea de nivelación cerrada.** Son aquellas en la que partimos de un punto conocido y terminamos en otro punto conocido que coincide con el de partida. Sólo se conoce la altitud de A. Normalmente este método se aplica para dar coordenada al punto E.

En gabinete hay dos etapas que tenemos que diferenciar:

A) CONTROL DE LOS DATOS DE CAMPO:

- Control de los desniveles de los anillos.
- Control de la línea de ida y de vuelta.

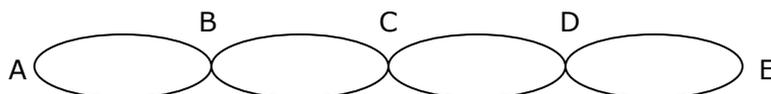
B) CÁLCULO DE ALTITUDES.

Procedemos a analizar cada una de estas fases.

**A) CONTROL DE LOS DATOS DE CAMPO.**

El primer trabajo de gabinete consistirá en efectuar el control de los datos de campo, para darlos por válidos y proceder al cálculo de la línea de nivelación correspondiente.

Sean A y E los puntos de los que nos interesa encontrar el desnivel, y sean B, C y D los extremos de los anillos de la línea.



**Control de los desniveles de los anillos**

Las líneas de nivelación sencillas solo tienen comprobación al terminar la nivelación y hallar el error de cierre, si este error no es tolerable toda la nivelación se tiene que repetir.

En las líneas dobles, una vez calculados los desniveles en los anillos, se procederá a comprobar si en cada anillo, las diferencias entre la ida y la vuelta son tolerables.

Se tendrán para cada anillo dos valores ligeramente distintos. La diferencia deberá ser menor que la tolerancia, calculada especialmente para cada anillo.

$$T_A^B = e_k \sqrt{k_A^B} \sqrt{2}$$

$$T_B^C = e_k \sqrt{k_B^C} \sqrt{2}$$

$$T_C^D = e_k \sqrt{k_C^D} \sqrt{2}$$

$$T_D^E = e_k \sqrt{k_D^E} \sqrt{2}$$

Si la diferencia excede de esta tolerancia, habrá que repetir la observación del anillo.

### **Control de los desniveles de ida y vuelta.**

Cuando todos estos cierres de los anillos son tolerables, se calcula el desnivel de toda la línea de ida por un lado, y el desnivel de toda la línea de vuelta por otro.

Se obtendrán dos valores cuya diferencia ha de ser también tolerable. La tolerancia viene dada por

$$T_A^E = e_k \sqrt{k_A^E} \sqrt{2}$$

Siendo  $K_A^E$  la longitud de la línea total.

Si la diferencia no fuese tolerable se deberán repetir las nivelaciones de aquellos anillos que presenten mayores diferencias.

## **B. CÁLCULO DE ALTITUDES**

### **B.1 LÍNEA DE NIVELACIÓN DOBLE ABIERTA**

Los datos previos son las altitudes del punto inicial y final:  $H_A$ ,  $H_E$ , puntos diferentes:  $A \neq E$ .

Una vez que se ha comprobado las diferencias entre desniveles de ida y vuelta en los anillos y en la línea, se realiza el promedio de los desniveles de ida y vuelta para cada anillo. Con ellos y partiendo de la altitud del punto inicial A:  $H_A$ , se procede de la siguiente forma:

- Corrida de altitudes.
- Error de cierre
- Tolerancia:

$$T = \sqrt{e_A^2 + (e_k \sqrt{k})^2 + e_E^2}$$

- Compensación.

- Altitudes finales.

### **B.2 LÍNEA DE NIVELACIÓN DOBLE CERRADA.**

El punto inicial y final son el mismo (A), y sólo se tiene como dato previo la altitud del punto A.

NO se realiza ningún promedio de desniveles de ida y vuelta, sino que partiendo del punto A se desarrolla toda la línea hasta volver al mismo punto:

- Se parte de la altitud de  $H_A$
- Corrida de altitud de toda la línea (de A hasta A)
- Error de cierre en A.
- Tolerancia
- Compensación
- Altitudes compensadas.
- Altitudes solución: promedios de las compensadas.

## **3. REDES DE NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.**

Al encadenar líneas de nivelación en figuras geométrica se obtienen lo que denominamos redes de nivelación. Este método se aplica para dotar de altitud a los puntos base de un trabajo.

Una vez diseñada la posición de los diferentes puntos y tras haber realizado la materialización de los mismos se procederá a llevar a cabo la observación. El método de observación es unir los puntos entre sí mediante líneas de nivelación dobles cerradas.

El método de ajuste en la actualidad es el método de ajuste mínimo cuadrático.

Tras obtener los desniveles a partir de los datos observados se efectúan corrida de altitudes con datos parciales de campo, y se obtienen las altitudes que van a ser las aproximadas para iniciar el ajuste. Se plantean las relaciones de observación, tantas como observaciones se hayan obtenido, y se anula la redundancia en la solución adoptando la solución mínimo cuadrática como solución final.

## **4. NIVELACIÓN DE PRECISIÓN:**

El método que utiliza siempre la nivelación de precisión es el de la nivelación geométrica o por alturas, pero las tolerancias que se exigen en alta precisión son:

$$T = 1,5 \text{ mm } \sqrt{K}$$

siendo k la distancia en kilómetros.

Para conseguir estas precisiones, se utilizan clavos y señales específicos, y equipos niveles automáticos, con tornillos para calar el nivel esférico, una escala micrométrica y cuña de ajuste de precisión de la visual. En los aparatos de

precisión, y delante del objetivo, va una lámina de caras plano paralelas, que nos facilita la lectura de la mira. Haciendo girar esta lamina podemos desplazar el campo visual. En los niveles automáticos el nivel tubular está sustituido por el compensador, situado entre el objetivo y el retículo con el fin de poner horizontal la visual aunque el eje del anteojo no lo sea.

Las miras también son especiales. Poseen una cinta de invar de 3 metros de largo, con una división centimétrica a trazos. La cinta está alojada en una ranura de la mira, la cual está fabricada de madera bien seca, impregnada y barnizada. La mira está ligada a la cinta invar en el extremo superior y está fijada solidamente en el inferior con un muelle. De esta forma se independiza la observación de las influencias atmosféricas que intervienen en la variación de longitud del soporte. Los intervalos de división son de 5 mm y están desplazados unos con respecto a otros. Llevan dos escalas, de manera que la diferencia en las lecturas efectuadas entre ellas es constante.

En las nivelaciones de precisión no suelen seguirse itinerarios simples sino que las líneas configuran polígonos cerrados

Las normas son muy estrictas. Se indican todos los detalles de cómo ha de realizarse el trabajo: longitud de los anillos, tipo de materialización, comprobaciones a realizar, etc.

## 5 BIBLIOGRAFÍA

- KASSER, Michel (2001): Nuevas técnicas para la determinación de altitudes. Topografía y Cartografía, Volumen XVIII, número 106, Septiembre-Octubre 2001, pp.37-40.
- FERRER TORIO, Rafael; PIÑA PATON, Benjamín (1991b).
- CHUECA PAZOS, M (1983): Tomo I.
- DOMINGUEZ GARCÍA-TEJERO, F. (1989).
- OJEDA, J.L. (1984).
- WHYTE, W.S.; PAUL, R.E. (1985).