TOPOMETRÍA

Apuntes de clase

I.Otero Pastor

INFORMACIÓN CONTENIDA EN EL MAPA TOPOGRÁFICO:

- **Topográfica:**
  - Altimetría:
    - Altitud: M.D.T. Representación del terreno en 3D a partir de una red de puntos.
    - Pendiente: Manual → diapasón de pendientes
      Automático → red de puntos
    - Orientación
  - Planimetría:
    - Coordenadas UTM: Obtención de coordenadas
      Cambio en el sistema de referencia
    - Distancias
    - Superficies
  - Formas del terreno:
    - Unidades morfológicas
    - Unidades de paisaje
- **Temática:**
  - Red hidrográfica
  - Red de carreteras
  - Usos del suelo
  - Estructura territorial
  - Toponimia

APLICACIONES TOPOMÉTRICAS

Se entiende por Topometría al conjunto de operaciones efectuadas sobre el terreno o el plano para la determinación métrica de sus elementos topográficos.

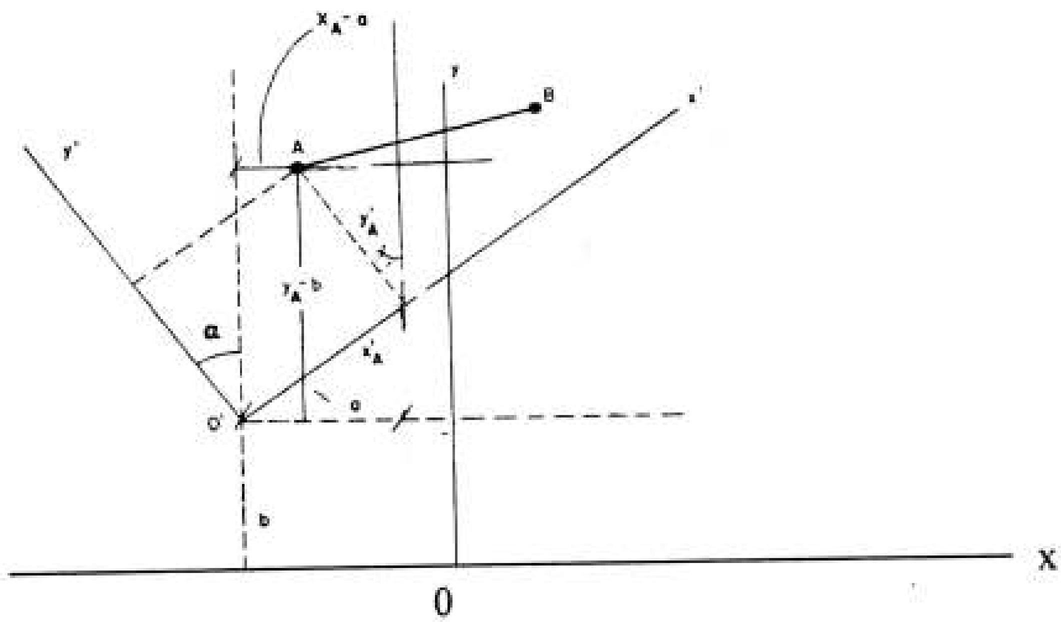
Las aplicaciones topométricas se han potenciado considerablemente en los últimos años, con la aparición de los planos numéricos y las bases de datos topográficos. Pero donde ha tenido una mayor incidencia el avance de la Topometría ha sido en las utilidades de la ingeniería.

La información métrica precisa para el desarrollo de un proyecto, se captura, procesa y maneja de forma digital; no es preciso tener que recurrir al diseño del plano mediante técnicas convencionales de dibujo, como tampoco lo es en su manejo gráfico.

La topometría forma parte fundamental de los Sistemas de Ingeniería, herramientas con las que el proyecto tienen un tratamiento meramente analítico, tanto en su desarrollo, como en la definición de las bases de replanteo, que por iguales procedimientos son transportadas a los colectores de los instrumentos topográficos para su posterior traslado sobre el terreno.

Transformación de sistemas de coordenadas

La resolución del problema de transformación de coordenadas referidas a sistemas rectangulares que difieran entre sí por una traslación y un giro, resuelve el problema de orientación y enlace topográfico.



De la figura se deduce que:

$$X_A - a = X'_A\cos\alpha - Y'_A\operatorname{sen}\alpha$$
$$Y_A - b = Y'_A\cos\alpha + X'_A\operatorname{sen}\alpha$$

Estas fórmulas pueden tomar un carácter más general considerando un factor de ampliación K:

$$\boxed{\begin{aligned} X_A - a &= (X'_A\cos\alpha - Y'_A\operatorname{sen}\alpha)K \\ Y_A - b &= (Y'_A\cos\alpha + X'_A\operatorname{sen}\alpha)K \end{aligned}}$$

Haciendo:

$K\cos\alpha = p$

$K\operatorname{sen}\alpha = q$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} X_A - a &= pX' - qY' \\ Y_A - b &= pY' + qX' \end{aligned}}$$

Fórmulas de Helmer de transformación de coordenadas

Este sistema de ecuaciones, precisa del conocimiento de las coordenadas de dos puntos (A y B) en ambos sistemas: (X_A, Y_A, X_B, Y_B , X'_A, Y'_A, X'_B, Y'_B), pudiendo deducirse de ellas el valor de la descorrección de la orientación:

$$\boxed{\alpha = \lambda^B{}_A - \theta^B{}_A}$$

El valor de ampliación K se deduce de:

$$K = \frac{D_{A,B}}{d_{A,B}}$$

Donde:

$$D_{A,B} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

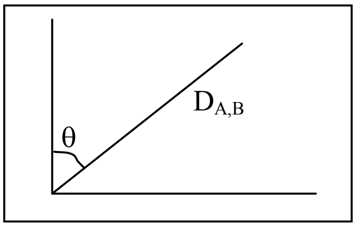
$$d_{A,B} = \sqrt{(X'_B - X'_A)^2 + (Y'_B - Y'_A)^2}$$

Por otra parte:

$$\cos\alpha = \cos(\lambda^B{}_A - \theta^B{}_A) = \cos\lambda^B{}_A \cos\theta^B{}_A + \operatorname{sen}\lambda^B{}_A \operatorname{sen}\theta^B{}_A\,;$$

$$\cos\theta^B{}_A = \frac{Y_B - Y_A}{D_{A,B}} \qquad \operatorname{sen}\theta^B{}_A = \frac{X_B - X_A}{D_{A,B}}$$

$$\cos\lambda^B{}_A = \frac{Y'_B - Y'_A}{D_{A,B}}\,K \qquad \operatorname{sen}\lambda^B{}_A = \frac{X'_B - X'_A}{D_{A,B}}\,K$$



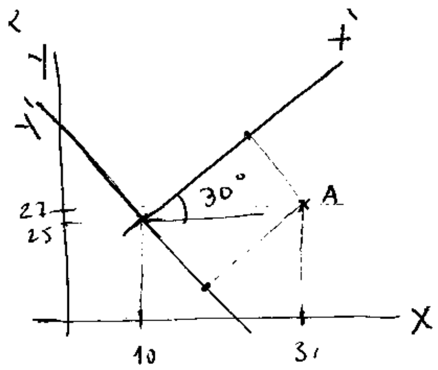
$$\cos\alpha = K \frac{(Y_B - Y_A)(Y'_B - Y'_A) + (X_B - X_A)(X'_B - X'_A)}{D^2_{A,B}}$$

$$p = K\cos\alpha = \frac{(Y_B - Y_A)(Y'_B - Y'_A) + (X_B - X_A)(X'_B - X'_A)}{d^2_{A,B}}$$

$$q = K\text{sen}\alpha = \frac{(Y_B - Y_A)(X'_B - X'_A) + (X_B - X_A)(Y'_B - Y'_A)}{d^2_{A,B}}$$

EJERCICIOS:

1. **Conocidas las coordenadas de un punto A (31, 27), respecto a un sistema de coordenadas dado, calcular las coordenadas de ese mismo punto respecto a otro sistema girado un ángulo de 30 grados sexagesimales respecto al primero y cuyo origen de coordenadas se sitúa a una distancia a =10 y b =25 del origen de coordenadas inicial (2 puntos).**



$X_A - a = X'_A\cos\alpha - Y'_A\text{sen}\alpha$
$Y_A - b = Y'_A\cos\alpha + X'_A\text{sen}\alpha$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Sen}30 = 0'50 \\ \text{Cos}30 = 0'87\end{array}\right\}$$

$31 – 10 = X'_A\cdot 0'87 - Y'_A\cdot 0'50$
$27 – 25 = Y'_A\cdot 0'87 + X'_A\cdot 0'50$

$X'_A = (21+ Y'_A\cdot 0'50)/ 0'87$; $(21 – 7'64)/0'87 = 15'36$

$$2 = Y'_A \cdot 0'87 + 0{,}50 \cdot \frac{21 + Y'_A \cdot 0'50}{0'87}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} X'_A = 19{,}15 \\ Y'_A = -8{,}67 \end{array}}$$

2. **Dado un punto de coordenadas:**

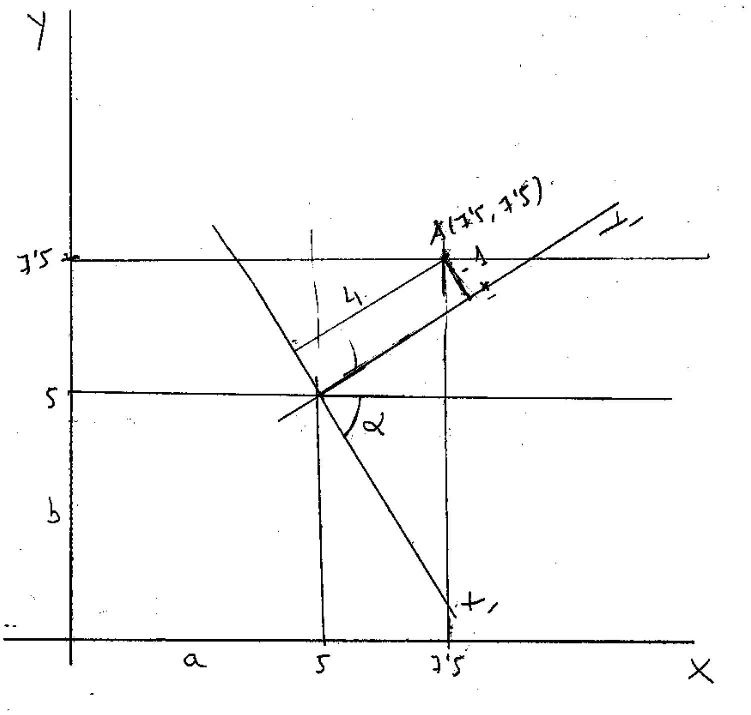
$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{X_A = 7'5} \\ \mathbf{Y_A = 7'5} \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} \mathbf{X'_A = -1} \\ \mathbf{Y'_A = 4} \end{array}\right\}$$

y siendo la distancia entre 0 y 0':

a= 5

b= 5

hallar el ángulo de giro de un sistema de referencia respecto a otro.



$7'5 - 5 = -\cos\alpha - 4\text{sen}\alpha$

$7'5 - 5 = 4\cos\alpha - \text{sen}\alpha$

Multiplico la primera ecuación por 4 y sumo las dos ecuaciones:

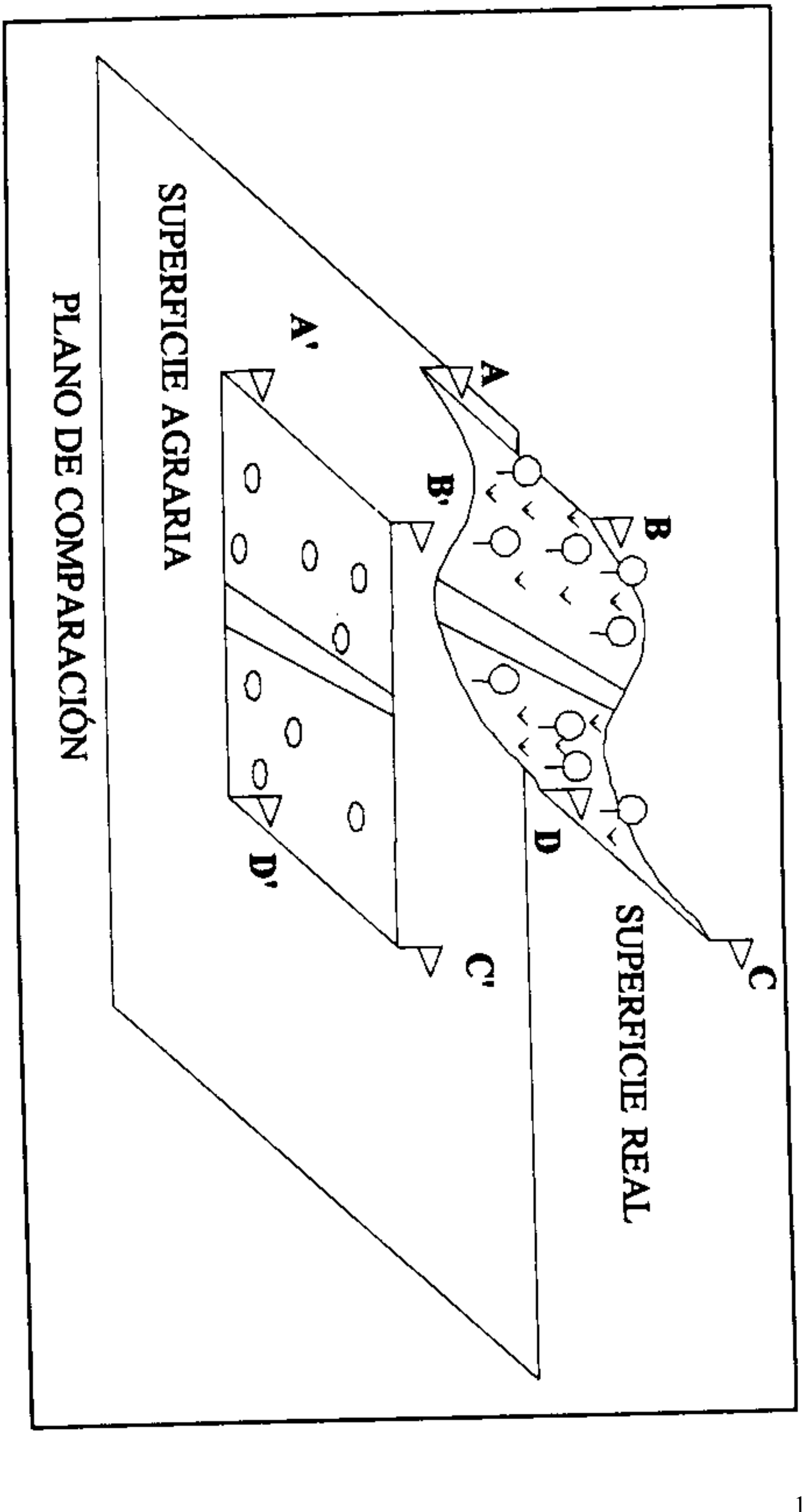
$$
\begin{array}{lrcl}
 & 10 & = & -4\cos\alpha - 16\text{sen}\alpha \\
+ & & & \\
 & 2'5 & = & 4\cos\alpha - \text{sen}\alpha \\
\hline
 & 12'5 & = & 0 \quad - 17\ \text{sen}\alpha
\end{array}
$$

$- \text{ sen}\alpha = (12'5)/17$

Sen negativo del ángulo $\longrightarrow$ $\alpha = \text{arcsen}\ (12'5/17) = 47{,}73^{\circ}$

MEDICIÓN DE SUPERFICIES

- **Con datos de campo:**
  - Método de las mediciones
  - Método de la descomposición en triángulos
  - Método de abscisas y ordenadas
  - Método de las coordenadas polares
- **Medición sobre planos:**
  - Métodos analíticos:
    - Terrenos limitados por rectas:
      - Descomposición en figuras simples.
      - En función de las coordenadas.
    - Terrenos limitados por curvas:
      - Fórmula de Bezout.
      - Fórmula de Simpson
      - Fórmula de Poncelet.
  - Métodos mecánicos - Planímetro.
  - Métodos gráficos – Cuadrícula.
  - Métodos automáticos – Digitalización.


SUPERFICIE REAL
SUPERFICIE AGRARIA
PLANO DE COMPARACIÓN
A
B
C
D
A'
B'
C'
D'

1. CON DATOS DE CAMPO (MÉTODOS NUMÉRICOS):

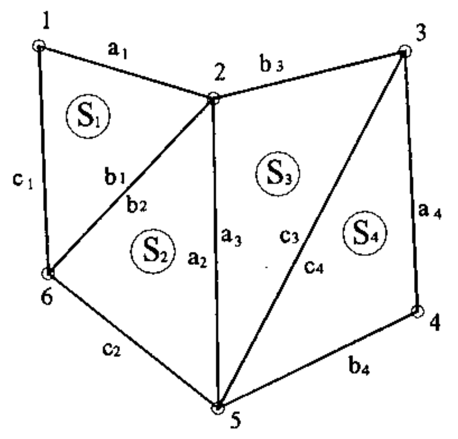
Se parte de mediciones realizadas directamente sobre el terreno.

1.1. Método de las mediciones:

Este método consiste en señalar sobre el terreno una serie de puntos que formen alineaciones que descompongan la superficie a medir en triángulos, de forma que midiendo la longitud de cada uno de los lados de estos triángulos, y aplicando la expresión conocida,

$$S=\sqrt{p(p-a)(p'b)(p-c)}$$

Donde p es el semiperímetro del triángulo y a, b, c las longitudes de los lados, podemos calcular la superficie de cada triángulo, y por sumatorio de las superficies de los triángulos que forman la finca agraria cuyo área queremos calcular, obtener el área total de ésta (ver figura adjunta).



$$a_2 = a_3$$
$$b_1 = b_2$$
$$c_3 = c_4$$

$$p_1 = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{2}$$
$$p_2 = \frac{a_2 + b_2 + c_2}{2}$$
$$p_3 = \frac{a_3 + b_3 + c_3}{2}$$
$$p_4 = \frac{a_4 + b_4 + c_4}{2}$$

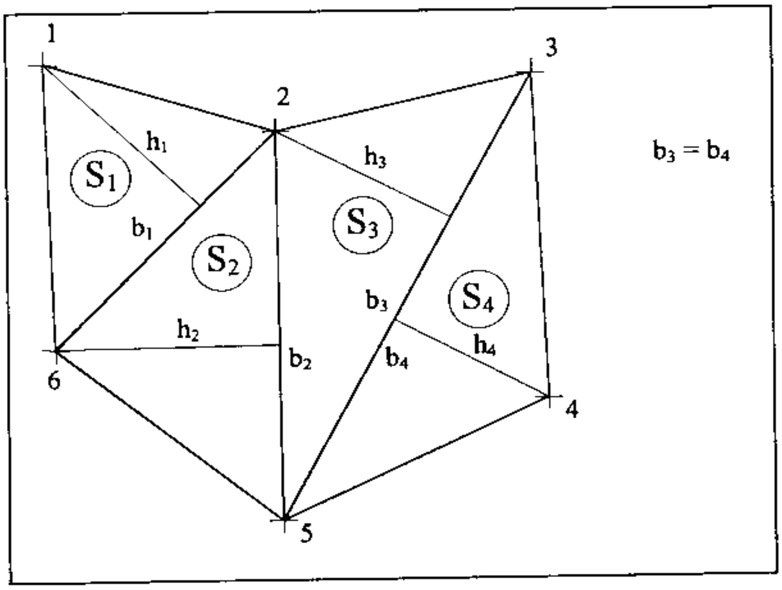
$$\left.\begin{array}{l} S_1 = \sqrt{p_1 \cdot (p_1 - a_1)\cdot(p_1 - b_1)\cdot(p_1 - c_1)} \\ S_2 = \sqrt{p_2 \cdot (p_2 - a_2)\cdot(p_2 - b_2)\cdot(p_2 - c_2)} \\ S_3 = \sqrt{p_3 \cdot (p_3 - a_3)\cdot(p_3 - b_3)\cdot(p_3 - c_3)} \\ S_4 = \sqrt{p_4 \cdot (p_4 - a_4)\cdot(p_4 - b_4)\cdot(p_4 - c_4)} \end{array}\right\} \text{Superficie Total} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

1.2. Método de la descomposición en triángulos:

Con el fin de tener menos trabajo de campo, así como un cierto grado de comprobación de los datos, podemos utilizar un método que e suna variable del anterior, y que consiste en medir las bases y alturas de los triángulos en los que descompongamos la finca a medir.

Será preciso, por tanto, conocer la posición de los pies de dichas alturas, para lo que usaremos un goniómetro.

El proceso completo se desarrolla según la figura adjunta:



$$\text{Superficie} = \frac{\text{base.Altura}}{2}$$

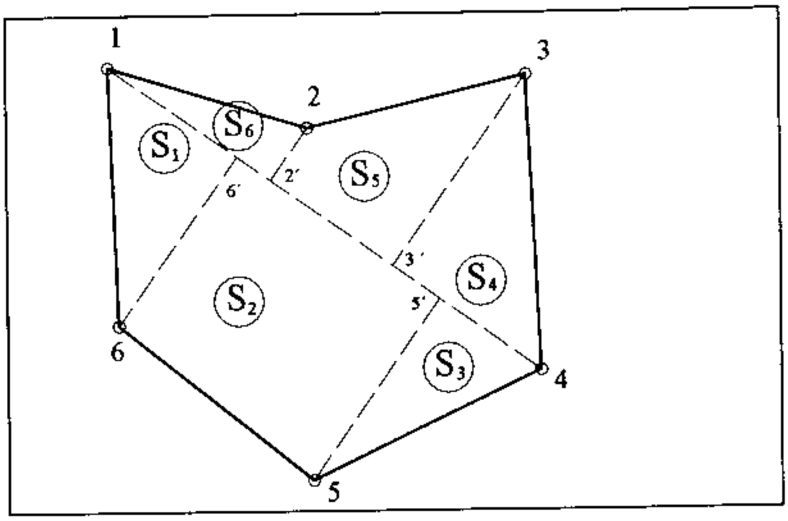
$$\left.\begin{array}{l} S_1 = \dfrac{b_1.h_1}{2} \\ S_2 = \dfrac{b_2.h_2}{2} \\ S_3 = \dfrac{b_3.h_3}{2} \\ S_4 = \dfrac{b_4.h_4}{2} \end{array}\right\} \text{Superficie Total} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

1.3. Método de abscisas y ordenadas:

Se utiliza este método cuando la parcela no es excesivamente grande, de forma que podamos trazar una alineación que la atraviese.

Llevaremos sobre esta alineación líneas perpendiculares que parten de los vértices de la parcela y puntos de inflexión de las lindes de ésta, de forma que la finca quedará dividida en una serie de polígonos, que suelen ser triángulos rectángulos y trapecios, cuyas expresiones elementales para el cálculo de sus superficies conocemos.

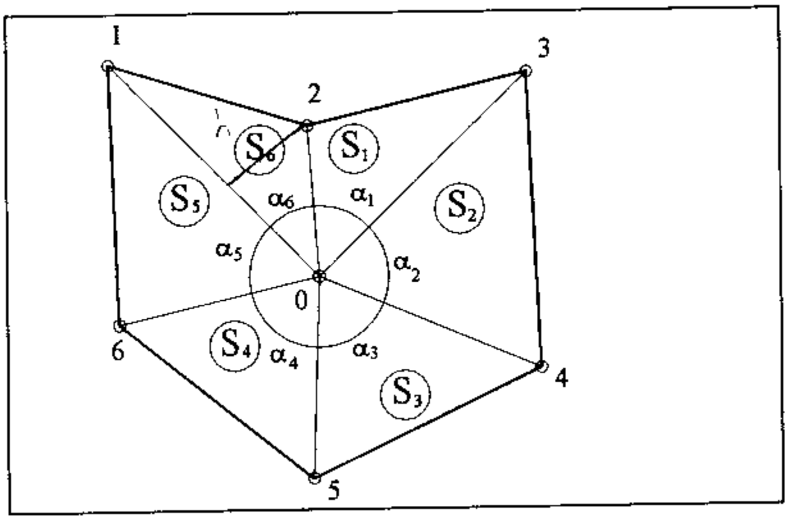
El área total se obtendrá sumando las superficies de cada uno de los polígonos obtenidos, según se expresa a continuación.



$$\left.\begin{array}{l}
S_1 = \dfrac{(1-6').(6-6')}{2} \\
S_2 = \dfrac{(5-5')+(6-6')}{2}(6'-5') \\
S_3 = \dfrac{(5'-4).(5-5')}{2} \\
S_4 = \dfrac{(3'-4).(3'-3)}{2} \\
S_5 = \dfrac{(3'-3)+(2'-2)}{2}(2'-3') \\
S_6 = \dfrac{(2'-2).(1-2')}{2}
\end{array}\right\} \text{Superficie Total} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

1.4. Método de las coordenadas polares:

Cuando utilizamos, para la medida de la superficie de una parcela, el método de radiación, estacionamos un taquímetro en un punto 0 y obtendremos los ángulos interiores y distancias desde 0 a cada uno de los vértices de al parcela, pudiendo calcular la superficie de ésta sabiendo que el área de un triángulo viene determinada por la mitad del producto de dos de sus lados por el seno del ángulo que forman, sumando la superficie de todos los triángulos que la forman, obtendremos la superficie final de la parcela.



$$\left.\begin{array}{l} S_1 = \dfrac{02.03.\mathrm{Sen}\alpha_1}{2} \\ . \\ . \\ S_6 = \dfrac{01.02.\mathrm{Sen}\alpha_6}{2} \end{array}\right\} \text{Superficie Total} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

PROBLEMAS: *(Sánchez Ríos, A. 200. Problemas de métods topográficos planteados y resueltos. Ed. Bellisco.)*

1. En el cuadro a junto se expresan las medidas (en metros) realizadas con una cinta métrica metálica calibrada de 50 metros entre los puntos 1,2, 3 y 4 que forman las esquinas de la parcela de la figura.

Calcular:

- **Valores medios de las medidas realizadas en campo.**
- **Valor medio de las longitudes de las lindes que forman la parcela.**
- **Superficie de la parcela en metros cuadrados.**

ALINEACION	EJE	MEDICION 1	MEDICION 2	MEDICION 3	MEDICION 4
1 2	1-a	49,583	49,572	49,565	49,584
	a-b	48,759	48,762	48,770	48,760
	b-c	49,762	49,763	49,760	49,770
	c-2	24,066	24,052	24,061	24,049
2 3	2-d	40,383	40,385	40,375	40,370
	d-e	41,289	41,272	41,274	41,280
	e-3	38,500	38,510	38,483	38,479
3 4	3-f	48,329	48,310	48,330	48,323
	f-g	47,250	47,243	47,240	47,253
	g-4	48,998	49,000	49,003	49,003
4 1	4-h	43,538	43,529	43,530	43,532
	h-i	45,372	45,363	45,380	45,375
	i-1	35,610	35,600	35,606	35,608
2 4	2-j	49,328	49,331	49,320	49,332
	j-k	48,347	48,336	48,340	48,350
	k-l	49,231	49,220	49,240	49,230
	l-m	34,527	34,530	34,520	34,525
	m-4	28,974	28,985	28,970	28,967

Solución:

Como podemos observar en la figura, hemos situado los puntos 1, 2. 3 y 4 en las esquinas que forman la parcela. Debido a que la cinta tiene una longitud máxima de 50 metros, deberemos situar puntos intermedios entre las alineaciones 1-2, 2-3, 3-4 y 1-4, materializando los puntos *a, b, c, d, e, f, g, h* e *i,* cuya distancia máxima no superará la distancia máxima permitida por la cinta, de 50 metros. Además, como el método que utilizaremos para el cálculo de la superficie total de la parcela será el de las mediciones, deberemos obtener la longitud del eje 1-3 ó 2-4, para así poder subdividir la superficie en dos, S-1 y S-2; en nuestro caso, hemos optado por obtener el valor de la alineación 2-4, para lo cual, y debido a la longitud máxima de 50 m, deberemos materializar los puntos *j, k, l* y *m.*

Como se puede observar, en el cuadro adjunto, se expresan los distintos valores referidos a las cuatro mediciones realizadas en el campo de cada uno de los tramos que anteriormente se han descrito y que aparecen en la figura. Para calcular los valores medios de las medidas realizadas en campo, procedemos a calcular la media aritmética de cada tramo de la siguiente forma:

MEDIA = (MEDICIÓN 1 + MEDICIÓN 2 + MEDICIÓN 3 + MEDICIÓN 4)/4

Obteniendo el valor medio de la longitud de cada lindero por el sumatorio de las medias de los tramos que forman dicho lindero, por ejemplo, el lindero 1-2, se obtendrá sumando los valores medios obtenidos en los tramos 1-a, a-b, b-c, y c-2.

Procediendo de esta forma, construiremos el cuadro que se adjunta.

Para calcular la superficie de la parcela, calcularemos las superficies S-1 y S-2

ALINEACION	EJE	MEDICION 1	MEDICION 2	MEDICION 3	MEDICION 4	MEDIA	SUMA ALINEACION
1 2	1-a	49,583	49,572	49,565	49,584	49.576	
	a-b	48,759	48,762	48,770	48,760	48.763	
	b-c	49,762	49,763	49,760	49,770	49.764	
	c-2	24,066	24,052	24,061	24,049	24.057	172.160
2 3	2-d	40,383	40,385	40,375	40,370	40.378	
	d-e	41,289	41,272	41,274	41,280	41.279	
	e-3	38,500	38,510	38,483	38,479	38.493	120.150
3 4	3-f	48,329	48,310	48,330	48,323	48.323	
	f-g	47,250	47,243	47,240	47,253	47.246	
	g-4	48,998	49,000	49,003	49,003	49.001	144.570
4 1	4-h	43,538	43,529	43,530	43,532	43.532	
	h-i	45,372	45,363	45,380	45,375	45.372	
	i-1	35,610	35,600	35,606	35,608	35.606	124.510
2 4	2-j	49,328	49,331	49,320	49,332	49.328	
	j-k	48,347	48,336	48,340	48,350	48.343	
	k-l	49,231	49,220	49,240	49,230	49.230	
	l-m	34,527	34,530	34,520	34,525	34.525	
	m-4	28,974	28,985	28,970	28,967	28.974	210.400

mediante la expresión:

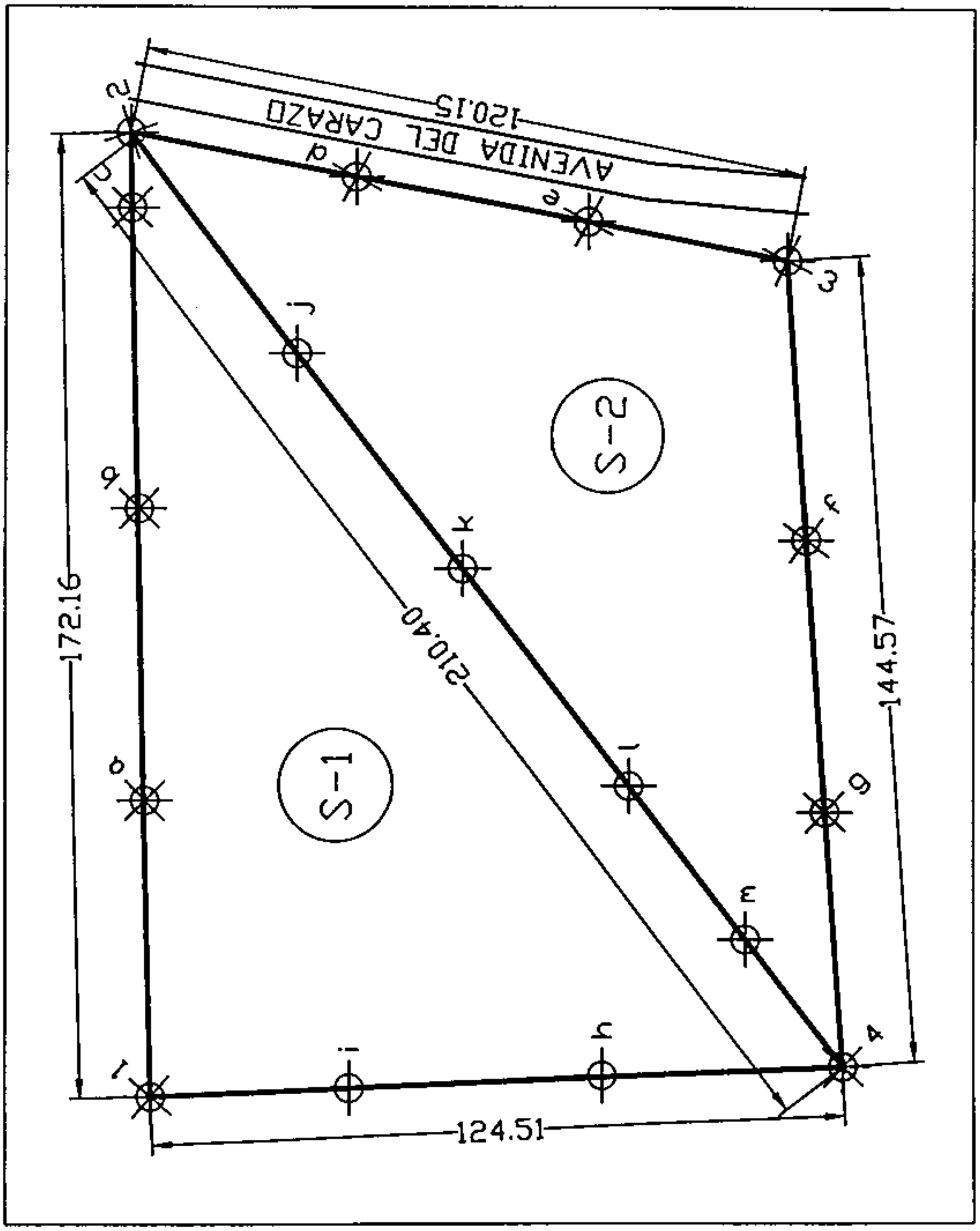
$$S = \sqrt{P(P- a)(P-b)(P-c)}$$

en la que P es el semiperímetro del triángulo cuya superficie queremos calcular y a, b y c las longitudes de sus lados; de esta forma, ~~S - 1= 10715,595 m~~^{2} y S - 2= 8393,096 m^2; resultando una superficie total de la parcela de:

$$S_T = S\text{-}1 + S\text{-}2 = 19108.691\ m^2$$

En el cuadro adjunto, podemos observar los distintos valores obtenidos:

SUPERFICIE	TIPO	LADO "A"	LADO "B"	LADO "C"	SEMIPERÍMETRO (P)	SUPERFICIE (m^2)
S-1	triángulo	172.160	124.510	210.400	253.535	10715.595
S-2	triángulo	144.570	120.150	210.400	237.560	8393.096
S-1 + S-2						19108.691



2. Calcular la superficie de la parcela representada en la figura 14, expresada en metros cuadrados.

Solución:

Para realizar la toma de datos necesarios para el cálculo de la superficie de dicha parcela, procedemos a materializar en campo los puntos 1 y 5, inicio y fin respectivamente de la alineación curva, el punto 0, como centro del sector circular formado por 1-0-5, así como a la medición por medio de un goniómetro del ángulo 1-0-5, que resulta ser de 177º.

Posteriormente, materializamos los puntos 2, 3 y 4, con lo que habremos descompuesto la superficie de la parcela en cuatro triángulos (S-2, S-3, S-4 y S-5) y un sector circular (1-0-5).

La superficie de los triángulos se calculará según la expresión:

$$S = \sqrt{P(P- a)(P-b)(P-c)}$$

explicada en el problema anterior.

La superficie del sector circular se calculará mediante la expresión:

$$S = \frac{\pi\ r^2\ n^{\circ}\ grados}{360^{\circ}}$$

Calculadas las superficies S-1, S-2, S-3, S-4 y S-5, procedemos a calcular la superficie total de la parcela mediante el sumatorio de las superficies anteriores:

$$S_T = S\text{-}1 + S\text{-}2 + S\text{-}3 + S\text{-}4 + S\text{-}5$$

En el cuadro adjunto se expresan los cálculos anteriormente comentados.

SUPERFICIE	**TIPO**	**LADO "A"**	**LADO "B"**	**LADO "C"**	**SEMIPERÍMETRO (P)**	**SUPERFICIE (m^2)**
S-2	triángulo	213.17	192.21	248.50	327.09	19848.08
S-3	triángulo	160.27	210.65	192.21	281.57	14710.90
S-4	triángulo	210.65	277.30	248.50	368.23	25132.42
S-5	triángulo	216.75	277.30	289.98	392.02	28358.52
SUPERFICIE	**TIPO**	**ÁNGULO**				**SUPERFICIE (m^2)**
S-1	Sector circular	360º-177º	183			98616.88
S1 + S2 + S3 +S4+ S5						**186666.80 m^2**

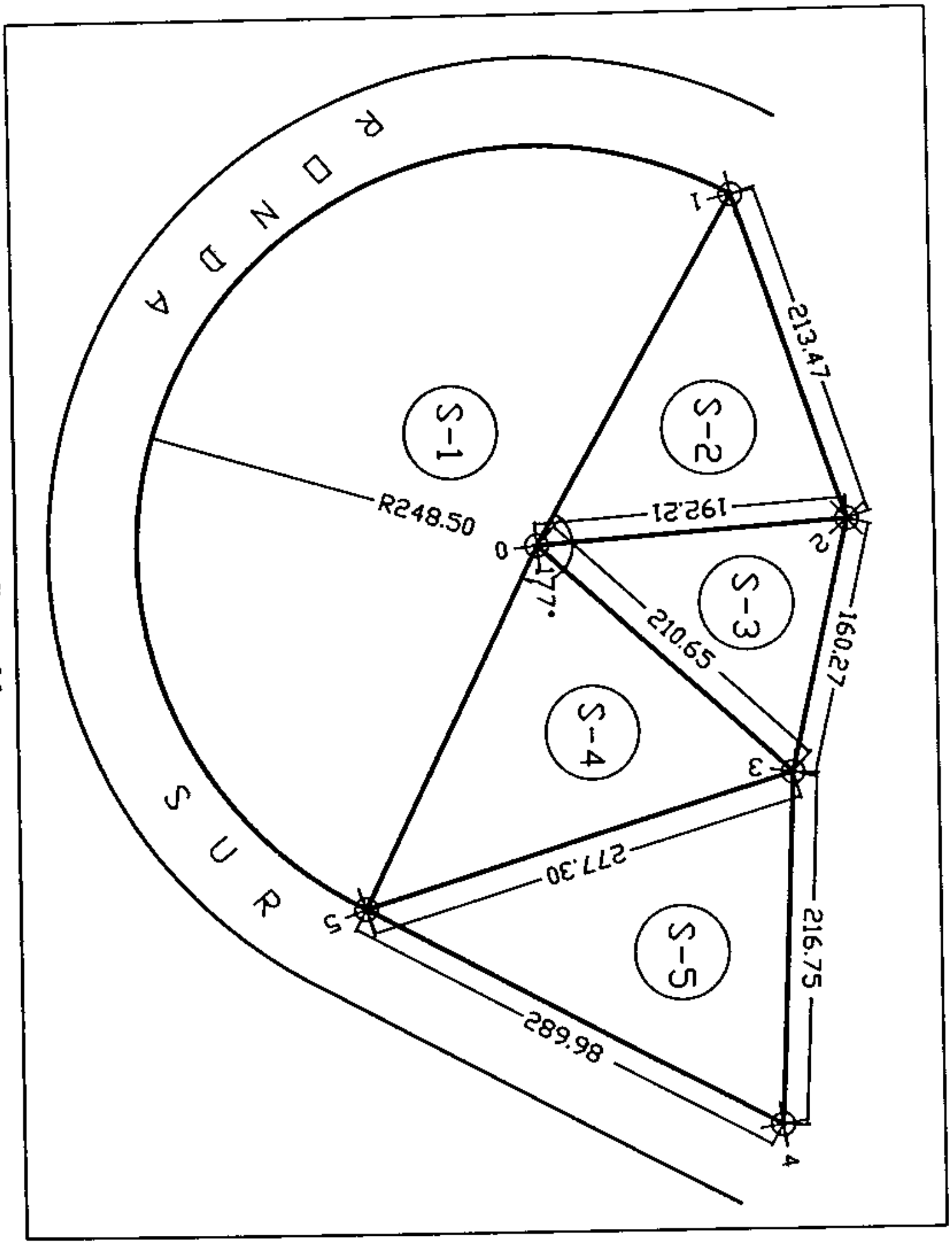

RONDA SUR
S-1
S-2
S-3
S-4
S-5
R248.50
213.47
192.21
160.27
210.65
277.30
216.75
289.98
0
1
2
3
4
5
77°

figura 14

3. El solar triangular de la figura pertenece a dos propietarios, que tras un acuerdo, deciden dividirlo de forma que la superficie total, se ha de separar una superficie MBN, de 2191,74 m^2, teniendo en cuenta que la alineación MN debe ser paralela a la alineación AC.

Solución:

Empezaremos por calcular la superficie total de la parcela mediante la expresión ya conocida:

$$S = \sqrt{P(P- a)(P-b)(P-c)}$$

resultando ser de 3885,05 m^2.

Si observamos la figura, vemos que podemos hacer la siguiente relación:

$$\frac{Y^2}{87{,}93^2} = \frac{X^2}{89{,}23^2} = \frac{2191{,}74}{3885{,}05}$$

resultando que X = 67,03 m e Y = 66,05 m.

Llevadas estas distancias desde el unto B en las direcciones A y C respectivamente, obtendremos los puntos M y N que estábamos buscando, y que una vez replanteados y amojonados, materializarán la línea MN, paralela a la AC, quedando resuelto el problema.

Como comprobación podemos calcular la distancia MN y calcular la superficie S-1 resultando ser de 2191,74 m^2, con lo que vemos que el problema está correctamente resuelto.

El estado final del solar quedará según aparece en la figura.

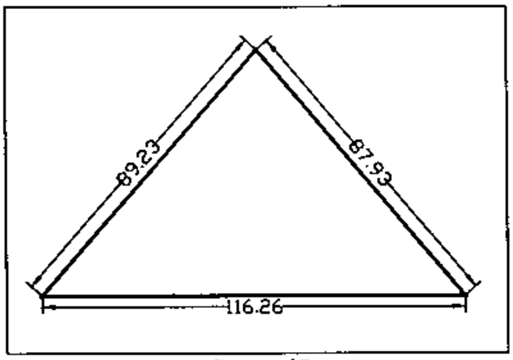


figura 18-a

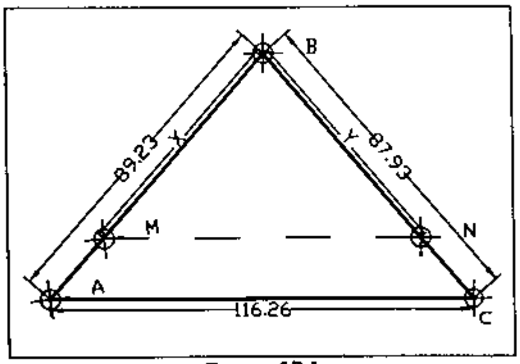


figura 18-b

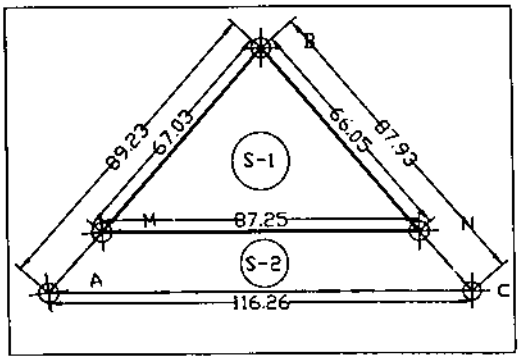


figura 18-c

4. Superficie en función de las coordenadas polares de sus vértices.

01 = 7’8

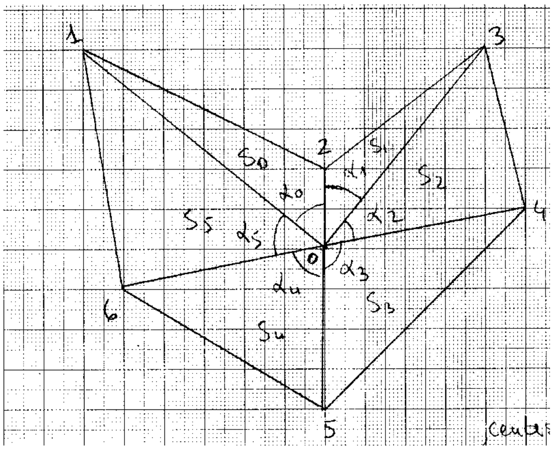
02 = 2

03 = 6’3

04 = 5

05 = 4

06 = 5



1,2 = 6’70	α_0 = 51º
2,3 = 5	α_1 = 40º
3,4 = 4	α_2 = 41º
4,5 = 7	α_3 = 98º
5,6 = 5’8	α_4 = 80º
6,1 = 6	α5 = 50º

$$S_0 = \frac{7'8 * 2 * \text{sen}51º\ (0'78)}{2} = 6'05$$

$$S_1 = \frac{6'3 * 2 * \text{sen}40º\ (0'64)}{2} = 4'03$$

$$S_2 = \frac{6'3 * 5 * \text{sen}41º\ (0'66)}{2} = 10'40$$

$$S_3 = \frac{5 * 4 * \text{sen}98º\ (0'99)}{2} = 9'90$$

$$S_4 = \frac{4 * 5 * \text{sen}80º\ (0'98)}{2} = 9'80$$

$$S_5 = \frac{7'8 * 5 * \text{sen}50º\ (0'72)}{2} = 15'02$$

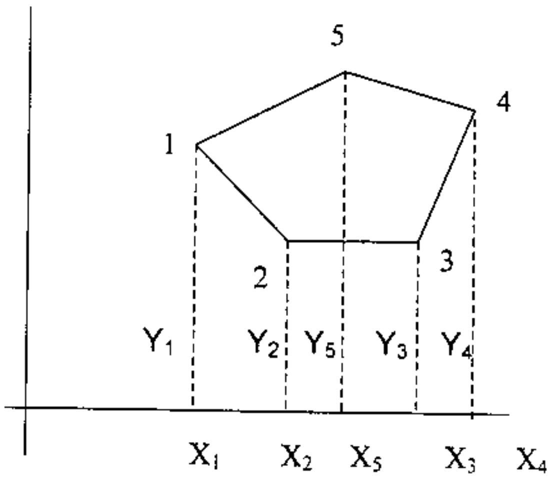
$$\boxed{S = \sum_{i=1}^{s} S_i\ 55'24\ m^2}$$

2. SOBRE PLANOS

2.1. Métodos analíticos:

2.1.1. Descomposición en figuras simples

2.1.2. Terrenos limitados por rectas:



Llamado S al área del polígono se tendrá:

$$
\begin{aligned}
2S = & - (x_2 - x_1)(y_1 + y_2) \\
& - (x_3 - x_2)(y_2 + y_3) \\
& - (x_4 - x_3)(y_3 + y_4) \\
& + (x_4 - x_5)(y_4 + y_5) \\
& + (x_5 - x_1)(y_5 + y_1)
\end{aligned}
$$

Introduciendo los signos negativos dentro del paréntesis, la expresión anterior puede escribirse:

$$
\begin{aligned}
2S = & (x_1 - x_2)(y_1 + y_2) \\
& + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) \\
& + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) \\
& + (x_4 - x_5)(y_4 + y_5) \\
& + (x_5 - x_1)(y_5 + y_1)
\end{aligned}
$$

o bien de modo general:

$$\boxed{2S = \sum (x_n - x_{n+1})(y_n + y_{n+1})} \qquad (*)$$

Al aplicar estas fórmulas debe tenerse en cuenta, que el último punto, es el primero, y que el anterior a este es el último; es decir, que el subíndice n+1, y el subíndice n-1 se refiere al último punto.

Si efectuamos las operaciones indicadas en la fórmula anterior y ordenamos con respecto a la x, se obtiene:

$$
\begin{aligned}
2S = {} & x_1(y_2 - y_5) \\
& + x_2(y_3 - y_1) \\
& + x_3(y_4 - y_2) \\
& + x_4(y_5 - y_3) \\
& + x_5(y_1 - y_4)
\end{aligned}
$$

y en general:

$$\boxed{2S = \sum x_n (y_{n+1} - y_{n-1})} \qquad (^{**})$$

De igual manera operando con la fórmula (*) y ordenándola respecto de y, se obtiene:

$$
\begin{aligned}
2S = {} & y_1(x_5 - x_2) \\
& + y_2(x_1 - x_3) \\
& + y_3(x_2 - x_4) \\
& + y_4(x_3 - x_5) \\
& + y_5(x_4 - x_1)
\end{aligned}
$$

y en general:

$$\boxed{2S = \sum y_n (x_{n-1} - x_{n+1})} \qquad (^{***})$$

Si desde los vértices del polígono trazásemos las perpendiculares al eje de las y, llegaríamos de la misma forma a la expresión:

$$\boxed{2S = \sum (y_{n+1} - y_n) (x_n + x_{n+1})} \qquad (^{****})$$

Con objeto de comprobar los resultados es conveniente hallar siempre el área por duplicado, utilizando las fórmulas (*) y (****), o bien las (**) y (***).

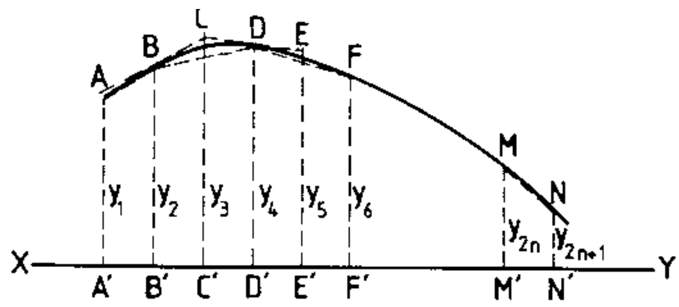
El cálculo del área por cualquiera de las fórmulas, resulta cómodo y seguro si se tiene cuidado de ordenarlo convenientemente, en un formulario análogo al que exponemos en el siguiente ejemplo, resultando sencillo si para obtener los productos empleamos una máquina de calcular.

			FÓRMULA (**)			FÓRMULA (***)		
PTOS	X	Y	$Y_{n+1} + Y_{n-1}$	PRODUCTOS		$X_{n-1} + X_{n+1}$	PRODUCTOS	
				+	-		+	-
1	215.7	97.9	78.1	16846.17		135.9	13304.61	
2	130.5	129.3	-60.8		7934.40	190.5	24631.65	
3	25.2	37.1	-106.4		2681.28	-42.2		156.62
4	172.7	22.9	14.4	2435.07		-241.2		5523.48
5	266.4	51.2	75.0	19980.00		-43.0		2201.60
		Sumas	0	39261.24	10615.69	0	37936.26	9290.70
				-10615.68			-9290.70	
			2S =	28645.56		2S =	28645.56	
			S =	14322.78		S =	14322.78	

2.1.3. Terrenos limitados por curvas:

Estos métodos son adecuados para el caso de parcelas en las que sus lindes no sean tramos rectos, sino que se encuentren definidas por líneas curvas.

2.1.3.1. Fórmula de Poncelet:



En este método se divide también la base XY en un número par de partes iguales, y se levantan ordenadas y_1, y_2, y_3, ... hasta la intersección con la curva. Un límite superior lo encontramos como en el caso anterior, circunscribiendo trapecios, trazando tangentes en los extremos de las ordenadas pares, limitadas por las ordenadas contiguas. Un límite inferior de la superficie los obtenemos inscribiendo dos trapecios en las divisiones extremas y en las demás trazamos cuerdas correspondientes a dos divisiones.

Denominando M y m las áreas de las figuras circunscrita r inscrita a la curva, Poncelet toma para el área buscada la semisuma de ambas:

$$S = \frac{M+m}{2}$$

El valor de M es el mismo que obtuvimos antes para la fórmula de Simpson, por lo que conservando la misma notación su valor viene dado por: M=2hP. El valor de m viene dado por la suma de las áreas de los trapecios que la componen, y la de cada uno de ellos queda determinada por el producto de las alturas respectivas por la semisuma de las bases correspondientes:

$$m = h\frac{y_1+y_2}{2} + h(y_2+y_4) + h(y_4+y_6) + \ldots + h\frac{y_{2n}+y_{2n+1}}{2} =$$

$$=h\frac{y_1+y_{2n+1}}{2} + \frac{3}{2}(y_2+y_{2n}) + 2(y_4+y_6+\ldots+y_{2n-2})$$

Si sumamos y restamos al misma cantidad (1/2)(y_2+y_{2n}) al paréntesis, éste no variará, y tendremos:

$$m = h(\frac{y_1+y_{2n+1}}{2} - \frac{y_2+y_{2n}}{2} + 2(y_4+y_6+\ldots+y_{2n-2}+y_{2n}))$$

Llamando P a la suma de las ordenadas pares, E a la de las extremas y E' a la de las contiguas, se tendrá finalmente:

$$m = h(\frac{E-E'}{2} + 2P)$$

El valor S del área pedida, por la fórmula Poncelet, que toma la media de las dos halladas será:

$$S = h(\frac{E-E'}{4} + 2P)$$

Como S está comprendida entre M y (M+m)/2, o entre (M+m)/2 y m, el error que se comete al tomar como valor de S el valor dicho, será:

$$e \leq M - \frac{M+m}{2} = \frac{M-m}{2}$$

o

$$e \leq \frac{M+m}{2} - m = \frac{M-m}{2}$$

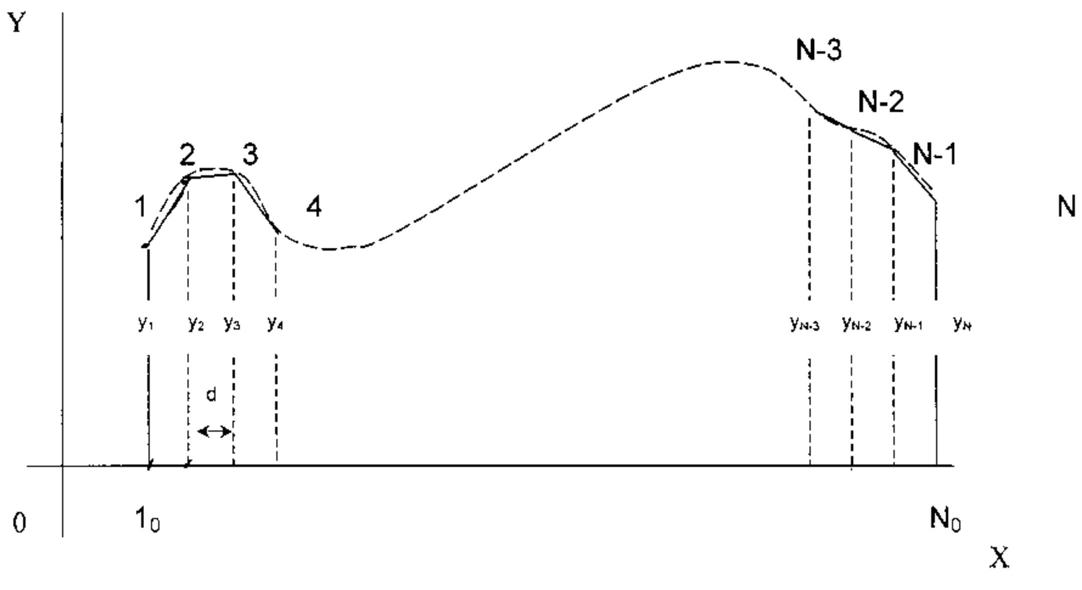
es decir, en los dos casos el error es el mismo y su valor es:

$$e \leq \frac{M-m}{2} = \frac{h}{4}(E'-E)$$

La fórmula de Poncelet tiene sobre la de Simpson la ventaja de que no entran en el cálculo más que las ordenadas pares y las extremas impares, reduciéndose casi a la mitad el trabajo. Además es muy sencilla la determinación del error máximo, lo que permite escoger la equidistancia h más apropiada entre ordenadas, para obtener la precisión deseada con el mínimo trabajo.

2.1.3.2. Fórmula del trapecio o de Bézout:

Sea la siguiente figura, en la que una linde está constituida por un tramo curvo.



La curva 1N se puede sustituir por una poligonal de N lados según el grado de aproximación requerido, y tal que los incrementos de las abcisas de los puntos de la poligonal tengan un valor constante d.

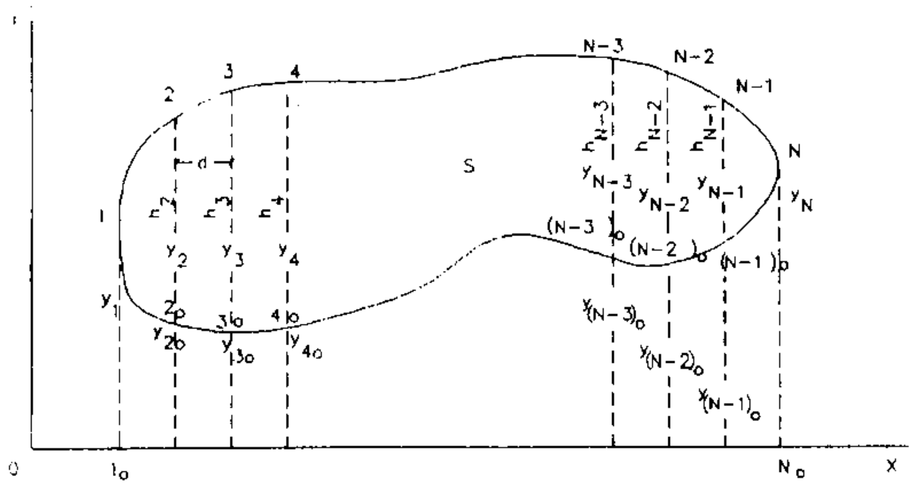
El área se puede expresar por:

$2S = (Y_1 + Y_2)d + (Y_2 + Y_3)d + ... + = (Y_{n-1} + Y_n)d;$

$$S = d\left(\frac{Y_1 + Y_2}{2} + \frac{Y_2 + Y_3}{2} + ... + \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2}\right)$$

$$S = d\left(\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + ... + Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2}\right)$$

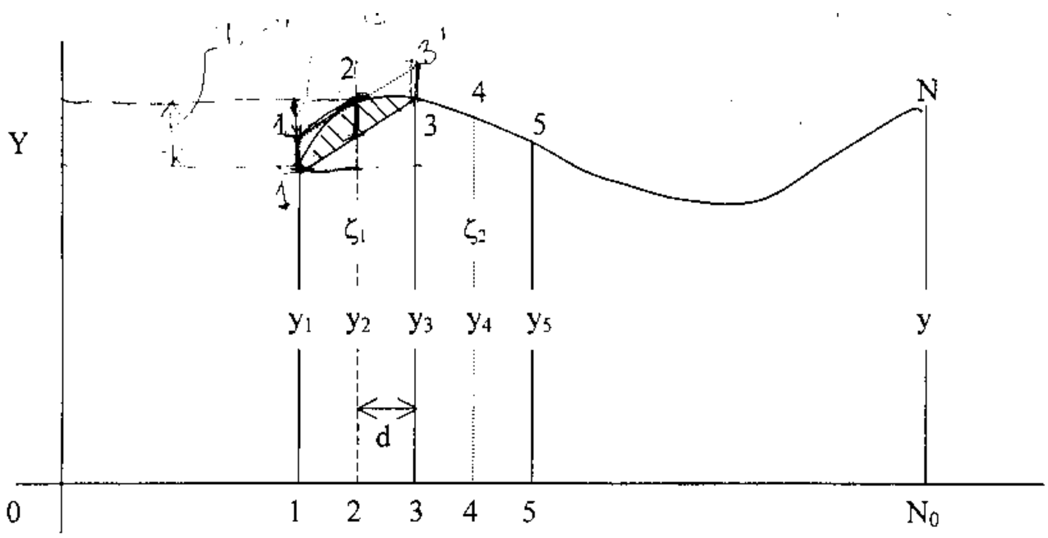
En el caso de estar en la parcela constituida por un contorno curvo en todo su conjunto, el procedimiento seguirá siendo válido.



Primero se calculará el área del contorno 10, 1, 2 ... N-1, N y posteriormente se restará la parte inferior 10, 1, 20 ... (N-1), N.

2.1.3.3.Fórmula de Simpson:

La fórmula de Simpson sustituye la recta definida en el método del trapecio por una curva de segundo orden.



Luego al área del trapecio hay que sumar la parte rayada de la figura, la cual se puede aproximar a los dos tercios del paralelogramo 1’3’3:

$$\tau_1 = (Y_1 + Y_3)d + \frac{2}{3} \left(Y_2 - \frac{Y_1 + Y_3}{2} \right) 2d;$$

$$\tau_1 = \frac{d}{3} (Y_1 + 4Y_2 + Y_3)$$

$$\tau_1 = \frac{d}{3} (Y_3 + 4Y_4 + Y_5)$$

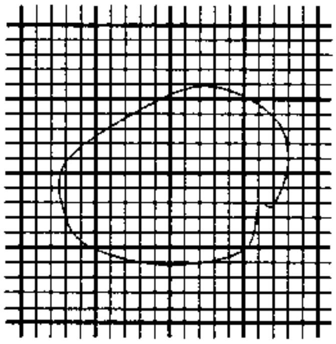
Generalizando

$$S = \frac{d}{3} \left[(Y_1 + Y_n) + 2\,(Y_3 + Y_5 + \ldots + Y_{n-1}) + 4\,(Y_2 + Y_{54} + \ldots + Y_{n-2}) \right]$$

2.1.4. Cálculo del área por el método de la cuadrícula:

Constituye un procedimiento aproximado para la determinación de superficies.

El métodos e basa en superponer un papel milimetrado transparente con un ancho de malla de 1 ó 2 mm; el conteo de las cuadrículas contenidas en el interior de la parcela permite calcular su superficie, multiplicando dicho número por la superficie correspondiente en el terreno a la unidad elegida



El método ha cobrado cierto predicamento en la actualidad, dada su facilidad de aplicación en el tratamiento de imágenes. El concepto de píxel, unidad elemental de la fotografía digital, tiene igual sentido que la cuadrícula. Sun conteo automático y poder asignar un determinado formato en la fase de barrido (scanner), ha difundido el procedimiento en el cálculo de superficies de imágenes digitales.

2.1.5. Digitalización

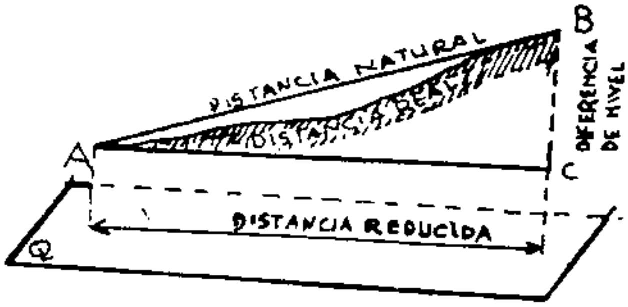
2.1.6. Planímetro

DISTANCIAS

1. **CLASES DE DISTANCIAS:**

Si tenemos dos puntos A y B, del terreno de tal manera situados que uno de ellos sea de mayor altitud que otro, podemos considerar que está separados por las siguientes distancias:

1.1. Natural o geométrica: La recta que a través del espacio los une.



1.2. Real o topográfica: El camino más corto que sobre el terreno hubiera de recorrerse para trasladarse de un punto a otro.

1.3. Horizontal, reducida o reducida al horizonte: La proyección común de las dos anteriores sobre un plano horizontal.

2. **DIFERENCIA DE NIVEL:**

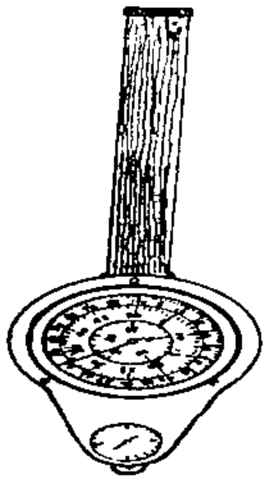
Es la distancia vertical entre dos puntos.

3. **PROCEDIMIENTOS PARA LA DETERMINACIÓN DE DISTANCIAS EN EL PLANO**

Sirviéndonos del plano (distancia reducida) podemos determinar diversas distancias del terreno por los siguientes procedimientos:

3.1. Mecánicos:

Utilizando el curvímetro. Es un aparato del tamaño de un reloj de pulsera, con un mango en el extremo de un diámetro opuesto a él una ruedecita que, asomando al exterior se hacer discurrir sobre el plano y que, engranado convenientemente con otras del interior, acciona una aguja indicadora que señala sobre otras circunferencias concéntricas la distancia en metros, según sea la escala de plano utilizado. Cada circunferencia corresponde a una escala distinta. Si se aplica sobre un plano, mide distancias reducidas al horizonte. Aplicado sobre un perfil se pueden determinar distancias reales o topográficas.



3.2. Numéricos:

Conociendo la diferencia de nivel y la reducida, que, como se sabe, son los catetos de un triángulo rectángulo, se puede calcular al distancia natural o geométrica (hipotenusa). Basta para ello con aplicar el Teorema de Pitágoras: Cuadrado de la hipotenusa igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Si se desea determinar la distancia real o topográfica, habrá que construir un perfil.

3.3. Gráficos:

Sirviéndonos del plano, queda reducido este problema a calcular la distancia natural que existe entre dos puntos.

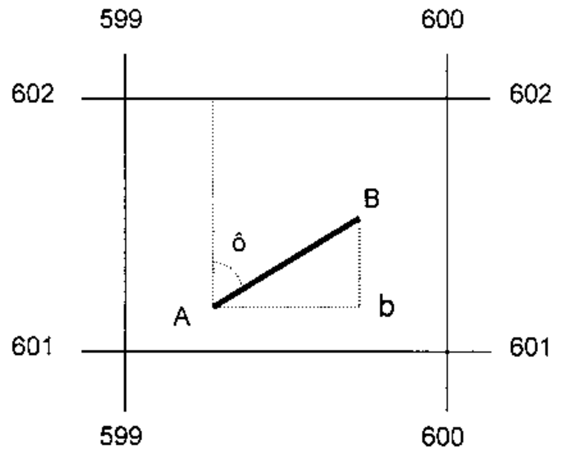
Para ello, se construye a escala conveniente un triángulo rectángulo cuyos catetos son la distancia reducida y la diferencia de nivel. A la misma escala vendrá representada gráficamente por la hipotenusa la distancia natural. Basta multiplicar su longitud por el denominador de la escala elegida para obtener el resultado numérico. Se facilita la operación si la escala en la misma del plano.

3.4. Analíticos:

Según dijimos, el cuadriculado del plano nos permite hallar la distancia entre dos puntos.

En efecto, por la figura deducimos que, según el Teorema de Pitágoras,

$$AB = \sqrt{(Ab^2 + Bb^2)}$$



Pero $Ab = X_B - X_A$ (diferencia entre las abcisas del punto B y del A), $Bb = Y_B - Y_A$ (diferencia entre las ordenadas del punto B y del A), luego:

$$AB = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2)}$$

Ya que podemos conocer las coordenadas de A y B.

Los puntos A y B pueden estar en la misma o en diferente cuadrícula.

Esta distancia es la reducida y para hallar la geométrica habría que efectuar lo explicado anteriormente.

RELIEVES DEL TERRENO

1. Curvas de nivel. Condiciones a cumplir:

1.1. Curvas de nivel:

Las curvas de nivel son líneas que unen, en los planos, puntos que tiene igual cota, es decir, puntos que tiene la misma altura con respecto a al superficie de nivel de referencia.

El intervalo que hay entre las curvas de nivel se denomina equidistancia y es la distancia vertical constante entre dos curvas consecutivas.

1.2. Condiciones que deben cumplir:

Las condiciones que deben cumplir las curvas de nivel son las siguientes;

1- Las curvas de nivel son siempre cerradas, aunque sólo se aprecia en representaciones de islas o continentes.

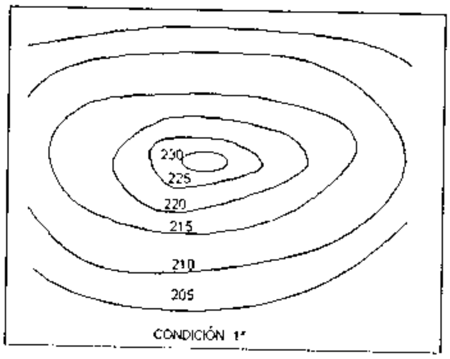
2- El número de curvas de nivel que quedan interrumpidas en los bordes de un plano es siempre par.

3- Entre dos curvas de nivel de igual cota no puede haber un número impar de curvas de cota distinta

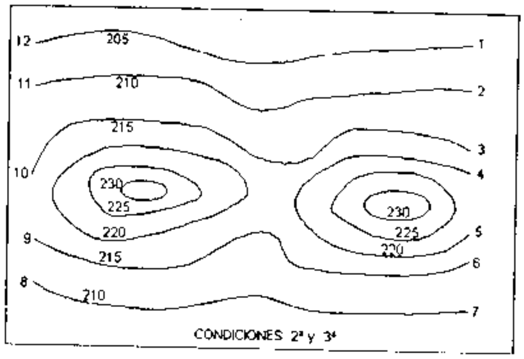
4- Dos curvas de nivel no pueden cortarse; sólo lo harán en casos de representación de interiores de cuevas.

5- Una curva de nivel no puede bifurcarse; correspondería al caso de divisoria horizontal de un "collado" con cota igual ala de la curva, pero se representaría mediante un punto.

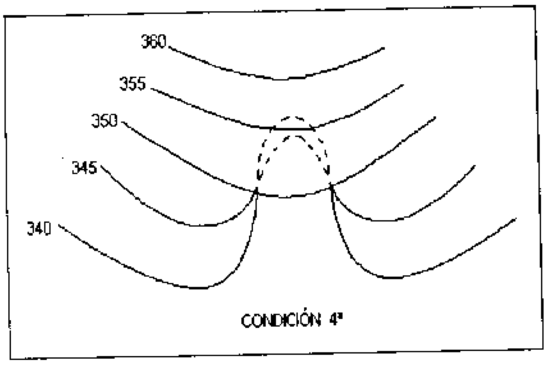
6- Varias curvas de nivel pueden juntarse y llegar a ser tangentes formando un "cantil", que si es vertical se denomina "acantilado".



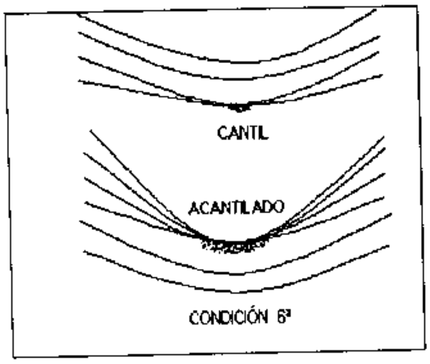
CONDICIÓN 1ª



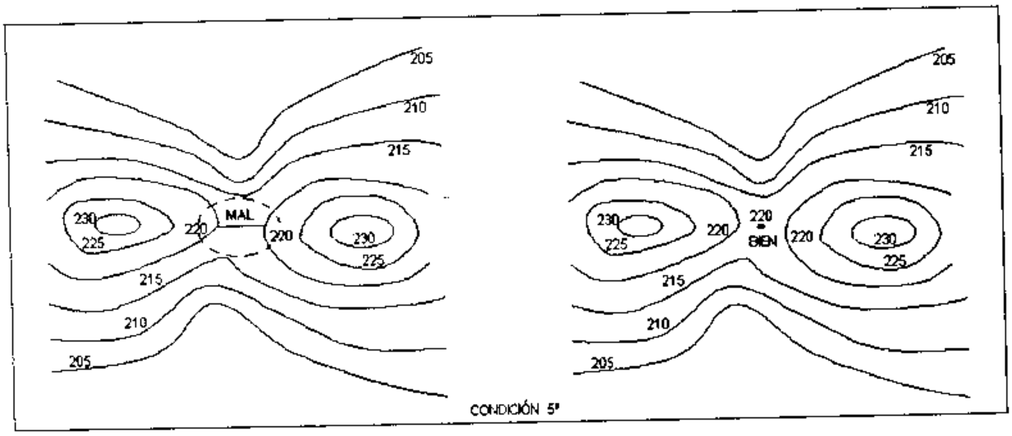
CONDICIONES 2ª y 3ª



CONDICIÓN 4ª



CONDICIÓN 6ª



CONDICIÓN 5ª

2. RELIEVES. FORMAS ELEMENTALES DEL TERRENO.

2.1. Relieves:

Los relieves son figuras semejantes a las que se trata de representar, con sus elevaciones y depresiones.

Además de la representación planimétrica, en los planos se exigen la representación altimétrica, con curvas de nivel a una equidistancia prefijada, que dependerá de la precisión requerida en la representación.

2.2. Formas elementales del terreno:

Los relieves del terreno se representan mediante curvas de nivel de formas más o menos complejas.

Los relieves más complicados están compuestos de formas más elementales de las que es interesante tener una idea clara de su representación.

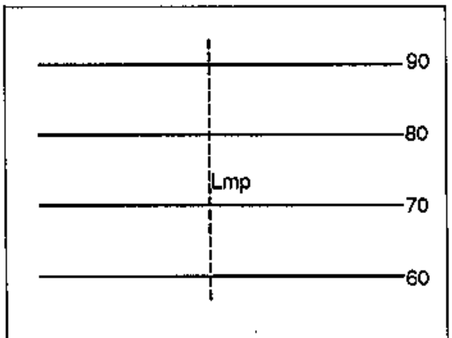
2.3. Cuestas:

Las cuestas son las formas elementales del terreno más sencillas, y pueden equipararse a un plano inclinado.

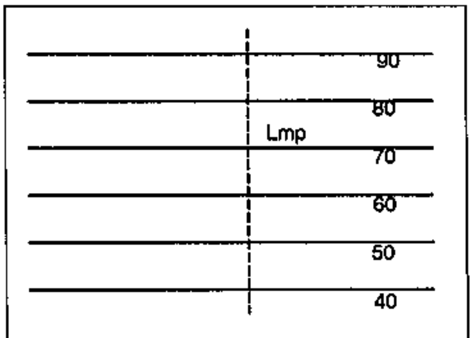
Las curvas de nivel se aproximan a líneas rectas paralelas y equidistantes.

La *línea de máxima pendiente* (Lmp) es la perpendicular a las curvas de nivel y la *pendiente* de una cuesta es la pendiente de su línea de máxima pendiente.

Dos cuestas representadas por curvas de nivel de igual equidistancia, es más pendiente la que tenga las curvas de nivel más próximas entre sí.



CUESTA DE MENOR PENDIENTE



CUESTA DE MAYOR PENDIENTE

2.4. Laderas. Tipos de laderas:

2.4.1. Laderas

La unión de dos o más cuestas da lugar a figuras más complejas que tiene distintas denominaciones según sea su unión.

La unión de dos o más cuestas a lo largo de una línea horizontal se denomina *ladera*; la línea de unión de ambas cuestas se llama *línea de cambio de pendiente.*

2.4.2. Tipos de laderas:

Cuando las laderas están formadas por dos cuestas pueden ser de dos tipos: *cóncavas* y *convexas*.

- Laderas cóncavas:

Son aquellas en las que la cuesta más baja es de menos pendiente que la cuesta más alta. Cuando la ladera está

Cuando la laderas está formada por más de dos cuestas pueden ser de tres tipos: *totalmente cóncavas, totalmente convexas* o *laderas cóncavo-convexas.*

- Laderas totalmente cóncavas:

  Son aquellas en las que, al ascender, las cuestas tiene cada vez mayor pendiente.

- Laderas totalmente convexas:

  Son aquellas en las que, al ascender, las cuestas tienen cada vez menos pendiente.

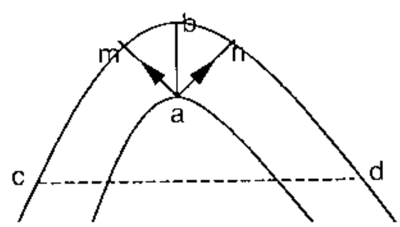
- Laderas convexo-cóncavas:

  Son aquellas en las que, al ascender, las cuestas tienen poca pendiente al comienzo, luego tienen mayor pendiente y al final pendiente menor.

2.5. Salientes y entrantes:

2.5.1. Salientes:

Los salientes son uniones de dos cuestas a lo largo de una línea inclinada, de forma que las curvas de nivel de menos cota envuelven a las de mayor cota.

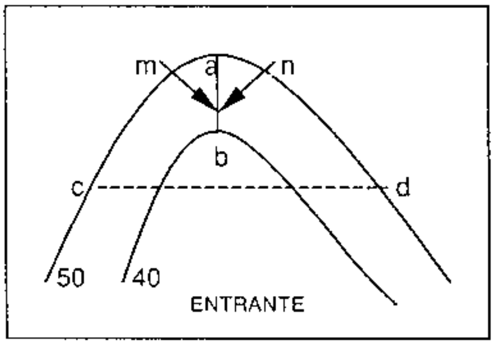


Para ir desde un punto a otro de la misma curva de nivel, pero de distinta cuesta, (desde c hasta d) hay que atravesar el terreno.

El agua caída en la línea a-b seguirá las líneas de máxima pendiente dividiéndose hacia m y hacia n.

2.5.2. Entrantes:

Loas entrantes son uniones de dos cuestas a lo largo de una línea inclinada, de forma que las curvas de nivel de mayor cota envuelven a las de menor cota.



Para ir desde un punto a otro de la misma curva de nivel, pero de distinta cuesta (desde c hasta d) hay que ir por el exterior del terreno.

El agua caída en cualquier punto m o n seguirá las líneas de máxima pendiente dirigiéndose hacia la línea a-b.

2.6. Vaguadas. Tipos de vaguadas:

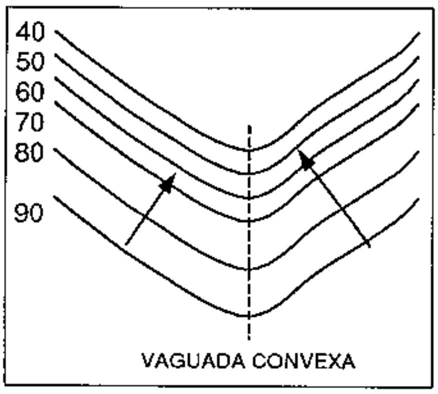
2.6.1. Vaguadas:

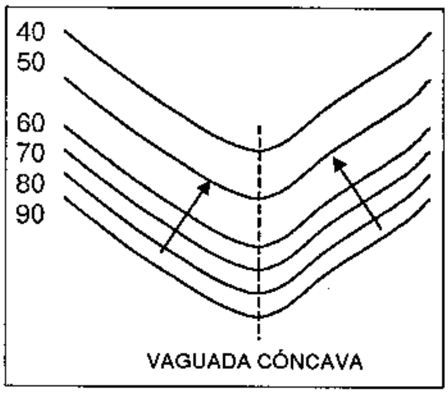
Las vaguadas son las intersecciones de dos laderas a lo largo de una línea inclinada de forma que la línea de intersección es el lugar por donde circulan las aguas.

Por tanto, el agua circulará desde los puntos m y n por las líneas de máxima pendiente hacia el punto p, siguiendo luego la línea a-b.

2.6.2. Tipos de vaguadas:

Las vaguadas pueden ser de dos tipos: cóncavas y convexas.





2.7. Divisorias. Tipo de divisorias:

2.7.1. Divisorias:

Las divisorias son las intersecciones de dos laderas a lo largo de una línea inclinada de forma que la línea de intersección es el lugar donde se dividen las aguas.

Por tanto, el agua de caída en dicha línea circulará por las líneas de máxima pendiente hacia los puntos m y n.

2.7.2. Tipos de divisorias

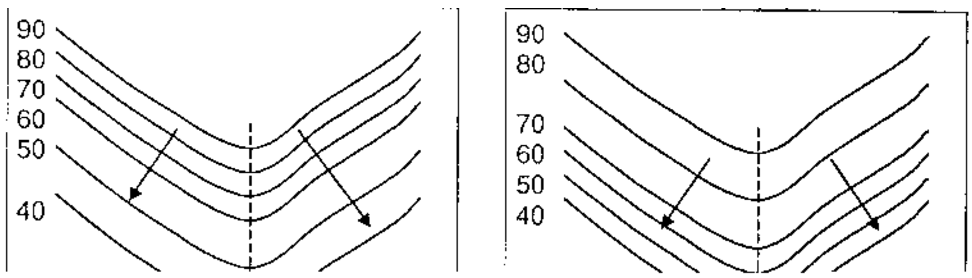
Las divisorias pueden ser de tres tipos: *cóncavas, convexas* e *indefinidas.*

- Divisorias cóncavas:

Son aquellas en las que las curvas de nivel se van juntando al ascender.

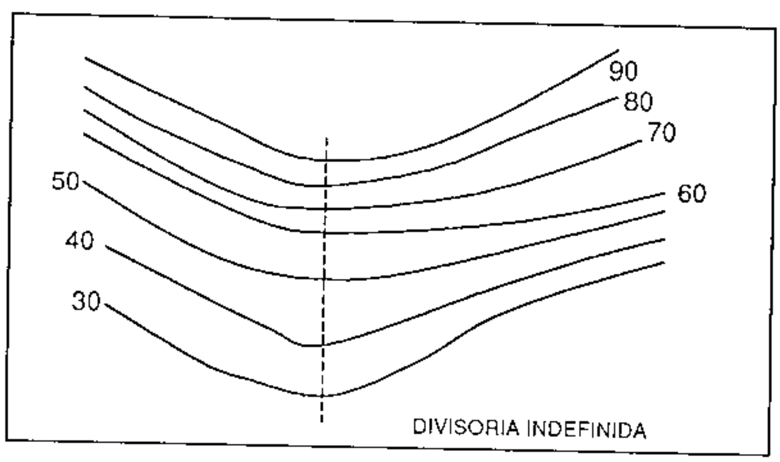
- Divisorias convexas:

Son aquellas en las que las curvas de nivel se van separando al ascender.



- Divisorias indefinidas:

Son aquellas en que las curvas de nivel, al ascender, se van juntando en una ladera, y se van separando en otra.



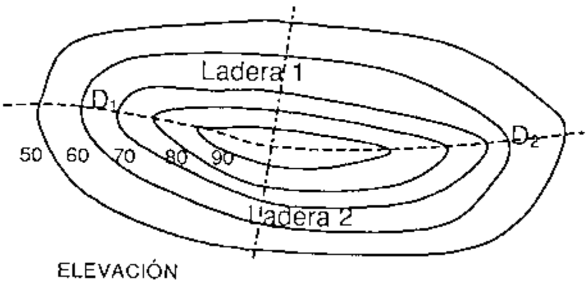
2.8. Elevaciones y depresiones:

2.8.1. Elevaciones:

Las elevaciones son las uniones de dos divisorias, de forma que las cuervas de nivel de igual valor coincidan.

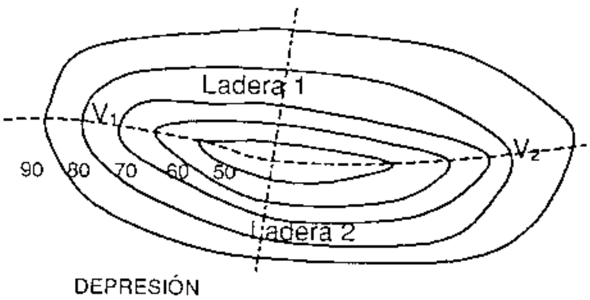
Las curvas de nivel son cerradas y las de menos cota envuelven a las de cota mayor.

Las superficies laterales son las laderas, llamadas también vertientes. Según su importancia,d e menor a mayor, reciben distintos nombres: *mogote, otero, cerro, colina, monte, montaña* y *pico*.



2.8.2. Depresiones:

Las curvas de nivel son cerradas y las de mayor cota envuelven a las de menor.



Las superficies laterales son las laderas, llamadas también vertientes. Según su importancia, reciben distintos nombres: barranco, sima, hoya.

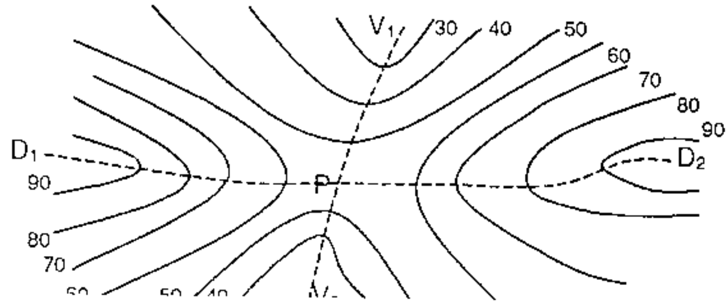
Si la depresión es de gran amplitud constituye un valle, y si el suelo es impermeable, al reunirse las aguas de sus laderas o vertientes forman lagunas o lagos.

2.9. Collados o puertos:

Los collados o puestos son las uniones de dos divisorias y dos vaguadas. El punto de unión P de las cuatro, es el punto más alto de las vaguadas y el más bajo de las divisorias.

Es, por tanto, el punto más bajo de las montañas que rodean un valle y el más alto por donde se comunican dos valles, y es el paso obligado de las carreteras para ir desde un valle a otro por ser el puntoo más bajo de las divisorias; por esta razón se le llama también puerto.

Las divisorias son P-D_1 y P-D_2 ; las vaguadas son P-V_1 y P-V_2. A partir de P, el terreno sube por las divisorias y baja por las vaguadas.



REALIZACIÓN E INTERPRETACIÓN DE PLANOS

1. REALIZACIÓN DE PLANOS

1.1. Trazado de curvas de nivel:

Una vez realizado el levantamiento del terreno, y obtenidas las cotas de todos los puntos, se procederá a elaborar el plano topográfico.

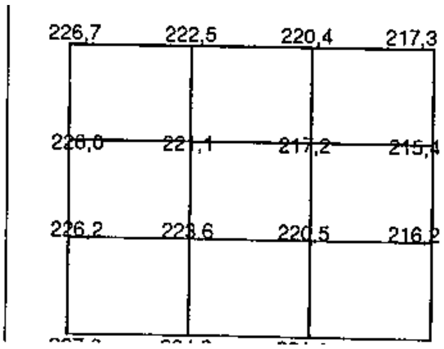
El terreno quedará perfectamente definido siempre que se formen las curvas de nivel que definen todos los accidentes del terreno.

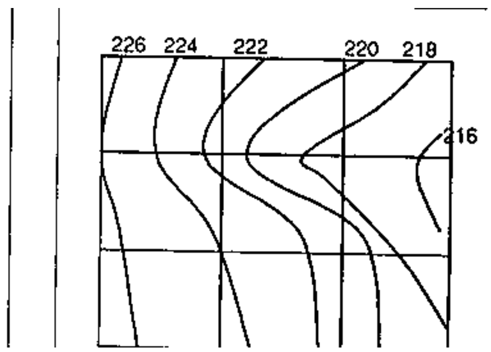
Para trazar las curvas de nivel es necesario conocer tanto la posición horizontal (planimetría) como las cotas (altimetría) de algunos puntos del terreno que previamente se han seleccionado.

Existen dos métodos para el trazado de las curvas de nivel: *por coordenadas* y *por puntos fundamentales.*

1.1.1. Trazado por coordenadas:

Se establece una cuadrícula en el terreno y se determinan las cotas de los puntos que forman esta cuadrícula, formando un sistema de puntos a partir de los cuales se pueden dibujar las curvas.



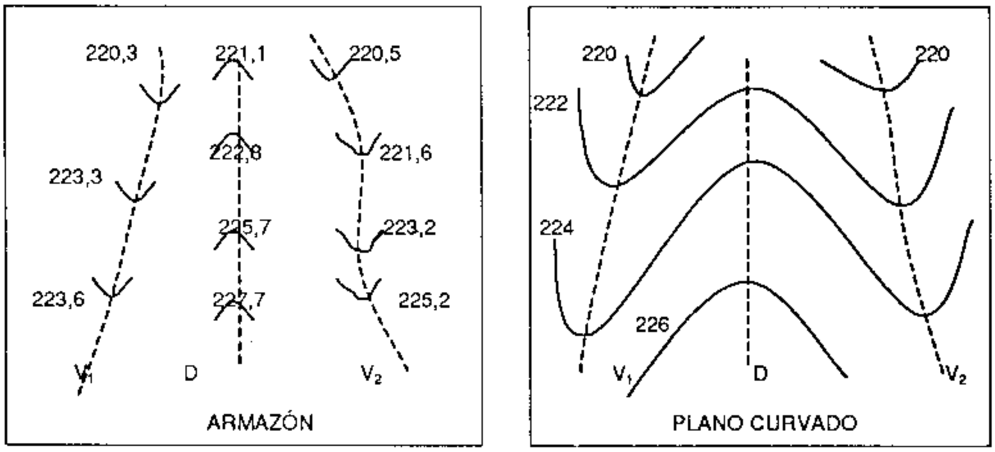


1.1.2. Trazado por puntos fundamentales:

Se localizan algunos puntos fundamentales correspondientes a divisorias, vaguadas, líneas de cambio de pendiente, líneas de rotura, cimas, etc., y se trazan así los ejes o líneas fundamentales que coinciden con la superficie del terreno.

De esta forma se obtiene una armazón que ayuda a realizar el croquis y más tarde a realizar el plano.

Líneas de rotura, son las líneas del terreno que constituyen cambios bruscos en el moldeado del relieve.



1.2. Interpolación de las curvas de nivel:

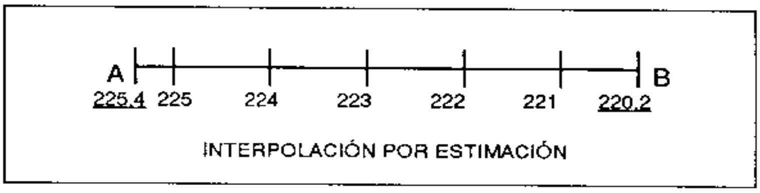
Los valores obtenidos para las cotas de los puntos, en general, no son valores enteros, y por tanto, es necesario interpolar entre los valores de las cotas obtenidas para obtener los valores que corresponde a las curvas de nivel.

La interpolación puede hacerse de tres formas: *por estimación, por cálculo* y *mediante isógrafos* (gráficamente).

1.2.1. Interpolación por estimación:

Cuando la precisión que se requiere es pequeña, o cuando el terreno es bastante uniforme, o bien cuando la escala del plano es pequeña o intermedia, la interpolación puede realizarse estimando los valores "a ojo".

La interpolación entre dos puntos A y B de las cotas 225,4 m y 220,2 m respectivamente, para obtener los puntos de cota entera con equisdistancia 1m, aparece en la siguiente figura..



1.2.2. Interpolación por cálculo:

Cuando la precisión requerida es grande, o la escala del plano es grande, la interpolación se realiza por cálculo numérico.

Para ello, además de las cotas de los puntos, debe conocerse la distancia entre ellos; de esta forma se calcula la pendiente entre dichos puntos, y mediante ellos se calcula la posición exacta del punto de la cota que interesa.

La interpolación entre los puntos A y B anteriores, distantes entre sí 104,0 m, se realiza de la forma siguiente:

Distancia reducida entre A y B: $D_{AB} = 104\ m$

Desnivel entre A y B: $z = Z_A - Z_B = 225{,}4 - 220{,}2 = 5{,}2\ m$

Pendiente entre A y B: $p = z / D_{AB} = 5{,}2/104 = 0{,}05 = 5\%$

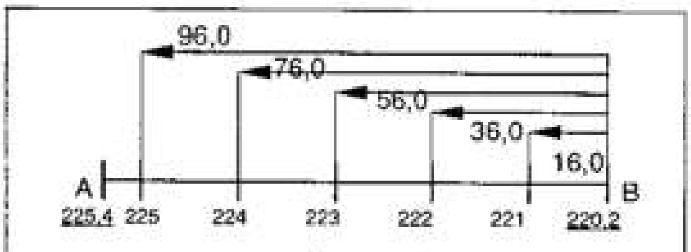
Distancia a la cota 221m : $D_1 = z_1 / p = (221\text{-}220{,}2) / 0{,}05 = 16{,}0\ m$

Distancia a la cota 222m : $D_2 = z_2 / p = (222\text{-}220{,}2) / 0{,}05 = 36{,}0\ m$

Distancia a la cota 223m : $D_3 = z_3 / p = (223\text{-}220{,}2) / 0{,}05 = 56{,}0\ m$

Distancia a la cota 224m : $D_4 = z_4 / p = (224\text{-}220{,}2) / 0{,}05 = 76{,}0\ m$

Distancia a la cota 225 m : $D_5 = z_5 / p = (225\text{-}220{,}2) / 0{,}05 = 96{,}0\ m$



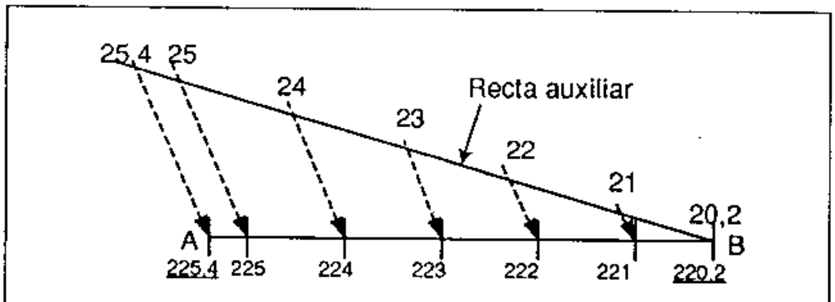
INTERPOLACIÓN POR CÁLCULO

1.2.3. Interpolación gráfica:

Para realizar este tipo de interpolación pueden considerarse dos casos según que las curvas a interpolar sean entre pocos o entre muchos puntos.

Si los puntos a interpolar son poco, la interpolación puede realizarse ¿??

La interpolación entre los puntos A y B anteriores, se realiza como sigue:

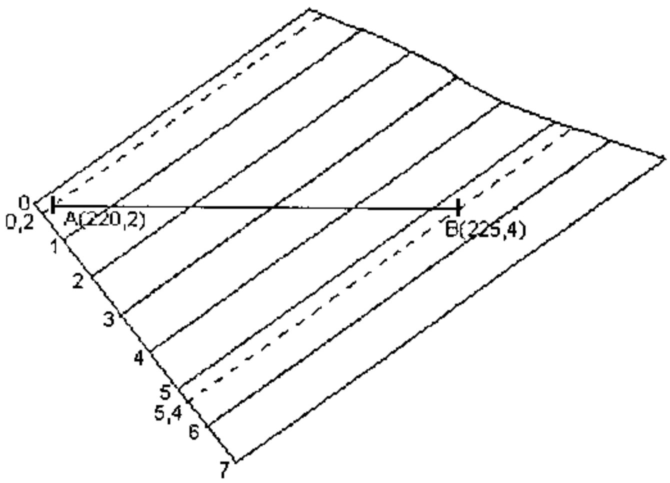


INTERPOLACIÓN GRÁFICA (ISÓGRAFO)

Si los puntos a interpolar son muchos, es más rápido y menos complicado usar una escala proporcional, que se construye en papel vegetal (transparente) marcando líneas paralelas a una escala adecuada.

La escala se coloca sobre los puntos A y B de forma que la diferencia de cotas entre ambos sea la adecuada. Las cotas buscadas son las intersecciones con las líneas 1, 2, 3, 4, 5.

Desnivel entre los puntos A y B: z = 5,4-0,2 = 225,4 – 220,2 = 5,2 m



2. LECTURA DE PLANOS

2.1. Cota de un punto:

Una vez dibujadas las curvas de nivel en el plano, se presentan problemas de interpretación de las mismas, siendo el primero de ellos la determinación de al cota de cualquier punto del plano.

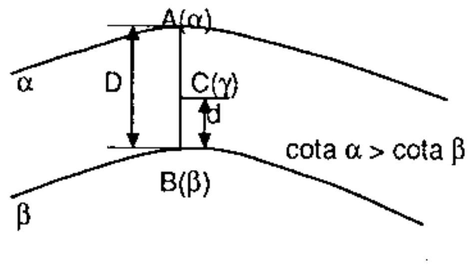
2.1.1. Punto situado sobre una curva:

La cota del punto es la misma que la cota de la propia curva de nivel.

2.1.2. Punto situado entre dos curvas:

La cota del mismo se determina haciendo pasar por él la ¿? Rectilínea de la zona, que deberá coincidir con la línea de máxima pendiente.

Al limitar dicha línea por dos curvas de nivel el problema se reduce a determinar la cota de un punto situado en una recta en la que se conocen las cotas de sus extremos.



Sea: C el punto de cota γ desconocida

A y B puntos de cotas α y β conocidas

D = distancia reducida entre A y B

d = distancia reducida entre C y B.

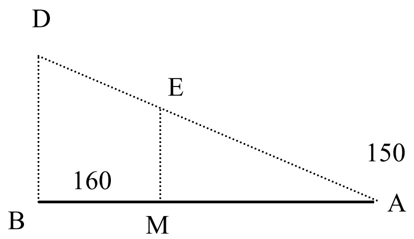
Pendiente entre los puntos A y B: $p = z_a^b / D = (\alpha - \beta) / D$

Desnivel entre los puntos B y C: $z_b^c = pd = d\,(\alpha - \beta) / D$

Cota del punto C: $\gamma = \beta + z_b^c = \beta + d\,(\alpha - \beta) / D$

Supongamos que el punto M, cuya cota se quiere determinar, y que está situado entre las curvas 150 y 160 de un plano de escala 1:5.000.

Se trazará la normal a las curvas de nivel que pasa por el punto M; es decir, la proyección de la línea de máxima pendiente, siendo esta recta la base de un triángulo rectángulo cuya altura es BD, o sea, la equidistancia, y lo que se busca el valor de ME. Observando la figura vemos que se forman los triángulos rectángulos semejantes, el ABD y el AME, en los que podemos establecer:



$$\frac{BD}{ME} = \frac{AB}{AM} \; ; \quad ME = \frac{BD \cdot AM}{AB}$$

Supongamos que AB = 0.45m., AM = 0.38m y la equidistancia 10:

$$\frac{0.45}{0.38} = \frac{10}{x} \; ; \quad x = \frac{10 \cdot 0.38}{0.45}$$

Por tanto, la cota de M será 150 + 8.4 = **158.4 metros.**

De la figura se deduce el procedimiento gráfico para hallar la cota o altitud de un punto: Trácese sobre el plano la recta AB, proyección de la máxima pendiente; levántese la perpendicular BD igual a la equidistancia gráfica y después la ME, que encontrará la recta AD, hipotenusa del triángulo ABD, en el punto. El valor de ME, sumado a la cota de A nos dará la cota del punto E.

2.2. Señalar en un plano un punto de una cota dada:

Para este caso se establecerá la misma proporción que en el caso anterior solamente que ahora la incógnita será la longitud AM, en lugar de ME, y que previamente en el plano habrá de marcar la zona dentro de la cual se nos pide el señalamiento del punto de cota dada, con objeto de elegir las curvas de nivel cuyas cotas comprenden la fijada.

2.3. Determinación de la diferencia de nivel entre dos puntos del plano:

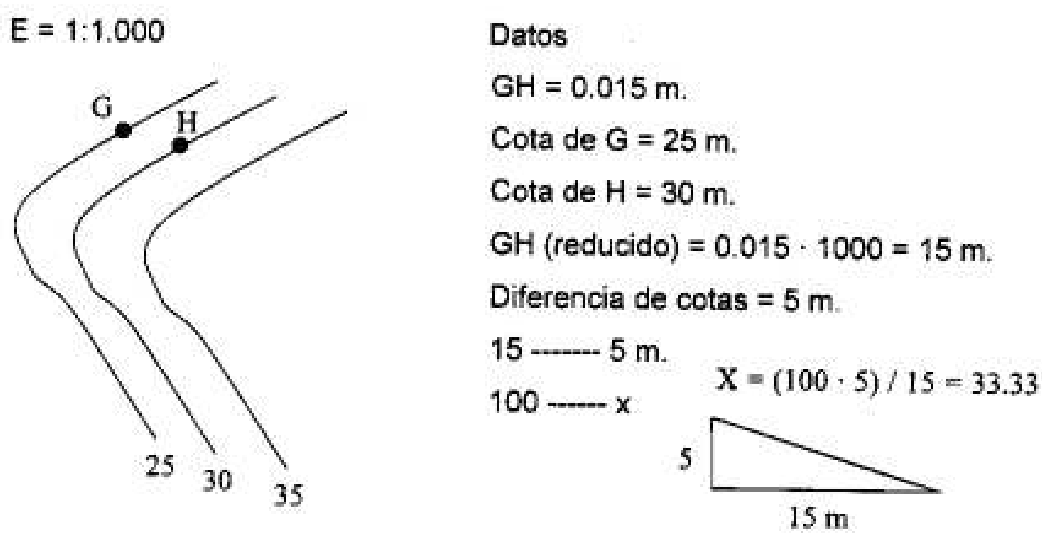
Si tenemos dos puntos en el plano y queremos conocer la diferenciad e nivel entre ellos, bastará hallar su diferencia de cotas.

2.4. Pendiente:

La realización del inventario geomorfológico (de formas del terreno) exige la medición de una serie de datos directamente deducibles de los planos topográficos como son la pendiente y la exposición.

La pendiente es la inclinación de un terreno respecto aun plano horizontal; con la ayuda de un plano topográfico se puede determinar la pendiente por cualquier procedimiento basado en las distancias entre curvas de nivel.

Por ejemplo, hallar en tanto por ciento la pendiente entre los puntos G y H de la figura sobre las curvas de nivel de 25 y 30.



En función de la pendiente el terreno se divide en llano, ondulado, montañoso y escarpado.

2.4.1. Mapa de pendientes:

- Cuadrícula pendientes medias
- Diapasón de pendientes

Da una correspondencia entre valores de pendiente y distancia entre curvas de nivel.

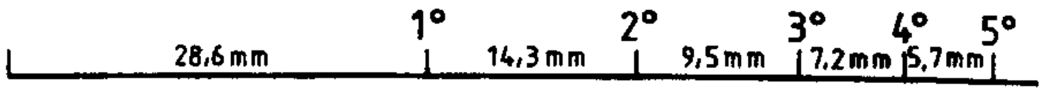


Fig. 5.6. — Diapasón de pendientes para un plano a E = 1/10.000 y equidistancia de 5 metros.

2.4.2. Líneas de pendiente dada:

En un plano de curvas de nivel pueden trazarse líneas de pendiente ¿??

Si la pendiente dada es p, y el desnivel entre dos curvas es, e = α – β, la distancia reducida del segmento buscado es igual al desnivel dividido por la pendiente:

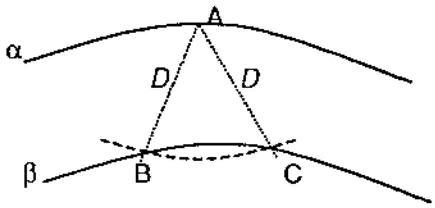
$$D = e / p = (\alpha - \beta) / p$$

Se traza desde el punto A un arco de radio D, pudiendo ocurrir tres casos:

(a) Si el arco no corta a la curva de nivel, el problema no tiene solución.

(b) Si el arco es tangente a la curva de nivel, tiene una solución única.

(c) Si el arco corta a la curva de nivel en dos puntos, hay dos soluciones.



LÍNEAS DE PENDIENTE DADA

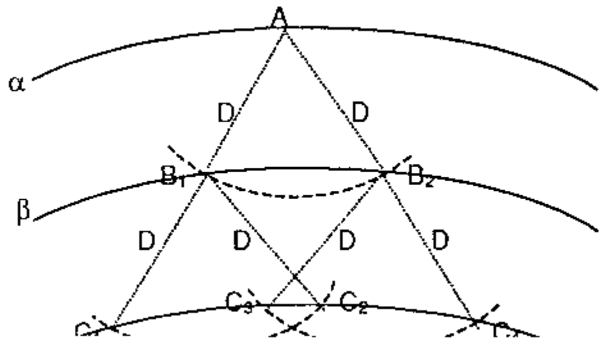
Cuando la máxima pendiente del terreno sea menor que la pendiente pedida, el problema no tiene solución, ya que el radio D no cortará a ninguna curva de nivel.

2.4.3. Caminos de pendiente dada:

A partir del trazado de líneas de pendiente dada, pueden trazarse caminos de pendiente dada, bien entre puntos determinados o entre puntos cualesquiera.

- Trazado entre puntos cualesquiera:

En este caso el problema tiene varias soluciones



Se determina en primer lugar la distancia reducida que corresponde a la pendiente dada p, dividiendo la equidistancia e por dicha pendiente: D = e / p.

A continuación, con centro en el punto A, situado en la curva de nivel α, se traza un arco de radio D, que determina, en la curva de nivel β, los puntos de corte B_1 y B_2.

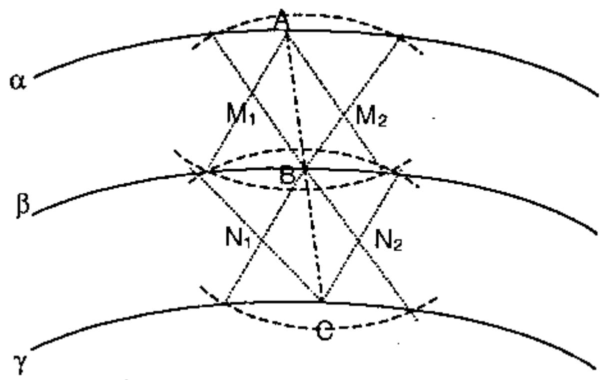
Con centro en los puntos B_1 y B_2 y radio D, se obtienen, en la curva de nivel γ, los puntos C_1, C_2, C_3 y C_4.

Cualquiera de los caminos A-B_i-C_i, elegidos tiene la pendiente p dada.

- Trazado entre puntos fijos de comienzo y final:

En este caso el problema tiene una solución única.

Se traza la recta auxiliar A-C, que une los puntos inicial y final, determinando el punto B en la curva β.



COMIENZO Y FINAL EN PUNTOS FIJOS

Se determina la distancia D correspondiente a la pendiente dada, D = e / p; con centro en A se traza el arco de radio D que corta la curva β, y con centro en B otro arco de igual radio que corta a la curva α. A partir de A se trazan los segmentos entre esta curva α y la β, e igualmente desde B entre β y α, que se cortan en M_1 y M_2.

De forma análoga se procede entre las curvas β y γ, determinando los puntos N_1 y N_2.

Cualquiera de los caminos A-M_i-B-N_i-C elegido tiene la pendiente p dada, con lo cual se obtienen varias soluciones del problema, escogiendo la que más se adapte a las necesidades requeridas, o la que menos dificultades presente en su trazado.

EJERCICIOS:

1. La equidistancia de un mapa a escala 1:50.000 es de 20m. ¿qué pendiente hay en una ladera cuyas curvas de nivel distan entre sí 8mm?

8mm*50.000 = 400.000mm = 400m.

$$\left.\begin{array}{l} 400 \text{ ——— } 20 \\ 100 \text{ ——— } x \end{array}\right\} X = 5\%$$

2. Las curvas de nivel de cotas 150 y 160 tienen una separación de 48 mm. Es una zona del mapa en la que la pendiente es del 4%. Averiguar la escala.

$$\left.\begin{array}{l} 4 \text{ ——— } 100 \\ 10 \text{ ——— } x \end{array}\right\} X = 250\text{m}$$

250.000 mm ——— 48mm

x ——— 1mm

X= 5208.33

3. Si la equidistancia en un mapa a escala 1:25.000 es de 10 m, la pendiente es una ladera cuyas curvas de nivel distan 12mm será:

12*25.000=300m pte = (10 /300)*100= 3,3%

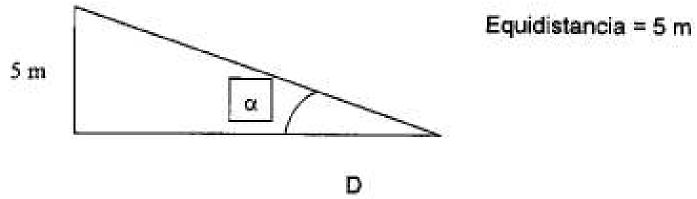
4. Cota de un punto en un plano.

AB = 0.45 m.
AM = 0.38 m.

$$\frac{0.45}{0.38} = \frac{10}{X} \Rightarrow X = 8.4\ m$$

2.4.4. Construcción de un camino con pendiente uniforme:

Determino la distancia D para que la pendiente α no supere un valor, por ejemplo el 20%.



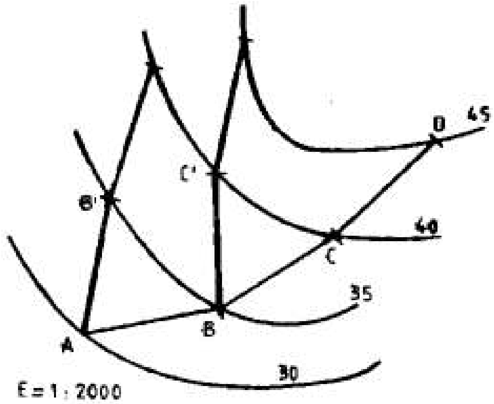


Fig. 5.13. — Construcción de un camino de pendiente uniforme.

2.5. Estructura territorial:

Se entiende por estructura territorial la distribución de los asentamientos humanos y la disposición de los elementos artificiales y usos del suelo que configuran al territorio.

La forma en que se distribuyan los asentamientos humanos proporciona una idea acerca de lo dispersa o concentrada que se encuentra la población dentro de una zona.

El grado de dispersión se puede medir utilizando una serie de índices como el siguiente:

$$R = 2 \cdot 1.80 \sqrt{(N / S)}$$

R = índice de dispersión.

N = número de núcleos en el área considerada.

S = superficie del área que se considera.

Su cálculo se hace para un área determinada, por ejemplo, términos municipales.

El índice R toma valores comprendidos entre 0 y 2.15 y su significado es el siguiente:

Valor 0: concentración absoluta

Valor 1: dispersión aleatoria o al azar.

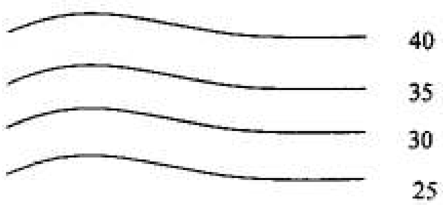
Valor 2.15: dispersión ordenada.

La clasificación de la estructura territorial se puede basar también en otro tipo de índices, como aquellos que hacen referencia al número de núcleos por Km^2, a la distribución de los núcleos según las distintas zonas de altitud donde se sitúan, etc.

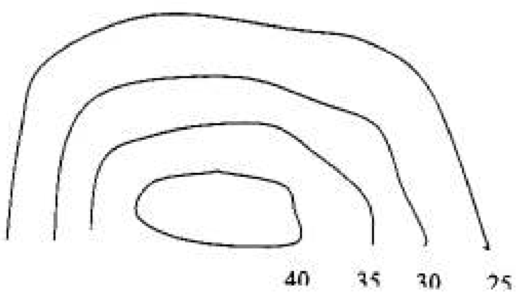
2.6. Exposición:

Se llama exposición a la posición de una superficie respecto a los puntos cardinales y se deduce directamente por observación del plano topográfico.

Las exposiciones se pueden clasificar en: *solana, umbría* y *todos los vientos,* o bien en: *Norte, Sur, Este, Oeste* o combinación de estos.



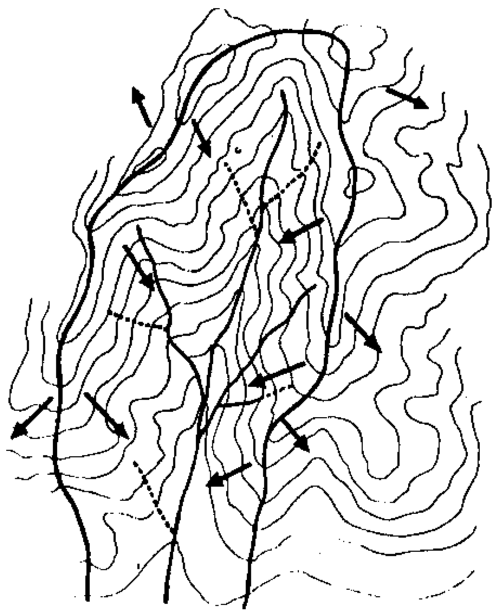
Ladera de orientación sur



Ladera de orientación norte

2.7. Hidrografía:

El contorno de la cuenca hidrográfica (superficie de terreno en la que se recogen las aguas que vierten a un río) se pueden delimitar directamente sobre el plano topográfico, marcando las divisorias topográficas, dicho contorno corta ortogonalmente a las curvas de nivel, bien en la parte cóncava cuando disminuye la altitud o por la convexa cuando aumenta.



Si se toma la cuenca hidrográfica como unidad de trabajo, se puede clasificar atendiendo a la ramificación y densidad de la red de drenaje (red formada por el conjunto de todos los cursos de agua de una cuenca) mediante la utilización del siguiente índice:

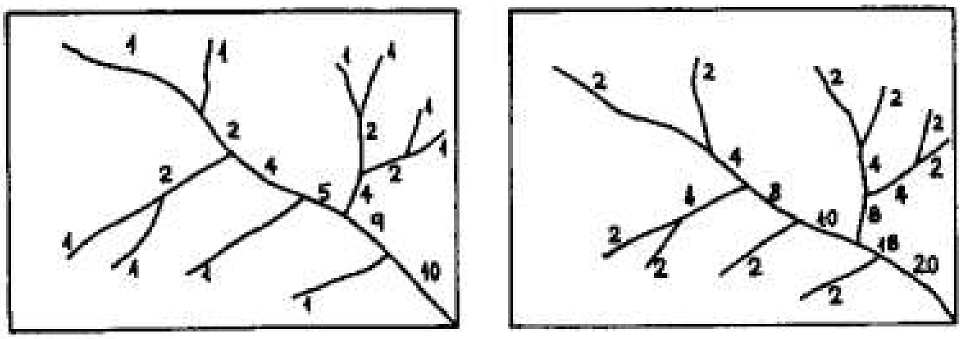
$$I_D = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i \, l_i}{S}$$

C_1 = peso del tramo de orden i.

l_i = longitud total de los tramos de orden i.

S = superficie de la cuenca.

Su aplicación exige la clasificación previa de los tramos en categorías.



También se puede emplear el siguiente índice de ramificación:

$IR = N / S$ $\quad$ N = número total de ríos de la cuenca

2.8. Accesibilidad

La accesibilidad es el grado de intercomunicación existente entre los núcleos o asentamientos que se hallan en el área que se está estudiando.

La accesibilidad se puede medir, como los aspectos anteriores, a través de índices deducibles directamente de la base topográfica; de entre ellos cabe destacar los siguientes:

2.8.1. Índice de densidad:

I_d = (nº de caminos) / (nº de asentamientos)

2.8.2. Índice de distribución:

$$I_d = \frac{1.5\, I_1 + I_2 + 0.4\, I_3}{S}$$

I_1 = longitud de carreteras de más de 6m con firme asfaltado.

I_2 = longitud de carreteras entre 4 y 6m con firme asfaltado.

I_3 = longitud de carreteras de menos de 4m con firme no asfaltado.

2.9. PERFILES

Se llama perfil de un terreno a la línea irregular que delimita la intersección de un plano vertical con la superficie del terreno. La línea del plano definida por los puntos que limitan el perfil se llama directriz y la línea horizontal de comparación sobre la que se construye el perfil, base.

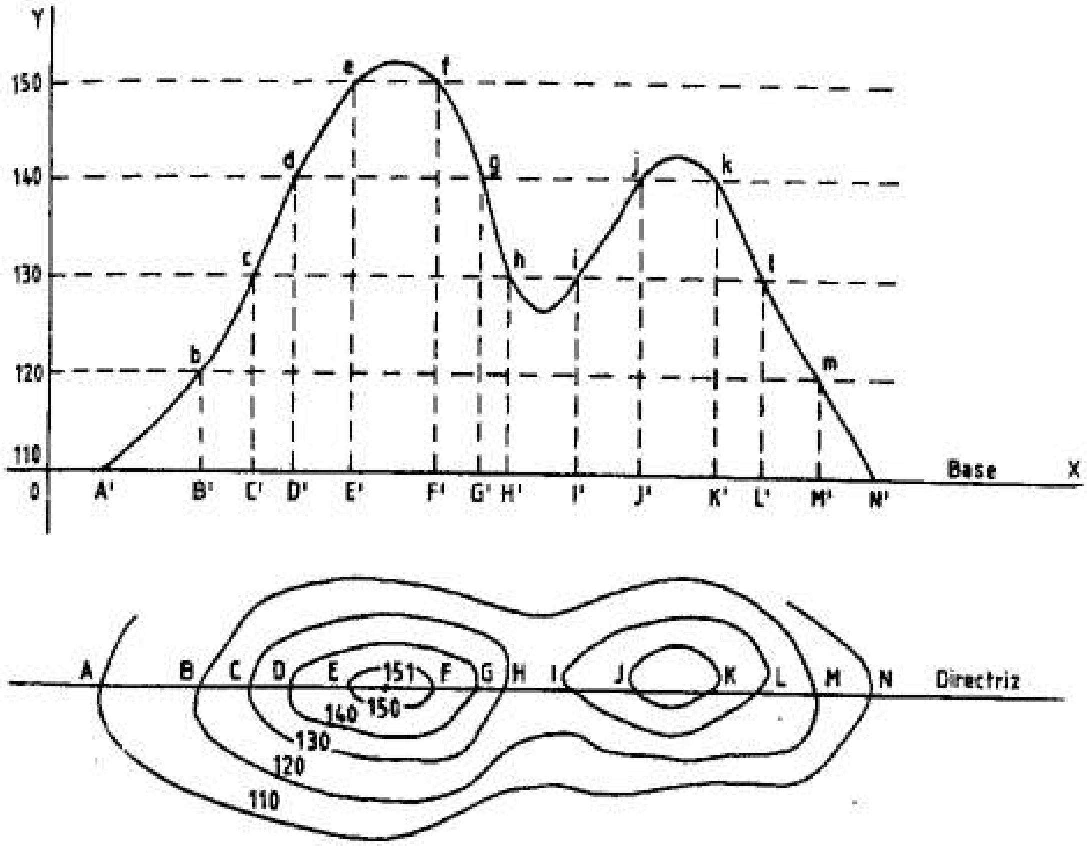


Fig. 5.15. — Perfil de un terreno.

2.9.1. Perfiles obtenidos sobre mapa

Para obtener de forma detallada perfiles y secciones verticales se requiere un levantamiento topográfico a lo largo de su alineación, aunque para un conocimiento previo o aproximado, pueden dibujarse a partir de las curvas de nivel. El eje OX es el "plano de comparación", que debe ser más bajo que cualquiera de los puntos del perfil; el eje OY marca la escala de alturas según la equidistancia de curvas que se tenga.

Una vez medidas las distancias desde el origen del perfil hasta la intersección con las distintas curvas de nivel, se llevan estas distancias sobre el eje OX y desde él se trazan perpendiculares hasta alcanzar la altura que según el eje OY le corresponda.

Con trazas rectas, la medida de distancias puede hacerse fácilmente, sin embargo, con un perfil de traza curva la obtención es más laboriosa, y podemos utilizar varios métodos para hallar la distancia entre dos puntos sucesivos:

- Adaptar el borde de un papel sobre la curva hasta hallar la distancia rectilínea entre los puntos.

- Colocar un hilo o alambre sobre la curva, donde se marca los puntos dados y luego se mide.

- Trazar varios arcos con un compás, lo más cortos posible, del principio al final de la curva que se quiere rectificar.

- Emplear un curvímetro, que consiste en una rueda engranada con un índice circular que señala las distancias rodadas.

Uniendo así los puntos, obtenemos una poligonal que es la primera fase del perfil buscado, donde podemos encontrar dos o más puntos seguidos en la misma curva de nivel, que darán tramos horizontales en el perfil.

La segunda fase consiste en hallar los puntos máximos y mínimos relativos, que corresponden a la intersección con divisorias y vaguadas. Estos puntos se colocan igual que las intersecciones con las curvas de nivel hallando, aproximadamente, su cota por interpolación. Así desaparecen los falsos tramos horizontales, obteniéndose un perfil de segmentos rectilíneos.

La tercera fase entra en el dibujo de formas del terreno y consiste en sustituir la línea poligonal por una línea curva que pase por todos sus vértices.

Con este procedimiento, el perfil queda a igual escala horizontal que está en el plano; si necesitamos dibujarlo a una escala distinta, debemos establecer una relación de distancias que puede ser sencilla, como el caso de un perfil horizontal 1:5 000 partiendo de un plano 1:10 000, donde las distancias del perfil serán el doble que en el mapa; o un perfil 1:100 000 partiendo de un plano 1:50 000, donde las distancias serán la mitad.

Otras veces la relación no es tan sencilla y habría que razonar que a una escala 1/N una distancia d sobre el mapa corresponde a una distancia d-N, y que a otra escala 1lT, mediría d-NlT; es decir, hay que multiplicar y dividir por el cociente de denominadores de las escalas.

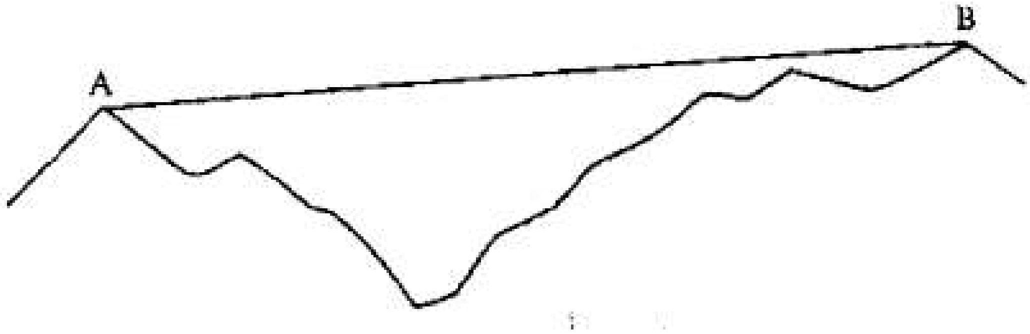
Existen juegos de escalas, tanto en forma de escalímetros como de reglas sueltas, que simplifican esta operación. Basta medir sobre el mapa con la escala correspondiente a su denominador, leyendo así distancias.

En muchos casos conviene tomar escalas diferentes en los ejes, pero el método es el mismo.

2.9.2. Aplicaciones de los perfiles:

2.9.2.1.Visibilidad:

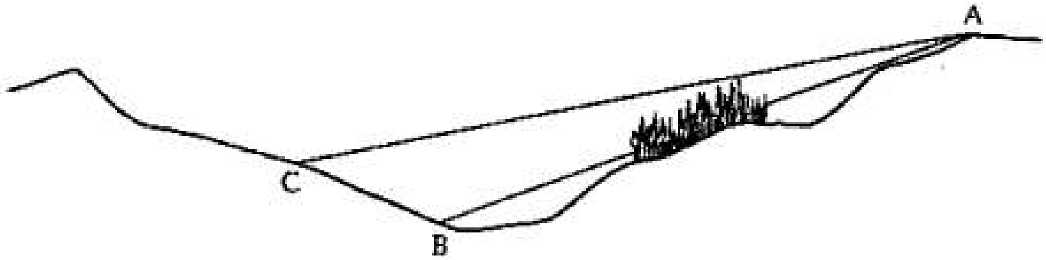
La determinación de posibilidades de visibilidad entre dos puntos es muy útil en proyectos de triangulación, porque permite conocer las posibilidades de los puntos sin tener que llegar hasta ellos para comprobarlas. No es necesario dibujar todo el perfil, bastando con trazar el eje horizontal y levantar sobre los puntos más elevados sus alturas correspondientes.



-Proyectos de carreteras.

- Movimientos de tierras.

- Capacidad de un embalse



2.9.2.2.Perfiles geológicos:

Son secciones verticales del terreno que indican la forma del suelo y la constitución de las capas del subsuelo, basándose en datos de los mapas geológicos.

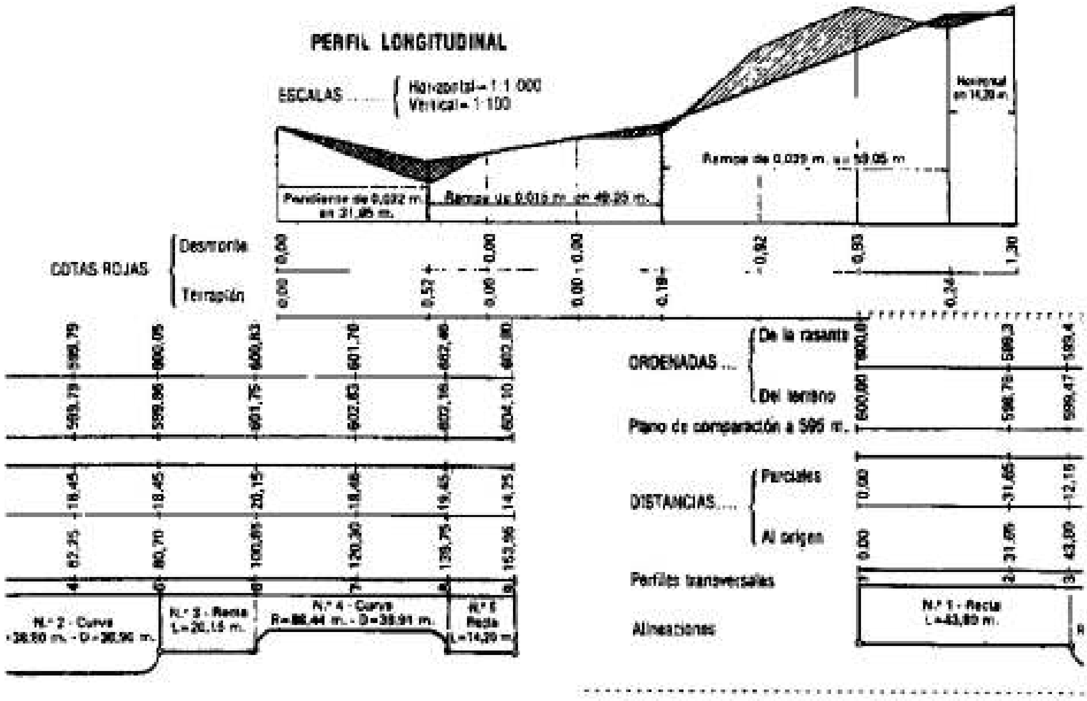
2.9.2.3.Perfiles topográficos:

Cuando las obras lo requieren, se recurre al levantamiento topográfico de la alineación necesaria, y a la nivelación de la misma, dando cota a todos sus puntos de inflexión; a partir de las cuales se dibuja el perfil.

2.9.2.4.Proyecto de carreteras o canales:

La diferencia entre estos dos tipos de proyectos es que las carreteras admiten pendientes ascendentes y descendentes, mientras que los canales son sólo descendentes y sus pendientes son mucho menores. En ambos casos al dibujo del perfil se superpone el previsto para la obra (rasante), que en algunos lugares coincidirá con el primero o quedará más alto o más bajo.

Para relacionar más fácilmente el perfil con el plano de la zona se añade un cuadro numérico en el que aparecen varios datos, tales como las distancias de cada punto al origen y las parciales entre ellos, las altitudes de los puntos de los perfiles de terreno y obra, y las diferencias entre ellas, distinguiendo las de distinto signo (desmonte y terraplén).



Estos perfiles se complementan con secciones perpendiculares, llamados "perfiles transversales". Estos perfiles transversales se dibujan a intervalos previstos y en los puntos notables, acusan el corte de los desmontes y terraplenes que se dibujan en ellos de acuerdo con el talud previsto para sus lados.

2.9.2.5.Movimiento de tierras:

Conocidos los perfiles transversales y las distancias que los separan, el cálculo del volumen de tierra comprendido entre ellos permite conocer la cantidad de material que es necesario desmontar o terraplenar. Desde el punto de vista económico lo ideal es que el volumen desmontado sea igual al terraplenado para que los desplazamientos y los portes sean mínimos. El cálculo de volúmenes se hace por fórmulas aproximadas.