

CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

 S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

MECÁNICA

- **Cinemática:** Es la parte de la mecánica que se ocupa del estudio del movimiento de los objetos haciendo abstracción de las causas que lo producen o modifican.
- **Dinámica:** Es la parte de la mecánica que se ocupa del estudio de las fuerzas como causas que producen o modifican el movimiento de los objetos.
- **Estática:** Es la parte de la mecánica que se ocupa del estudio del estado de reposo de los objetos sometidos a fuerzas.

 S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

PRIMERAS DEFINICIONES

PARTÍCULA MATERIAL

Denominamos partícula material a un objeto de masa finita y que no tiene dimensiones. Es decir, sus dimensiones se pueden asimilar a las de un punto geométrico.



PRIMERAS DEFINICIONES

ESPACIO ABSOLUTO

No obstante existir problemas de coherencia, es necesario aceptar como hipótesis básica de la mecánica newtoniana que el espacio es absoluto, homogéneo e isótropo, constituyendo así el marco fijo donde tienen lugar todos los fenómenos.

En este espacio absoluto newtoniano las medidas también tienen carácter absoluto.

Independientemente de su estado de movimiento, dos observadores distintos miden la misma distancia entre dos puntos A y B del espacio.



PRIMERAS DEFINICIONES

TIEMPO ABSOLUTO

El tiempo es absoluto en cuanto que también tiene una existencia propia independiente del observador. Transcurre de la misma forma en todo el espacio, independientemente de la medida que de él hagamos.

Newton en su libro tantas veces mencionado escribió: "El tiempo absoluto, real y matemático, por sí, desde su propia naturaleza discurre igualmente sin relación con ninguna cosa externa, y por otro nombre se le llama duración"



PRIMERAS DEFINICIONES

SISTEMAS DE REFERENCIA

Queremos describir el movimiento **real** de un objeto en función de sus cambios de posición en intervalos de tiempo conocidos. Es decir, debemos saber dónde está y en qué instante. Para ello hay que referir la posición del objeto a algo que esté en reposo.

Ese "algo" es lo que llamaremos sistema de referencia y, consideraremos que está fijo o que tiene un movimiento conocido.



PRIMERAS DEFINICIONES

REPOSO Y MOVIMIENTO

Diremos que un objeto está en reposo con respecto a un determinado sistema de referencia cuando sus coordenadas en ese sistema de referencia no son funciones del tiempo.

En caso contrario diremos que está en movimiento.



PRIMERAS DEFINICIONES

COORDENADAS

Coordenadas de un sistema físico son el conjunto de parámetros necesario para determinar, en cada instante, la posición en el espacio de todas las partes que componen el sistema.



PRIMERAS DEFINICIONES

COORDENADAS

Por ejemplo, si el sistema es una única partícula material y su movimiento lo estamos refiriendo a un sistema de referencia cartesiano, necesitaremos tres parámetros $(x(t),y(t),z(t))$ para tener determinada su posición en cada instante.

Estos parámetros son longitudes en este caso, pero no necesariamente siempre. Si utilizásemos un sistema de referencia en coordenadas esféricas, los tres parámetros serían una longitud y dos ángulos.



DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA MATERIAL EN UN SISTEMA DE REFERENCIA CARTESIANO



ECUACIONES PARAMÉTRICAS DEL MOVIMIENTO

La posición de una partícula material en el espacio, en función del tiempo, se puede conocer si se conocen sus coordenadas, $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, en un determinado sistema de referencia.

Estas tres funciones son las ecuaciones paramétricas del movimiento

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

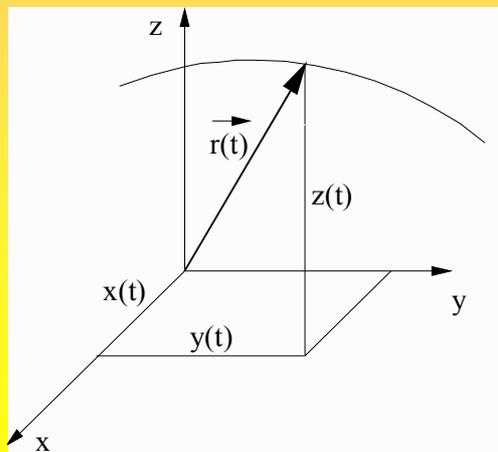
$$z = z(t)$$



VECTOR DE POSICIÓN

Vector con origen en el origen de coordenadas y componentes las ecuaciones paramétricas

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$



TRAYECTORIA

Lugar geométrico de las sucesivas posiciones que la partícula va ocupando en el espacio a lo largo de su movimiento.

Eliminando el tiempo entre las tres ecuaciones paramétricas, se obtiene la ecuación analítica de la trayectoria

$$f_1(x,y,z) = 0$$

$$f_2(x,y,z) = 0$$

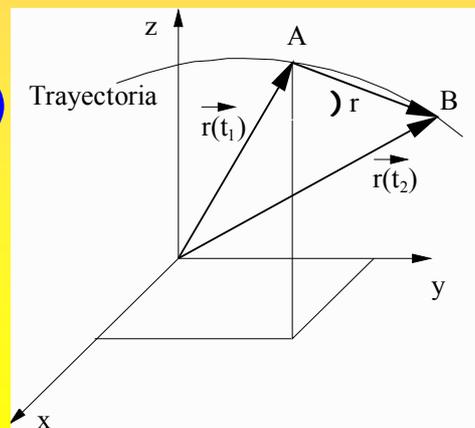
que será, en general, una curva alabeada en el espacio.



VECTOR DESPLAZAMIENTO

Se llama **vector desplazamiento** entre dos posiciones de la partícula, consecutivas en el tiempo, a un vector con origen en la primera posición y extremo en la segunda

$$\Delta \vec{r} = \overrightarrow{AB} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$$



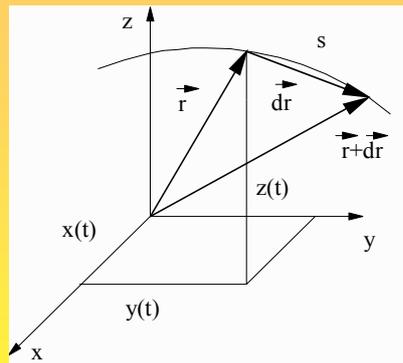
VECTOR VELOCIDAD MEDIA

Se define la velocidad media de la partícula entre dos instantes t_1 y t_2 (equivalentemente, entre las posiciones A y B) como un vector que es el cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo empleado por la partícula en pasar de una posición a otra

$$\vec{V}_M = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

VECTOR VELOCIDAD INSTANTÁNEA

La velocidad instantánea de la partícula en el instante t_1 se define como el límite de la expresión anterior cuando t_2 está infinitamente próximo a t_1 , es decir



$$\vec{v} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

COMPONENTES DEL VECTOR VELOCIDAD

Derivando con respecto al tiempo la ecuación

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

y teniendo en cuenta que los versores del sistema de referencia no varían con el tiempo para un observador situado en el mismo sistema, el vector velocidad es

$$\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dz(t)}{dt} \vec{k}$$

**COMPONENTES DEL VECTOR VELOCIDAD**

O también

$$\vec{v}(t) = v_x(t) \vec{i} + v_y(t) \vec{j} + v_z(t) \vec{k}$$

donde

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$$



VECTOR ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

La aceleración instantánea de la partícula material se define como la derivada del vector velocidad con respecto al tiempo y su expresión es

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2}$$



COMPONENTES DEL VECTOR ACELERACIÓN

$$\vec{a}(t) = a_x(t) \vec{i} + a_y(t) \vec{j} + a_z(t) \vec{k}$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2}$$



HODÓGRAFA

Consideramos un punto fijo O y, con origen en él, trazamos vectores equipolentes a los sucesivos vectores velocidad de una partícula material.

La hodógrafa es el lugar geométrico de los extremos de esos vectores.

H o d ó g r a f a

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

HODÓGRAFA

Como la aceleración es la derivada del vector velocidad, será tangente a la hodógrafa en cada punto. Esto nos permite dar una interpretación a la aceleración: "la aceleración es la velocidad con que el extremo del vector velocidad recorre la hodógrafa, si éste se genera a la vez que la partícula recorre la trayectoria".

Si disponemos de la ecuación de la hodógrafa en un sistema de referencia determinado, disponemos entonces de una relación entre las componentes del vector velocidad en ese sistema de referencia.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA MATERIAL EN FUNCIÓN DE PARÁMETROS DE LA TRAYECTORIA



S. Ramírez de la Piscina Milán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

LEY HORARIA

Si se conoce la ecuación de la trayectoria (que es, en general, una curva en el espacio), la partícula tiene dos ligaduras y por tanto el número de grados de libertad de una partícula material que se mueve a lo largo de ella es uno.

Bastará con conocer un parámetro para tener perfectamente determinado el movimiento de la partícula. Este parámetro es el espacio recorrido sobre la trayectoria en función del tiempo.

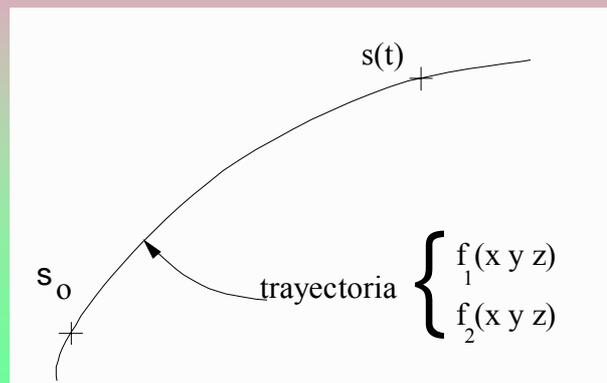


S. Ramírez de la Piscina Milán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

LEY HORARIA

Es decir, $s = s(t)$ que se llama "**ecuación o ley horaria**" del movimiento y nos proporciona el espacio recorrido por la partícula a lo largo de la trayectoria en función del tiempo a partir de una posición inicial s_0 que corresponde a un instante inicial t_0 .



VELOCIDAD MEDIA

Se define la velocidad como el cociente entre el espacio recorrido sobre la trayectoria y el tiempo empleado en recorrerlo.

Si en un instante t_1 la partícula se encuentra en la posición $s_1 = s(t_1)$ y en un instante posterior t_2 en la posición $s_2 = s(t_2)$, se define la velocidad media $V_m(t_1, t_2)$ como el cociente

$$V_m(t_1, t_2) = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Vector que tiene la dirección de la tangente a la trayectoria en el punto considerado, sentido el del recorrido de la partícula y módulo el cociente $\Delta s / \Delta t$ cuando Δt tiende a cero

MÓDULO

$$|v| = \left| \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \right| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right| = \left| \frac{ds}{dt} \right|$$

DIRECCIÓN

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{u}_t$$



VELOCIDAD ESCALAR

Al valor ds/dt se le llama **velocidad escalar** y coincide con la proyección de \vec{v} en la dirección y sentido de \vec{u}_t , y se representa por v

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{u}_t = (\vec{v} \cdot \vec{u}_t) \vec{u}_t = v \vec{u}_t$$



ACELERACIÓN

Sabemos que se define como la variación con el tiempo del vector velocidad

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Utilizando variables de sobre la trayectoria:

$$\vec{a} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt} \vec{u}_t\right)}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \vec{u}_t + \frac{ds}{dt} \frac{d\vec{u}_t}{dt}$$



Y como

$$\frac{d\vec{u}_t}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{ds}{dt} \vec{u}_n$$

La aceleración se puede expresar como:

$$\vec{a} = \frac{d^2s}{dt^2} \vec{u}_t + \frac{1}{\rho} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \vec{u}_n$$

O también:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \vec{u}_n$$

