Clase 2-1

CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Clase 2-2

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

MOVIMIENTOS PERIÓDICOS

En la naturaleza hay ciertos movimientos que se producen con asiduidad. Entre ellos destacan los movimientos oscilatorios. Este tipo de movimientos tienen una característica en común:

SON MOVIMIENTOS PERIÓDICOS

Y de todos ellos el más simple de abordar desde el punto de vista matemático es el movimiento armónico simple (m.a.s.).

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

MOVIMIENTOS PERIÓDICOS

Diremos que el movimiento de una partícula material es periódico cuando su estado cinemático (posición, velocidad y aceleración) se repite a intervalos regulares de tiempo.

Desde el punto de vista matemático, una función f de una variable escalar t es periódica si existe un valor particular y único T de la variable que verifica $f(t+T)=f(t)$ para cualquier valor de t dentro del intervalo en que está definida la función f.

Físicamente el movimiento de una partícula material será periódico cuando lo sea su ecuación horaria. Es decir, la función $s(t)$ debe ser tal que $s(t) = s(t+T)$.

T (periodo): tiempo que debe transcurrir para que se repita el estado cinemático del movimiento.

f (frecuencia): número de veces que se repite el estado cinemático en cada segundo. Es la inversa del período.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Clase 2-5

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

DEFINICIÓN

Una partícula material ejecuta un movimiento armónico simple cuando sigue un movimiento rectilíneo con una ley horaria que es una función armónica del tiempo.

$$x(t) = a\cos(\omega t - \varphi)$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Clase 2-6

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

NOMENCLATURA

x	ELONGACIÓN
a	AMPLITUD
ω	PULSACIÓN (o FRECUENCIA ANGULAR)
$\omega t - \varphi$	FASE
φ	FASE INICIAL (o DESFASE)

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

RELACIONES

Comprobando la periodicidad del movimiento se puede obtener que

$$\omega T = 2\pi \leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

y también

$$\omega = 2\pi f$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

OTRAS EXPRESIONES EQUIVALENTES

$$x(t) = a \operatorname{sen}(\omega t - \varphi')$$

recordar que $\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

$$x(t) = A \operatorname{sen}\omega t + B\cos\omega t$$

recordar que $\cos(\omega t - \varphi) = \cos\omega t \cos\varphi + \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}\varphi$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Al ser un movimiento rectilíneo, velocidad y aceleración serán tratados como escalares con signo.
Derivando la ecuación horaria obtenemos la velocidad

$$v(t) = -a\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t - \varphi)$$

Y, derivando de nuevo, la aceleración

$$a(t) = -a\,\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = -\omega^2\, x(t)$$

Se puede observar que:
Tanto la velocidad como la aceleración son también funciones periódicas (del mismo periodo) del tiempo.
La aceleración es proporcional al desplazamiento.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$a(t) = -\omega^2\, x(t) \quad \leftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Ecuación diferencial ordinaria, homogénea, de coeficientes constantes, de segundo orden sin término en la primera derivada.

Siempre que encontremos una ecuación formalmente análoga a ésta, su solución se puede escribir directamente como la ecuación de un m.a.s., con dos constantes a determinar aplicando las condiciones iniciales.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

GRÁFICAS

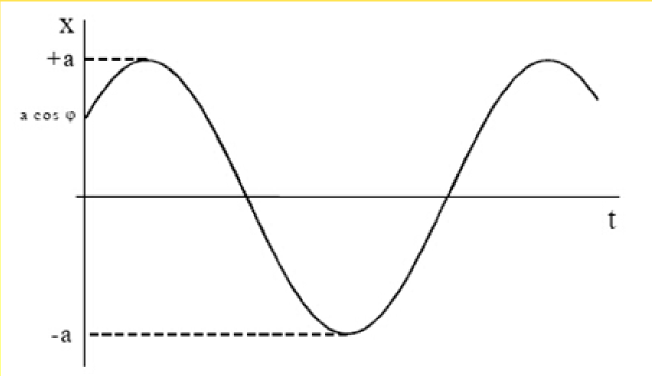
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Espacio - Tiempo

Ecuación: $x(t) = a\cos(\omega t - \varphi)$

Máximos y mínimos: $x_{max} = \pm a$ en $t = \dfrac{\varphi}{\omega} + \dfrac{kT}{2}$

Ordenada en el origen: $x(t=0) = a\cos\varphi$



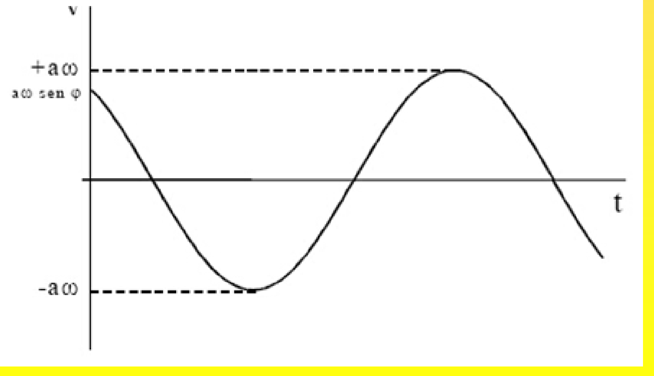
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Velocidad - Tiempo

Ecuación: $v(t) = -a\omega \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$

Máximos y mínimos: $v_{max} = \pm a\omega$ en $t = \dfrac{\varphi}{\omega} + \dfrac{T(2k+1)}{4}$

Ordenada en el origen: $v(t=0) = a\omega \operatorname{sen}\varphi$



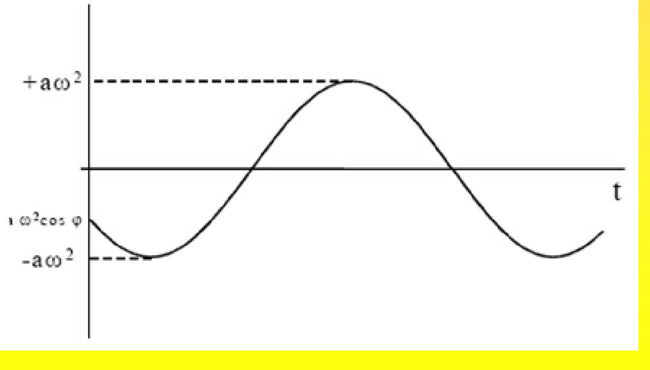
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Aceleración - Tiempo

Ecuación: $a(t) = -a\omega^2 \cos(\omega t - \varphi)$

Máximos y mínimos: $a_{max} = -a\omega^2$ en $t = \dfrac{\varphi}{\omega} + \dfrac{kT}{2}$

Ordenada en el origen: $a(t=0) = -a\omega^2 \cos\varphi = -\omega^2 x(t=0)$



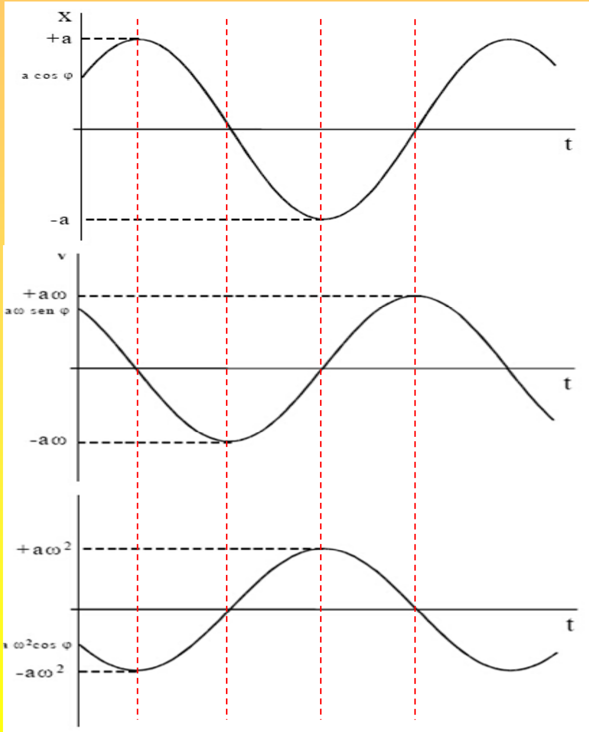
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Clase 2-15

Espacio - Tiempo

Velocidad - Tiempo

Aceleración - Tiempo



S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Clase 2-16

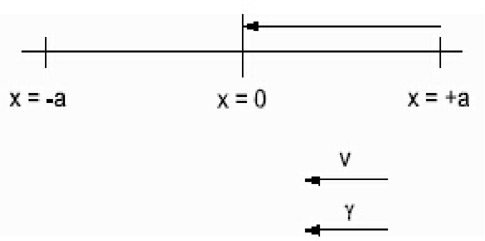
ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO

Podemos analizar los diagramas de movimiento para ver cuál es el comportamiento de la partícula material en cada parte del movimiento, dividiéndolo en cuartos de período

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Clase 2-17

Primer cuarto de periodo



x = a • velocidad nula
aceleración máxima negativa

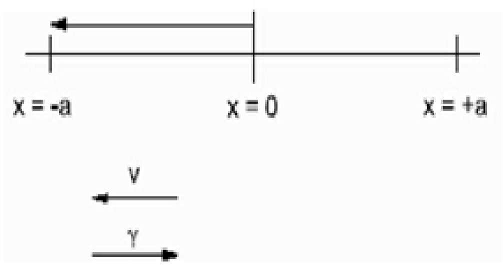
a>x>0 • velocidad creciendo
aceleración negativa y disminuyendo

x = 0 • velocidad máxima
aceleración nula

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Clase 2-18

Segundo cuarto de periodo



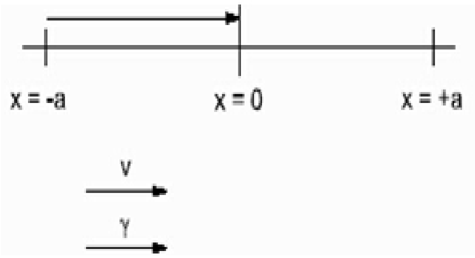
-a<x<o • velocidad decrece
aceleración positiva y aumentando

x = -a • velocidad nula
aceleración máxima positiva

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Clase 2-19

Tercer cuarto de periodo



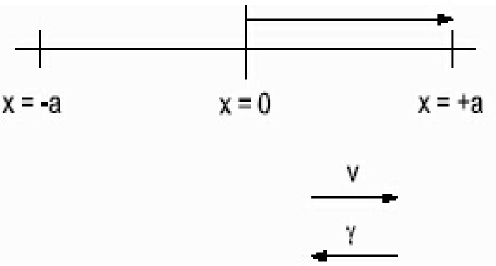
$-a<x<0$ • velocidad crece

aceleración positiva y disminuyendo

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Clase 2-20

Cuarto cuarto de periodo



$0<x<a$ • velocidad disminuyendo

aceleración negativa y aumentando

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

OBSERVACIONES

la **velocidad** es **nula** en los puntos **extremos** del movimiento ($x=\pm a$)

la **velocidad** es **máxima** en el **origen** ($x=0$)

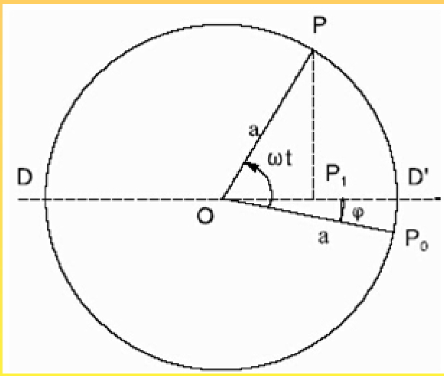
la **aceleración** es **máxima** en los **extremos** y **nula** en el **origen**

la **aceleración** **siempre** apunta hacia el origen del movimiento

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Analogía con el movimiento circular uniforme.

Si una partícula P, partiendo de una posición inicial, recorre una circunferencia de radio a con velocidad angular constante, su proyección P_1 recorre el diámetro con m.a.s. de ecuación



$$OP_1 = x_1(t) = a\cos(\omega t - \varphi)$$

La velocidad y la aceleración de P_1 (correspondientes al movimiento armónico) coinciden con las proyecciones sobre el diámetro DD' de la velocidad y la aceleración del punto P

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07