Diapositiva 1

MECÁNICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 2

DEFINICIÓN DE SÓLIDO RÍGIDO

Un sólido rígido es un caso especial ideal de sistema de partículas materiales, en el que cada dos partículas cualesquiera están sometidas a ligaduras rígidas, de manera que la distancia entre ellas no cambia, independientemente del movimiento que siga el sólido o del sistema de fuerzas aplicadas sobre él.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 3

MOVIMIENTO GENERAL DE UN SÓLIDO RÍGIDO

En el caso mas general, el número de grados de libertad para estudiar el movimiento de un sólido es seis. El movimiento general de un sólido en tres dimensiones equivale a una traslación instantánea de uno de sus puntos (tres grados de libertad) más una rotación instantánea en torno a un eje que pase por ese punto (otros tres grados de libertad).

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 4

MOVIMIENTO PLANO

Decimos que un sólido rígido sigue un movimiento plano cuando las trayectorias de cada uno de sus puntos están contenidas en el mismo plano o en planos paralelos.

Para el estudio de este movimiento particular necesitaremos tres ecuaciones, correspondientes a los tres grados de libertad del sólido que son la posición de un punto (por ejemplo su centro de masas) en el plano del movimiento (dos grados de libertad) y la rotación del sólido alrededor de un eje perpendicular al plano del movimiento (un grado de libertad).

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 5

MOVIMIENTO DE TRASLACIÓN

Si en el movimiento plano de un sólido rígido la velocidad angular es nula (ω=0), el sólido equivale a una partícula material que sigue una trayectoria plana, ya que en este caso todos sus puntos se mueven de la misma forma y sus trayectorias son idénticas o paralelas. En este caso son suficientes dos grados de libertad para estudiar el movimiento y se dice que tiene un movimiento de traslación.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 6

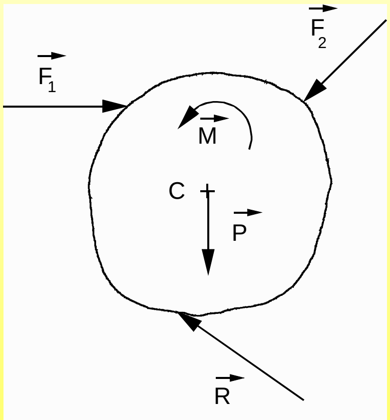
MOVIMIENTO DE ROTACIÓN ALREDEDOR DE UN EJE FIJO

En este caso, solamente hay un grado de libertad, que se corresponde por ejemplo, con el ángulo girado por el sólido con respecto a una referencia fija

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 7

SISTEMA DE FUERZAS APLICADAS SOBRE UN SÓLIDO RÍGIDO



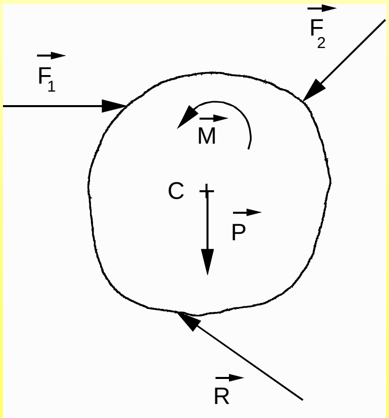
Para el estudio dinámico de un sólido rígido las únicas fuerzas a considerar son las exteriores ya que por la propia definición de sólido rígido, las interiores se cancelan.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 8

SISTEMA DE FUERZAS APLICADAS SOBRE UN SÓLIDO RÍGIDO

Sin que constituya una clasificación formal, las fuerzas exteriores que podemos considerar aplicadas sobre un sólido son:

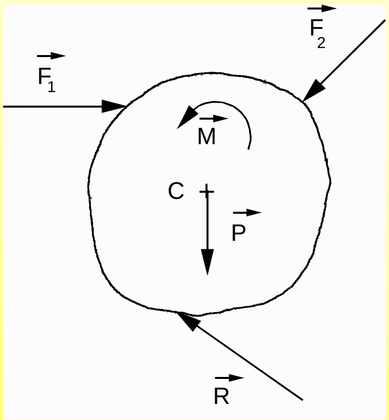


- **Fuerzas a distancia, como el peso o acciones electromagnéticas (P)**
- **Fuerzas y momentos directamente aplicados, o de contacto con otros sistemas. (F_1, F_2, M)**
- **Fuerzas y pares de reacción en apoyos (R)**

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 9

SISTEMA DE FUERZAS APLICADAS SOBRE UN SÓLIDO RÍGIDO



A un diagrama como el de la figura se le denomina diagrama de sólido libre o diagrama de fuerzas que actúan sobre el sólido

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 10

FUERZAS APLICADAS SOBRE UN SÓLIDO RÍGIDO

Las fuerzas que actúan sobre un sólido rígido cumplen:

1. EL MODELO DE FUERZA PUNTUAL. A pesar de que muchas fuerzas se trasmiten sobre una superficie de contacto, es posible reducirlas a una única fuerza, o a una fuerza y un par, con un punto de aplicación bien determinado.

2. LA LEY DEL PARALELOGRAMO de suma vectorial. El efecto que producen varias fuerzas sobre un sólido es igual al que produce su suma vectorial, consideradas como sistema de vectores equivalente en cada punto.

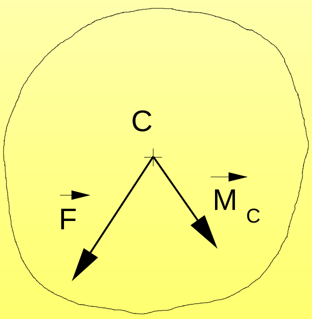
3. EL PRINCIPIO DE TRANSMISIBILIDAD. El efecto de una fuerza sobre un sólido rígido no cambia si desplazamos el punto de aplicación a lo largo de su recta soporte.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 11

FUERZAS APLICADAS SOBRE UN SÓLIDO RÍGIDO

Las tres condiciones anteriores implican que las fuerzas que actúan sobre un sólido rígido se comportan como un sistema de vectores deslizantes, al que llamaremos sistema de fuerzas aplicadas sobre el sólido rígido.



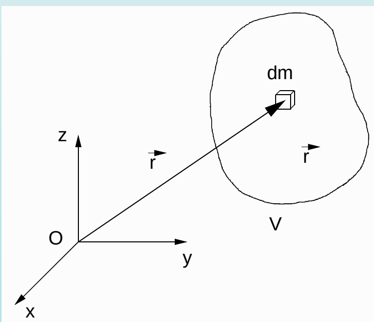
Por tanto, el sistema de fuerzas se puede reducir, en cada punto (C) a un sistema equivalente, simplificado, constituido por la fuerza resultante (F) y por el momento resultante (M_C)

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 12

DENSIDAD DE UN SÓLIDO RÍGIDO

Se define la densidad (cantidad de masa por unidad de volumen) en cada punto del sólido rígido como:



$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 13

DENSIDAD DE UN SÓLIDO RÍGIDO

Cuando las únicas dimensiones importantes en el estudio de un sólido rígido representan una superficie S o una línea L, en lugar de un volumen V, entonces se definen las siguientes densidades:

Densidad superficial: $\sigma = \frac{dm}{ds}$

Densidad lineal: $\lambda = \frac{dm}{dl}$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 14

DENSIDAD DE UN SÓLIDO RÍGIDO

Se dice que un sólido rígido es homogéneo cuando su densidad es constante (tiene el mismo valor en todos los puntos).
Entonces, en los casos anteriores:

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad \sigma = \frac{M}{S} \qquad \lambda = \frac{M}{L}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

iapositiva 15

DENSIDAD DE UN SÓLIDO RÍGIDO

Las ecuaciones de dimensiones y unidades SI de cada una de las densidades definidas son:

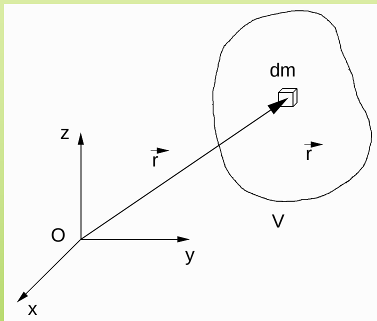
$$[\rho] = L^{-3}M \quad [\sigma] = L^{-2}M \quad [\lambda] = L^{-1}M$$

$$1\ m^{-3}.kg \quad 1\ m^{-2}.kg \quad 1\ m^{-1}.kg$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 16

CENTRO DE MASAS DE UN SÓLIDO RÍGIDO



Por semejanza formal con la definición de centro de masas de un sistema de partículas materiales, el CM de un sólido se define mediante la expresión:

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M}\int \vec{r}\, dm$$

Si los vectores tienen por componentes,

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \qquad y \qquad \vec{r}_C = x_C\vec{i} + y_C\vec{j} + z_C\vec{k}$$

Entonces:

$$x_C = \frac{1}{M}\int x\, dm \quad y_C = \frac{1}{M}\int y\, dm \quad z_C = \frac{1}{M}\int z\, dm$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 17

CENTRO DE MASAS DE UN SÓLIDO RÍGIDO

Utilizando explícitamente la densidad, el CM se puede escribir, según se trate de sólidos con masa repartida en volumen, superficie o línea, de las formas siguientes:

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\rho(\vec{r})\,dV$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\sigma(\vec{r})\,dS$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\lambda(\vec{r})\,dl$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 18

CENTROIDES

Para un volumen, superficie o línea, se llama CENTROIDE al punto que coincidiría con el CM si tal volumen, superficie o línea estuvieran ocupados por sustancia sólida homogénea

Eliminando la densidad en las ecuaciones del CM se obtienen las fórmulas para los centroides de volúmenes, superficies y líneas

$$\vec{r}_C = \frac{1}{V}\int \vec{r}\,dV$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{S}\int \vec{r}\,dS$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{L}\int \vec{r}\,dl$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 19

TEOREMAS DE GULDIN-PAPPUS

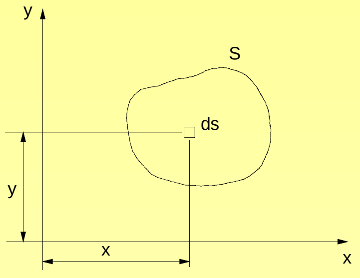
Son dos teoremas que sirven para la determinación de centroides de áreas o de líneas planas.

Veremos que también resultan útiles para calcular superficies o volúmenes de revolución cuando se conoce la posición del centroide del elemento que los engendra.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 20

PRIMER TEOREMA DE GULDIN-PAPPUS



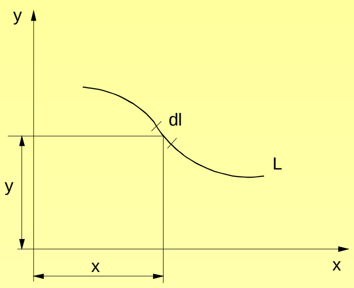
El volumen de revolución, V, generado por un área plana al rotar una vuelta completa en torno a un eje contenido en su plano y que no la corta es igual al valor del área multiplicado por la longitud de la circunferencia que describe su centroide.

$$V = 2\pi x_C S$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 21

SEGUNDO TEOREMA DE GULDIN-PAPPUS



La superficie de revolución, S, generado por una línea plana al rotar una vuelta completa en torno a un eje contenido en su plano y que no la corta es igual al valor de la longitud de la línea multiplicado por la longitud de la circunferencia que describe su centroide.

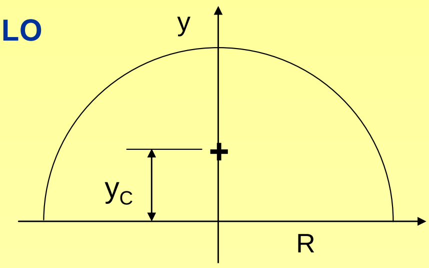
$$S = 2\pi x_C L$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 22

APLICACIONES DE LOS TEOREMAS DE GULDIN-PAPPUS

CENTROIDE DE UN SEMICÍRCULO



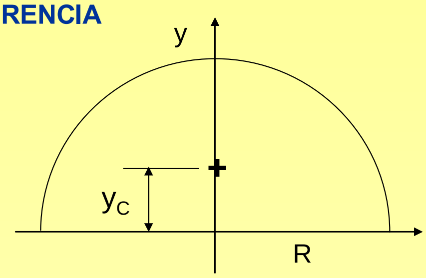
$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi y_C \cdot \frac{1}{2}\pi R^2 \quad \Rightarrow \quad y_C = \frac{4R}{3\pi}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 23

APLICACIONES DE LOS TEOREMAS DE GULDIN-PAPPUS

CENTROIDE DE UNA SEMICIRCUNFERENCIA



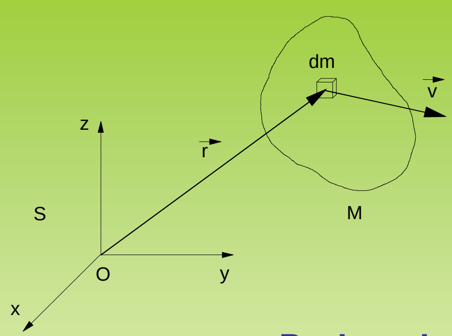
$$4\pi R^2 = 2\pi y_C \cdot \pi R \quad \Rightarrow \quad y_C = \frac{2R}{\pi}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Diapositiva 24

CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO



Se define como el vector

$$\vec{P} = \int_M d\,\vec{p} = \int_M \vec{v}\,dm$$

Derivando la expresión del CM

$$M\frac{d}{dt}\vec{r}_C = \frac{d}{dt}\int_M \vec{r}\,dm = \int_M \frac{d\,\vec{r}}{dt}dm = \int_M \vec{v}\,dm \quad \Rightarrow \quad M\,\vec{v}_C = \vec{P}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Diapositiva 25

MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASAS

Derivando de nuevo la expresión de la cantidad de movimiento se obtiene

$$\vec{F} = M\,\vec{a}_C$$

F es la resultante de TODAS las fuerzas exteriores aplicadas al sólido

a_C es la aceleración del centro de masas del sólido

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 26

TEOREMA DEL CENTRO DE MASAS

El centro de masas de un sólido rígido se mueve como si fuese una PARTÍCULA MATERIAL de masa igual a toda la masa (M) del sólido y que estuviera sometida a la resultante de todas las fuerzas exteriores (F) aplicadas sobre el sólido.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 27

IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA UN SÓLIDO RÍGIDO

La ecuación $\vec{F} = M\,\vec{a}_C \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}\,dt = d\,\vec{p}$

Integrada entre dos instantes

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \int_1^2 d\,\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = M\vec{v}_{C2} - M\vec{v}_{C1}$$

expresa el teorema de la cantidad de movimiento para un sólido rígido

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 28

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA UN SÓLIDO RÍGIDO

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre el sólido es nula, entonces se conserva su cantidad de movimiento

$$\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = cte \quad \Rightarrow \quad v_C = cte$$

y el centro de masas sigue un movimiento rectilíneo uniforme. En este caso habrá una rotación en torno a un eje instantáneo que pase por el centro de masas, si $M_C \neq 0$, o bien el movimiento del sólido será de traslación, rectilíneo y uniforme, si $M_C = 0$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 29

CENTRO DE GRAVEDAD

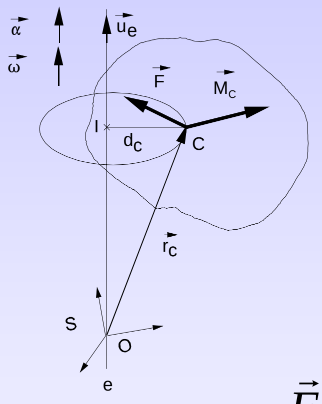
Prácticamente en todos los problemas que pueden presentarse, las dimensiones del sólido suelen ser despreciables frente a las de la Tierra, que representa el único campo de gravedad importante. Si consideramos, además, que el campo de gravedad terrestre es uniforme a lo largo del dominio del sólido y de valor igual al de la aceleración de la gravedad local, el CENTRO DE MASAS y el CENTRO DE GRAVEDAD coinciden y el peso se puede escribir como P=Mg

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 30

MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO CON UN EJE FIJO

MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASAS



e: Eje fijo de rotación
C: centro de masas
F y M_C: Fuerza y momento aplicados
ω: velocidad angular del sólido
α: aceleración angular
C describe un movimiento circular

Ecuaciones del movimiento del CM:

$$\vec{F}_t = M\vec{\alpha}\times\vec{r}_C \qquad \vec{F}_n = M\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_C)$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

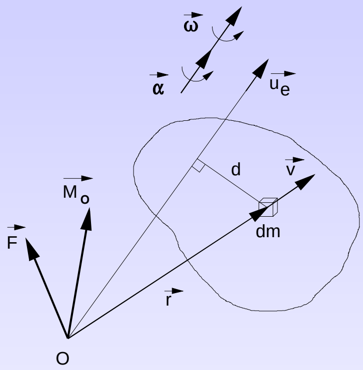
Diapositiva 31

MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO CON UN EJE FIJO

MOMENTO CINÉTICO

Se define el momento de inercia del sólido con respecto a un eje como:

$$I_e = \int d^2 dm$$



El momento cinético del sólido con respecto a un eje se deduce que es:

$$\vec{L}_e = I_e \, \vec{\omega}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Diapositiva 32

MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO CON UN EJE FIJO

TEOREMA DEL MOMENTO CINÉTICO

Siendo

Me: momento de las acciones exteriores con respecto al eje

α: aceleración angular

I_e: momento de inercia del sólido con respecto al eje

Se demuestra que

$$M_e = I_e \, \alpha$$

Que es la expresión del teorema del momento cinético de un sólido con respecto a un eje fijo.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Curso 2006/07

Diapositiva 33

MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO CON UN EJE FIJO

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO CINÉTICO

Si el momento resultante respecto al eje es nulo, entonces se conserva el momento cinético respecto al eje y la velocidad angular de rotación es constante:

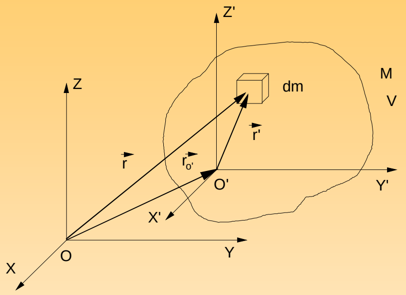
$$M_e = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0; \quad \omega = cte; \quad L_e = cte$$

En este caso la resultante de las fuerzas, F, será nula si el centro de masas está contenido en el eje y no nula, aunque perpendicular al eje, en caso contrario.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 34

MOMENTOS DE INERCIA



Con respecto al punto O:

$$I_O = \int_M (x^2 + y^2 + z^2)dm$$

Con respecto a los ejes:

$$I_x = \int_M (y^2 + z^2)dm \qquad I_y = \int_M (x^2 + z^2)dm \qquad I_z = \int_M (x^2 + y^2)dm$$

Con respecto a los planos:

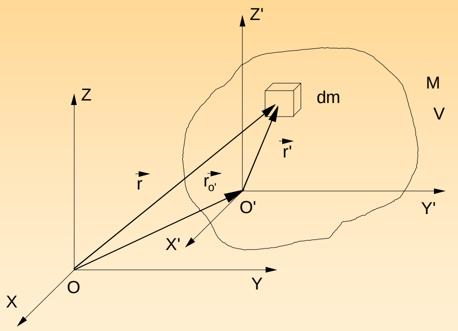
$$I_{xy} = \int_M z^2 dm \qquad I_{yz} = \int_M x^2 dm \qquad I_{zx} = \int_M x^2 dm$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 35

MOMENTOS DE INERCIA

Relaciones:



$$2I_O = I_x + I_y + I_z$$

$$I_x = I_{xy} + I_{xz}$$

$$I_y = I_{xy} + I_{yz}$$

$$I_z = I_{yz} + I_{xz}$$

$$I_O = I_{xy} + I_{yz} + I_{xz}$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 36

RADIO DE GIRO

Para un sólido rígido de masa M, cuyo momento de inercia respecto a un eje e valga I_e, se define el RADIO DE GIRO, Rg, del sólido respecto a tal eje como

$$R_g = \sqrt{\frac{I_e}{M}}$$

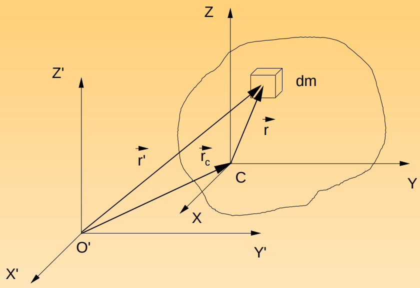
El radio de giro representa la distancia al eje a la cual una partícula material que tuviese la misma masa que el sólido tendría también el mismo momento de inercia. Evidentemente, el radio de giro determina el momento de inercia y viceversa.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 37

TEOREMA DE STEINER

El momento de inercia de un sólido rígido respecto a un eje es igual a su momento de inercia respecto a otro eje paralelo al primero y que contenga al centro de masas del sólido más el producto de la masa M del sólido por el cuadrado de la distancia que separa ambos ejes.



$$I_{z'} = I_{Cz} + M\,d^2$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 38

TEOREMA DE STEINER

El teorema de Steiner se refiere únicamente a momentos de inercia respecto a ejes, pero se puede generalizar:

Para puntos: $I_O = I_C + M\,\overline{OC}^2$

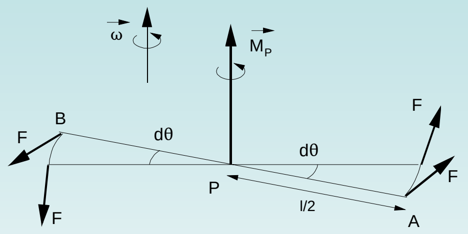
Para planos: $I_{x'y'} = I_{Cxy} + M\,d^2$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 39

TRABAJO DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE EL SÓLIDO

Suponemos que el sistema de fuerzas que actúan sobre el sólido ha sido reducido, en un punto P, a una resultante **F** y un momento resultante **M$_P$**.



El trabajo de una fuerza **F** es: $$W_F = \int_{1C}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

El trabajo del par **M$_p$** es: $$W_{M_P} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_P \cdot \vec{\omega}\, dt$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 40

TRABAJO DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE EL SÓLIDO

El trabajo total en un desplazamiento finito del sólido entre dos instantes t_1y t_2 es

$$W = \int_{1C}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r}_P + \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_P \cdot \vec{\omega}\, dt$$

Si el punto de referencia es el centro de masas, el valor del trabajo no varía y la ecuación anterior se expresa:

$$W = \int_{1C}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r}_C + \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_C \cdot \vec{\omega}\, dt$$

La potencia total desarrollada por el sistema de fuerzas que actúan sobre el sólido viene dada por

$$P = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}_C + \vec{M}_C \cdot \vec{\omega}$$

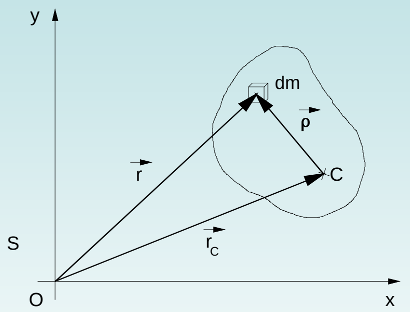
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 41

ENERGÍA CINÉTICA DE UN SÓLIDO QUE GIRA ALREDEDOR DE UN EJE FIJO

Si un sólido gira alrededor de un eje fijo, por ejemplo el eje OY, su energía cinética. Como fácilmente se deduce, viene dada por:

$$E_C = \frac{1}{2} I_y \, \omega^2$$



Donde I_y es el momento de inercia del sólido con respecto al eje de giro y ω es su velocidad angular.

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 42

TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA

Por extensión de los teoremas estudiados para sistemas de partículas, se demuestra fácilmente que el trabajo total de las fuerzas y pares que actúan sobre el sólido en un intervalo es igual a la variación de su energía cinética en ese intervalo:

$$W = E_C(2) - E_C(1)$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica
Curso 2006/07

Diapositiva 43

ENERGÍA POTENCIAL DE UN SÓLIDO RÍGIDO EN EL CAMPO DE GRAVEDAD TERRESTRE

Se supone:

- Sólido en las proximidades de la superficie terrestre
- Campo de gravedad terrestre g uniforme
- CM y CG coinciden
- Nivel de referencia de energía potencial nula el plano horizontal z=0

En estas condiciones la energía potencial se expresa:

$$E_P = Mgz_C$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica

Diapositiva 44

TEOREMA DE LA ENERGÍA MECÁNICA PARA UN SÓLIDO RÍGIDO

El trabajo de las fuerzas disipativas que actúan sobre un sólido, en un intervalo de tiempo, es igual a la variación, durante tal intervalo, de la energía mecánica del sólido:

$$W_D = (E_C + E_P)(2) - (E_C + E_P)(1)$$

Si el trabajo debido a fuerzas disipativas es nulo ($W_D = 0$) se conserva constante la energía mecánica del sólido:

$$E_M \equiv (E_C + E_P) = cte.$$

S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física y Química Aplicadas a la Técnica Aeronáutica