El vector aceleración de una partícula material en función del tiempo es

$$\vec{a}(t)=4\,\vec{i}-\sqrt{2t}\,\vec{j}$$

Si en el instante inicial se encuentra sobre la parte positiva del eje Ox a una distancia de 2m del origen de coordenadas y dirigiéndose hacia él con una velocidad de 4m/s, determinar cuando ha transcurrido 1 segundo las componentes tangencial y normal de su aceleración, expresadas de forma vectorial.

<u>Solución</u>:

Condiciones Iniciales $\quad t=0\rightarrow\begin{cases}\text{Posición}\rightarrow\begin{cases}x=2\\ y=0\end{cases}\\ \text{Velocidad}\rightarrow\begin{cases}v_x=-4\\ v_y=0\end{cases}\end{cases}$

Ecuaciones del movimiento

$$a_x(t)=4 \quad\rightarrow v_x(t)-v_x(0)=\int_0^t 4\,dt=4t \quad\rightarrow v_x(t)=4\left(t-1\right)$$

$$a_y(t)=-\sqrt{2t} \quad\rightarrow v_y(t)-v_y(0)=\int_0^t -\sqrt{2t}\,dt=-\frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}\rightarrow v_y(t)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}$$

Es decir $\quad \vec{v}(t)=4\left(t-1\right)\vec{i}-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2}\vec{j}$

En el instante de interés (t=1):

$$\vec{a}(1)=4\,\vec{i}-\sqrt{2}\,\vec{j}$$

$$\vec{v}(1)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{j}$$

Y por tanto: $\vec{u}_t=\dfrac{1}{\left|\vec{v}(1)\right|}\vec{v}(1)=-\vec{j}$

Y la componente de la aceleración tangencial la calculamos proyectando en este instante la aceleración total en la dirección y sentido del vector tangente $a_t=\vec{a}\cdot\vec{u}_t=\sqrt{2}$.

Y le damos carácter vectorial con el vector unitario tangente: $\vec{a}_t=a_t\,\vec{u}_t=-\sqrt{2}\,\vec{j}$.

Y el vector aceleración normal será la diferencia entre la aceleración total y la componente tangencial: $\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n\rightarrow\vec{a}_n=\vec{a}+\vec{a}_t\rightarrow\vec{a}_n=4\,\vec{i}$