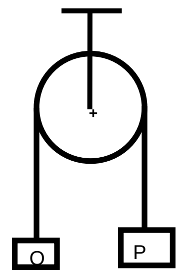
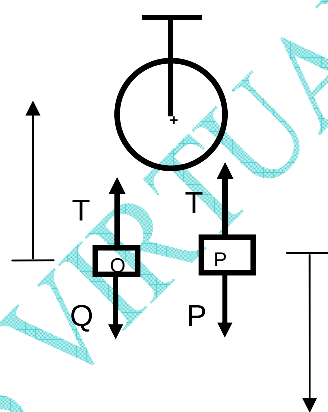
Dos pesos, P y Q, P>Q, están atados a los extremos de una cuerda inextensible y sin peso, contenida en un plano vertical y guiados por una polea de masa despreciable.

Hállese:

1) Ecuación del movimiento de P suponiendo que parte del reposo.
2) Velocidad de P cuando ha recorrido una distancia h.
3) Tensión de la cuerda.
4) Ecuaciones de movimiento de P cuando la polea se desplaza hacia arriba con aceleración constante a_1
5) Tensión en este caso.



1) Realizamos el diagrama de fuerzas:



Elegimos dos sistemas de referencia con orientaciones diferentes, uno para cada partícula. Escribimos las ecuaciones de Newton de las dos partículas en sus respectivos sistemas de referencia y las integramos. Sea s la distancia que sube una masa y la distancia que baja la otra. La ligadura que establece la polea es que lo mismo que sube una masa baja la otra, esto hace que sus velocidades sean iguales y lo mismo se puede decir de las aceleraciones: $a_Q = a_P$. Tal y como se eligieron los sistemas de referencia las aceleraciones de las dos masas son las dos positivas o las dos negativas.

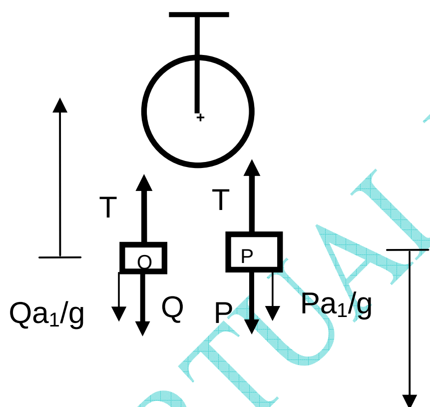
$$\left.\begin{array}{l} P - T = \dfrac{P}{g}a \\ T - Q = \dfrac{Q}{g}a \end{array}\right\} \Rightarrow \quad a = \frac{P-Q}{P+Q}g \quad \Rightarrow \boxed{v = \frac{P-Q}{P+Q}gt} \longrightarrow \boxed{s = \frac{1}{2}\cdot\frac{P-Q}{P+Q}gt^2}$$

2) Eliminamos de las ecuaciones anteriores el tiempo (en este caso s=h). No olvidemos que se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme.

$$v=\sqrt{2ah} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{2\,\frac{P-Q}{P+Q}\,g\,h}}$$

3) $T=P-\dfrac{P}{g}a \quad \Rightarrow \quad T=P\left(1-\dfrac{a}{g}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \dfrac{2PQ}{P+Q}}$

La polea se desplaza ahora hacia arriba con aceleración a_1. Los sistemas de referencias antes dibujados tienen también esa aceleración, por tanto, en ellos aparecen fuerzas de inercia. El diagrama de fuerzas sería ahora:



4)

$$\left.\begin{array}{l} P-T+\dfrac{P}{g}a_1=\dfrac{P}{g}a' \\ T-Q-\dfrac{Q}{g}a_1=\dfrac{Q}{g}a' \end{array}\right\} \Rightarrow \; P-Q=\frac{P+Q}{g}a'-\frac{P-Q}{g}a_1 \quad \Rightarrow a'=\frac{P-Q}{P+Q}(g+a_1)$$

Integramos nuevamente:

$$\boxed{s'=\frac{1}{2}\cdot\frac{P-Q}{P+Q}(g+a_1)\,t^2}$$

5) $T=P-\dfrac{P}{g}(a'-a_1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \dfrac{2PQ}{P+Q}\cdot\dfrac{a_1+g}{g}}$