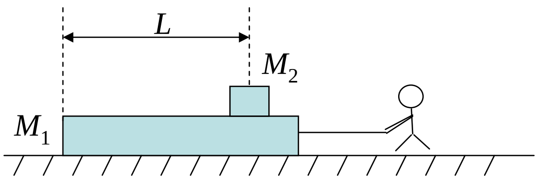
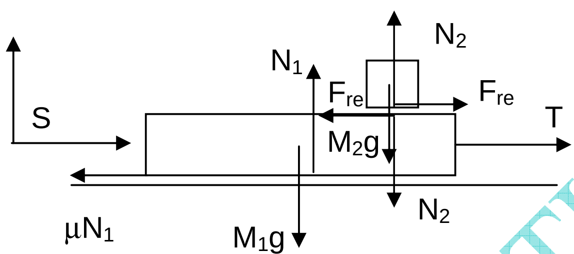
En el instante t=0 un niño empieza a arrastrar al bloque de masa M_1 de la figura realizando una fuerza horizontal de valor T. Entre la masa M_1 y el suelo horizontal el coeficiente de rozamiento es μ. Al cabo de un tiempo t_C el bloque M_2 que se mueve con rozamiento sobre M_1 recorre la distancia L y cae al suelo. Calcular:

1) Mínimo valor del coeficiente de rozamiento estático entre M_1 y M_2 para que M_2 no se mueva respecto de M_1.
2) Valor del coeficiente de rozamiento dinámico entre M_1 y M_2.



Realizamos el diagrama de fuerzas en un sistema de referencia inercial S:



Escribimos las ecuaciones de movimiento en cada uno de los ejes:

$$Masa\ M_1 \begin{cases} N_1 - M_1 g - N_2 = 0 \\ -F_{\mathrm{Re}} + T - \mu N_1 = M_1 a_1 \end{cases}$$

$$Masa\ M_2 \begin{cases} N_2 - M_2 g = 0 \\ F_{\mathrm{Re}} = M_2 a_2 \end{cases}$$

Como M_2 no se mueve respecto de M_1 ambos tienen la misma aceleración: $a_1=a_2$

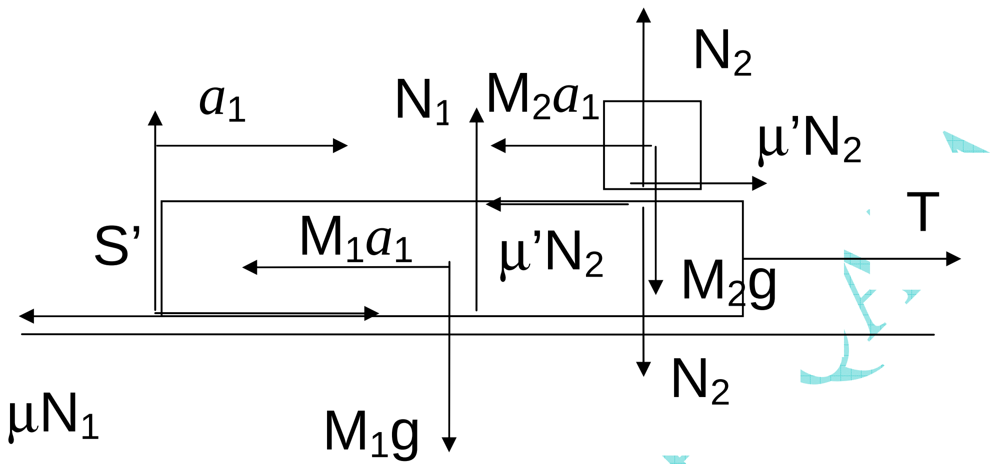
Resolvemos las ecuaciones y queda:

$$N_2 = M_2 g; \quad a_1 = \frac{T}{(M_1+M_2)} - \mu g = \frac{F_{\mathrm{Re}}}{M_2}$$

Debe verificarse la ley del rozamiento estático:

$$|F_{\mathrm{Re}}| \le \mu_e N_2 \rightarrow \frac{T}{(M_1+M_2)} - \mu g \le \mu_e g \rightarrow \mu_{e\min} = \frac{T}{g(M_1+M_2)} - \mu$$

En la segunda parte del problema usaremos un sistema de referencia no inercial S' ligado al bloque M_1 dado que en él el movimiento de la masa M_2 es más fácil de describir. Llamaremos μ' al coeficiente de rozamiento que nos piden.



Las ecuaciones de movimiento en el sistema S' quedan de la siguiente manera:

$$Masa\ M_1 \begin{cases} N_1 - M_1 g - N_2 = 0 \\ -\mu' N_2 + T - \mu N_1 - M_1 a_1 = 0 \end{cases}$$

$$Masa\ M_2 \begin{cases} N_2 - M_2 g = 0 \\ \mu' N_2 - M_2 a_1 = M_2 a_2' \end{cases}$$

Ahora la masa M_1 carece de aceleración dado que su moviendo se describe desde un sistema ligado a ella.

Resolviendo las ecuaciones queda:

$$\frac{dv_2'}{dt} = a_2' = g\left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)(\mu + \mu') - \frac{T}{M_1}$$

Integrando:

$$\int_0^{v_2'} dv_2' = \int_0^t a_2' dt \rightarrow \frac{dx'}{dt} = v_2' = a_2' t$$

Integrando nuevamente teniendo en cuenta que parte desde el extremo del bloque 1:

$$\int_L^{x'} dx' = \int_0^t v_2' dt \rightarrow x' = L + \frac{1}{2} a_2' t^2$$

Imponemos que llegue al otro extremo:

$$0 = L + \frac{1}{2} a_2 ' t_c^2$$

De esta ecuación se despeja μ'.