

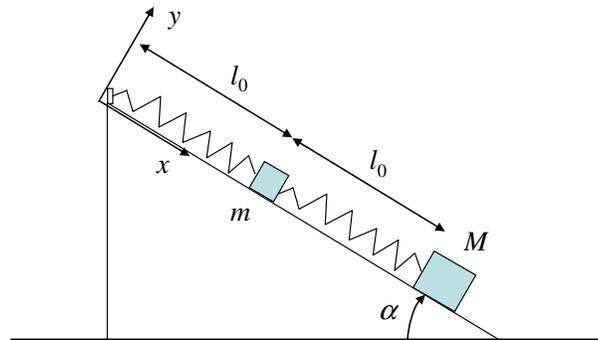
## Dinámica de la Partícula Resuelto-9

Se dispone de una cuña con un ángulo de inclinación  $\alpha$  sobre la superficie terrestre. Sobre la cuña se sitúa una masa  $m$  unida a dos muelles iguales de constante elástica  $K$  y longitud natural  $l_0$ . El muelle superior se halla unido por el otro extremo a la cuña. El inferior a otra partícula de masa  $M$  que permanece fija. Se pide:

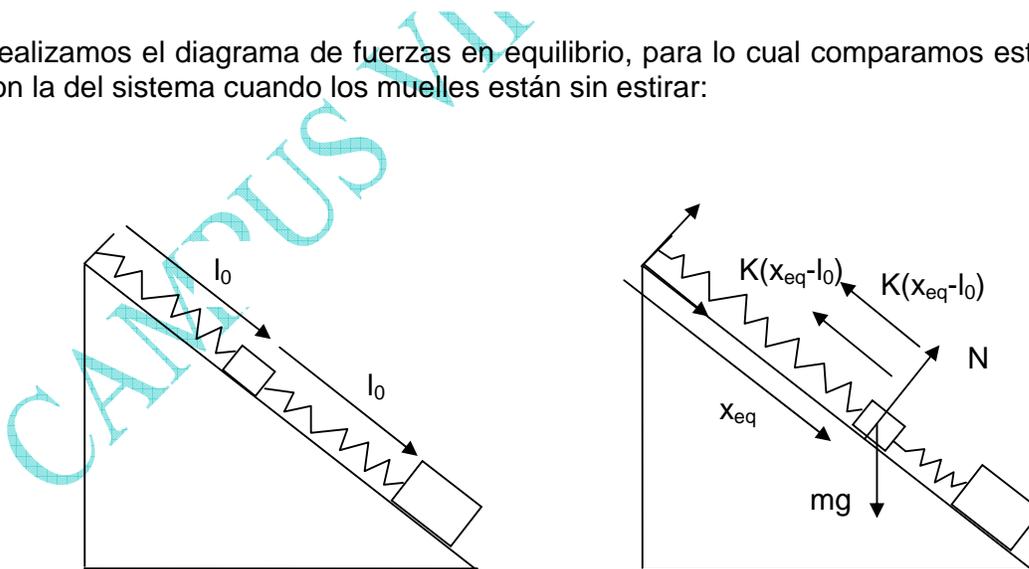
- 1) Posición de equilibrio del sistema medida en el sistema de referencia de la figura.

Situada la masa  $m$  en la posición de equilibrio:

- 2) Calcular la velocidad inicial que se le debe comunicar para que llegue justo a la posición de la masa  $M$  sin llegar a chocar con ella.
- 3) Si existe rozamiento de coeficiente  $\mu$  que trabajo realizaría dicha fuerza en el movimiento del apartado 2.



Realizamos el diagrama de fuerzas en equilibrio, para lo cual comparamos esta situación con la del sistema cuando los muelles están sin estirar:



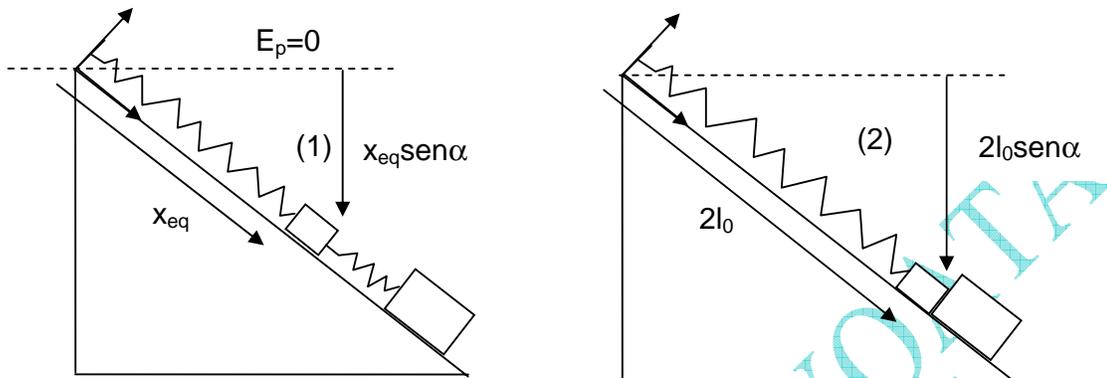
Las ecuaciones de la estática en el sistema de referencia dibujado son las siguientes:

$$\begin{cases} N - mg \cos \alpha = 0 \\ -2k(x_{eq} - l_0) + mg \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

Resolviendo las ecuaciones queda:

$$x_{eq} = l_0 + \frac{mgsen\alpha}{2k}$$

Tomamos como referencia de energías potenciales la parte más alta de la cuña. De esta



manera la energía potencial gravitatoria de la masa  $m$  será negativa. Para que llegue a la posición de  $M$  sin chocar debe llegar con velocidad nula. Sea  $v_1$  la incógnita del problema:

$$E(1) = -mgsen\alpha x_{eq} + 2\frac{1}{2}k(x_{eq} - l_0)^2 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E(2) = -mgsen\alpha 2l_0 + 2\frac{1}{2}k(2l_0 - l_0)^2$$

En ausencia de fuerzas disipativas se conserva la energía mecánica  $E(1)=E(2)$ . De esta ecuación se despeja  $v_1$ . Recordemos que la normal no realiza trabajo dado que es una fuerza perpendicular al desplazamiento.

Si existe rozamiento dinámico entonces:  $W_D=E(2)-E(1)$ .

El trabajo en este caso sería igual a:

$$W_D = \int_{x_{eq}}^{2l_0} -\mu N \vec{i} \cdot d\vec{x} = -\mu mg \cos \alpha (2l_0 - x_{eq})$$