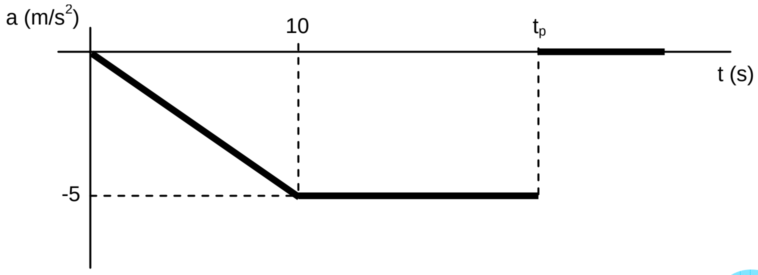
Un avión aterriza con una velocidad de 200km/h y el piloto aplica los frenos en ese momento, produciendo una deceleración en el avión cuya representación en función del tempo es la de la figura.

1) Representar los diagramas de velocidad y espacio recorrido en función del tiempo
2) Calcular la distancia recorrida antes de pararse



Solución:

Como es un movimiento unidimensional, prescindimos del carácter vectorial de las magnitudes que intervienen en el problema, limitándonos a trabajar con sus valores escalares.

Escribimos las ecuaciones que nos proporcionarán la aceleración en función del tiempo a(t) y, para ello, basta con escribir las ecuaciones de las curvas (en este caso rectas) que nos proporciona la gráfica.

$$a(t)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}t & \forall t\in[0,10] \\ -5 & \forall t\in[10,t_p] \\ 0 & \forall t\in[t_p,\infty] \end{cases}$$

Siendo t_p el instante en que se para.
Recordando la relación entre aceleración y velocidad [v(t)=a(t).dt] y entre velocidad y espacio recorrido [s(t)=v(t).dt], integramos dos veces para cada intervalo:

<u>Intervalo 1</u>

$\forall t\in[0,10]$

$$a(t)=-\frac{1}{2}t=\frac{dv}{dt} \quad\rightarrow\quad \int dv=-\frac{1}{2}\int t\,dt \quad\rightarrow v(t)=-\frac{1}{4}t^2+C_1$$

$$v(t=0)=55,5=C_1 \quad\rightarrow v(t)=-\frac{1}{4}t^2+55,5$$

$$v(t)=-\frac{1}{4}t^2+55,5=\frac{ds}{dt} \quad\rightarrow\quad \int ds=-\frac{1}{4}\int t^2\,dt+\int 55,5\,dt \quad\rightarrow s(t)=-\frac{1}{12}t^3+55,5t+C_2$$

$$s(t=0)=0=C_2 \quad\rightarrow s(t)=-\frac{1}{12}t^3+55,5t$$

Intervalo 2

$\forall t \in \left[10, t_p\right]$

$$a(t) = -5 = \frac{dv}{dt} \quad \rightarrow \quad \int dv = -5\int dt \quad \rightarrow v(t) = -5t + C_3$$

$$v(t=10) = -\frac{1}{4}10^2 + 55{,}5 = 30{,}5 = -50 + C_3 \quad \rightarrow C_3 = 80{,}5 \quad \rightarrow v(t) = -5t + 80{,}5$$

$$v(t) = -5t + 80{,}5 = \frac{ds}{dt} \quad \rightarrow \quad \int ds = -5\int t\,dt + \int 80{,}5\,dt \quad \rightarrow s(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 80{,}5t + C_4$$

$$s(t=10) = -\frac{1}{12}10^3 + 55{,}5\cdot 10 = -\frac{5}{2}10^2 + 80{,}5\cdot 10 + C_4 \quad \rightarrow C_4 = -88{,}3 \rightarrow s(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 80{,}5t - 88{,}3$$

Intervalo 3

A partir de este instante el avión se para y como deja de frenar (aceleración cero), pues se queda parado.

Del análisis de la expresión de la velocidad en el intervalo 3 podemos obtener el instante en que el avión se para:

$$v(t=t_p) = 0 = -5t_p + 80{,}5 \quad \rightarrow t_p = 16{,}1\,\mathrm{s}$$

Y sustituyendo en la expresión obtenida para s(t) en el intervalo 2:

$$s(t=16{,}1) = -\frac{5}{2}16{,}1^2 + 80{,}5\cdot 16{,}1 - 88{,}3 = 565{,}7\,\mathrm{m}$$

Gráficas