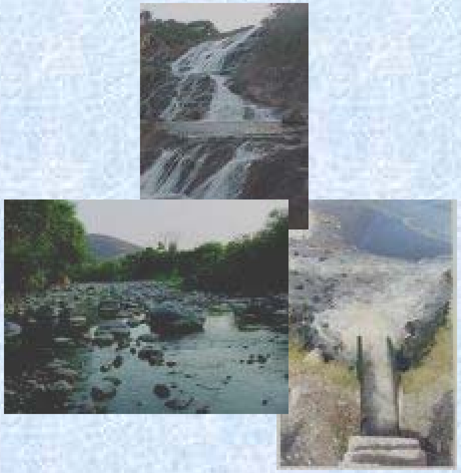
PRECIPITACIONES MÁXIMAS DIARIAS



JOSÉ CARLOS ROBREDO SÁNCHEZ
PROFESOR TITULAR DE UNIVERSIDAD
UNIDAD DOCENTE DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA FORESTAL
E.T.S. DE INGENIEROS DE MONTES
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ANÁLISIS DE PRECIPITACIONES MÁXIMAS

Año	Pmax.24 (mm)	Año	Pmax.24 (mm)
1951	68.2	1967	56.2
1952	27.2	1968	53.6
1953	59.3	1969	46.2
1954	58.7	1970	29.0
1955	63.7	1971	54.6
1956	61.4	1972	82.0
1957	43.8	1973	23.6
1958	42.5	1974	37.5
1959	66.3	1975	72.0
1960	106.3	1976	36.0
1961	38.3	1977	67.5
1962	32.2	1978	89.0
1963	49.7	1979	34.7
1964	27.3	1980	92.5
1965	27.3	1981	98.7
1966	67.4	1982	75.0

(1) Fórmula de Weibull:

$$p(P \leq Pj) = \frac{m}{n + 1}$$

siendo m el número de rango que ocupa la precipitación Pj ordenando la serie de menor a mayor precipitación, y n el número de años de la serie utilizada.

(2) Período de retorno:

$$T = \frac{1}{1 - p(P \leq Pj)}$$

(3) Función de distribución de Gumbel:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}}$$

F(x) es la probabilidad de "no excedencia", de que en un año no se supere un valor de precipitación x, siendo una función de probabilidades acumuladas.

Los parámetros $\underline{\alpha}$ y $\underline{u}$ están relacionados con la media X_m y la desviación típica S de la serie. Según el método de los momentos se tienen las siguientes expresiones para su cálculo:

$$Xm = u + \frac{0.5772}{\alpha} \qquad S^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2}$$

		P<Pi	P>Pi	T	GUMBEL	D	MUESTRA	GUMBEL
1	23.6	0.030	0.970	1.03	0.025	0.0051	-1.252	-1.303
2	27.2	0.061	0.939	1.06	0.051	0.0100	-1.031	-1.093
3	27.3	0.091	0.909	1.10	0.051	0.0395	-0.875	-1.088
4	27.3	0.121	0.879	1.14	0.051	0.0698	-0.747	-1.088
5	29.0	0.152	0.848	1.18	0.068	0.0835	-0.635	-0.989
6	32.2	0.182	0.818	1.22	0.108	0.0743	-0.533	-0.802
7	34.7	0.212	0.788	1.27	0.145	0.0666	-0.439	-0.656
8	36.0	0.242	0.758	1.32	0.167	0.0750	-0.349	-0.581
9	37.5	0.273	0.727	1.38	0.194	0.0783	-0.262	-0.493
10	38.3	0.303	0.697	1.43	0.210	0.0935	-0.177	-0.447
11	42.5	0.333	0.667	1.50	0.294	0.0392	-0.094	-0.202
12	43.8	0.364	0.636	1.57	0.322	0.0420	-0.012	-0.126
13	46.2	0.394	0.606	1.65	0.373	0.0210	0.071	0.014
14	49.7	0.424	0.576	1.74	0.447	0.0232	0.154	0.218
15	53.6	0.455	0.545	1.83	0.527	0.0724	0.238	0.445
16	54.6	0.485	0.515	1.94	0.546	0.0615	0.323	0.503
17	56.2	0.515	0.485	2.06	0.577	0.0614	0.411	0.597
18	58.7	0.545	0.455	2.20	0.621	0.0758	0.501	0.742
19	59.3	0.576	0.424	2.36	0.632	0.0558	0.594	0.777
20	61.4	0.606	0.394	2.54	0.666	0.0598	0.692	0.900
21	63.7	0.636	0.364	2.75	0.701	0.0644	0.794	1.034
22	66.3	0.667	0.333	3.00	0.737	0.0700	0.903	1.185
23	67.4	0.697	0.303	3.30	0.751	0.0538	1.019	1.249
24	67.5	0.727	0.273	3.67	0.752	0.0247	1.144	1.255
25	68.2	0.758	0.242	4.13	0.761	0.0031	1.281	1.296
26	72.0	0.788	0.212	4.71	0.803	0.0152	1.434	1.518
27	75.0	0.818	0.182	5.50	0.832	0.0137	1.606	1.692
28	82.0	0.848	0.152	6.60	0.885	0.0363	1.806	2.100
29	89.0	0.879	0.121	8.25	0.922	0.0430	2.046	2.508
30	92.5	0.909	0.091	11.00	0.936	0.0267	2.351	2.712
31	98.7	0.939	0.061	16.50	0.955	0.0154	2.772	3.074
32	106.3	0.970	0.030	33.00	0.971	0.0010	3.481	3.517

--

Dmax = 0.0935

-LN(-LN(F(X)))

alfa = 0.0582814
u = 45.961958

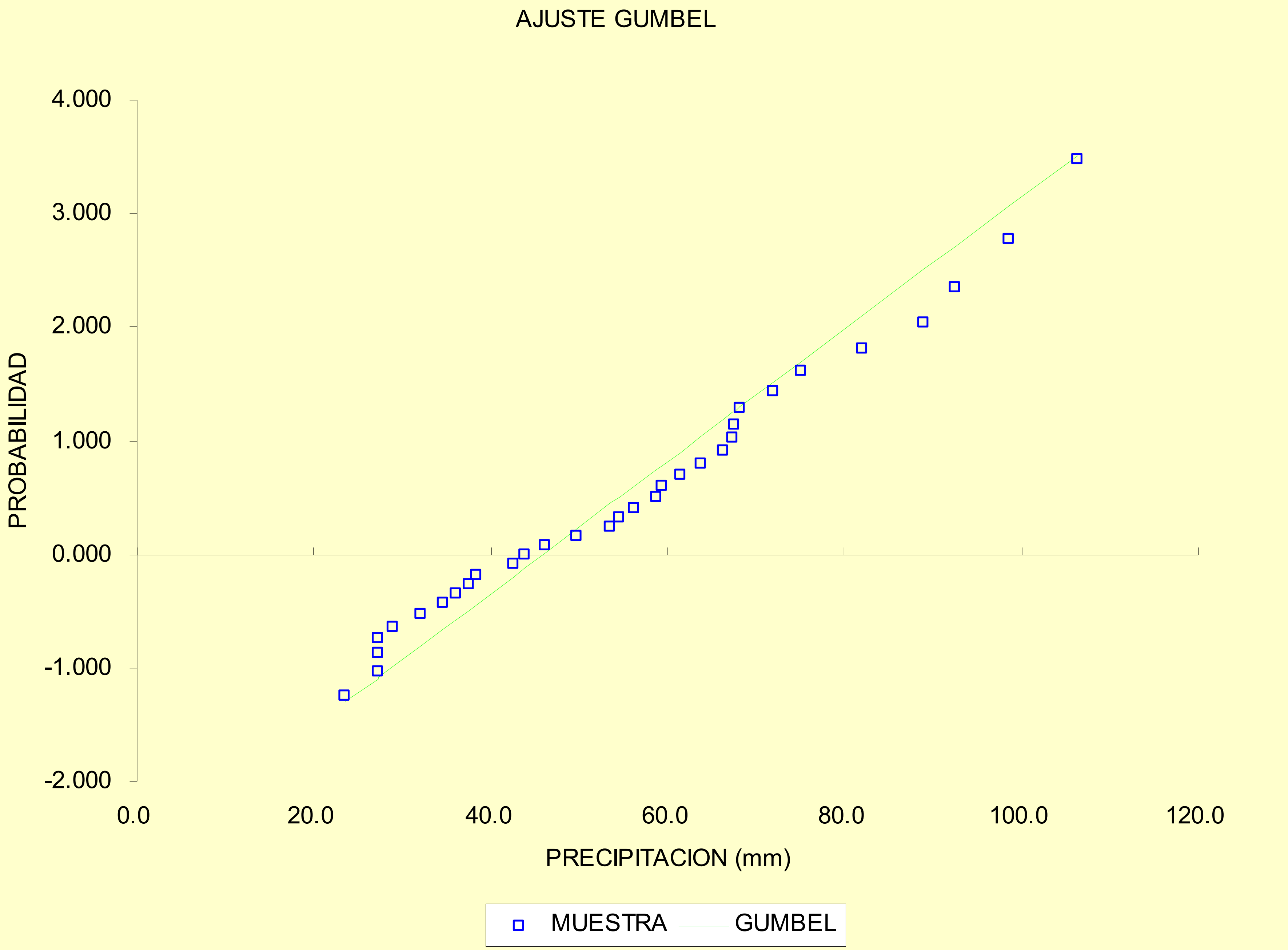

AJUSTE GUMBEL
PROBABILIDAD
4.000
3.000
2.000
1.000
0.000
-1.000
-2.000
0.0
20.0
40.0
60.0
80.0
100.0
120.0
PRECIPITACION (mm)
MUESTRA
GUMBEL

TABLE A-7 Critical Values for the Kolmogorov–Smirnov One-Sample Test[a]

This table provides the critical value, D, for sample size N and level of significance α.

Sample size (N)	Level of Significance α				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	.900	.925	.950	.975	.995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	.708	.828
4	.494	.525	.564	.624	.733
5	.446	.474	.510	.565	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.457	.543
9	.339	.360	.388	.432	.514
10	.322	.342	.368	.410	.490
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.392
17	.250	.266	.286	.318	.381
18	.244	.259	.278	.309	.371
19	.237	.252	.272	.301	.363
20	.231	.246	.264	.294	.356
25	.21	.22	.24	.27	.32
30	.19	.20	.22	.24	.29
35	.18	.19	.21	.23	.27
Over 35	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

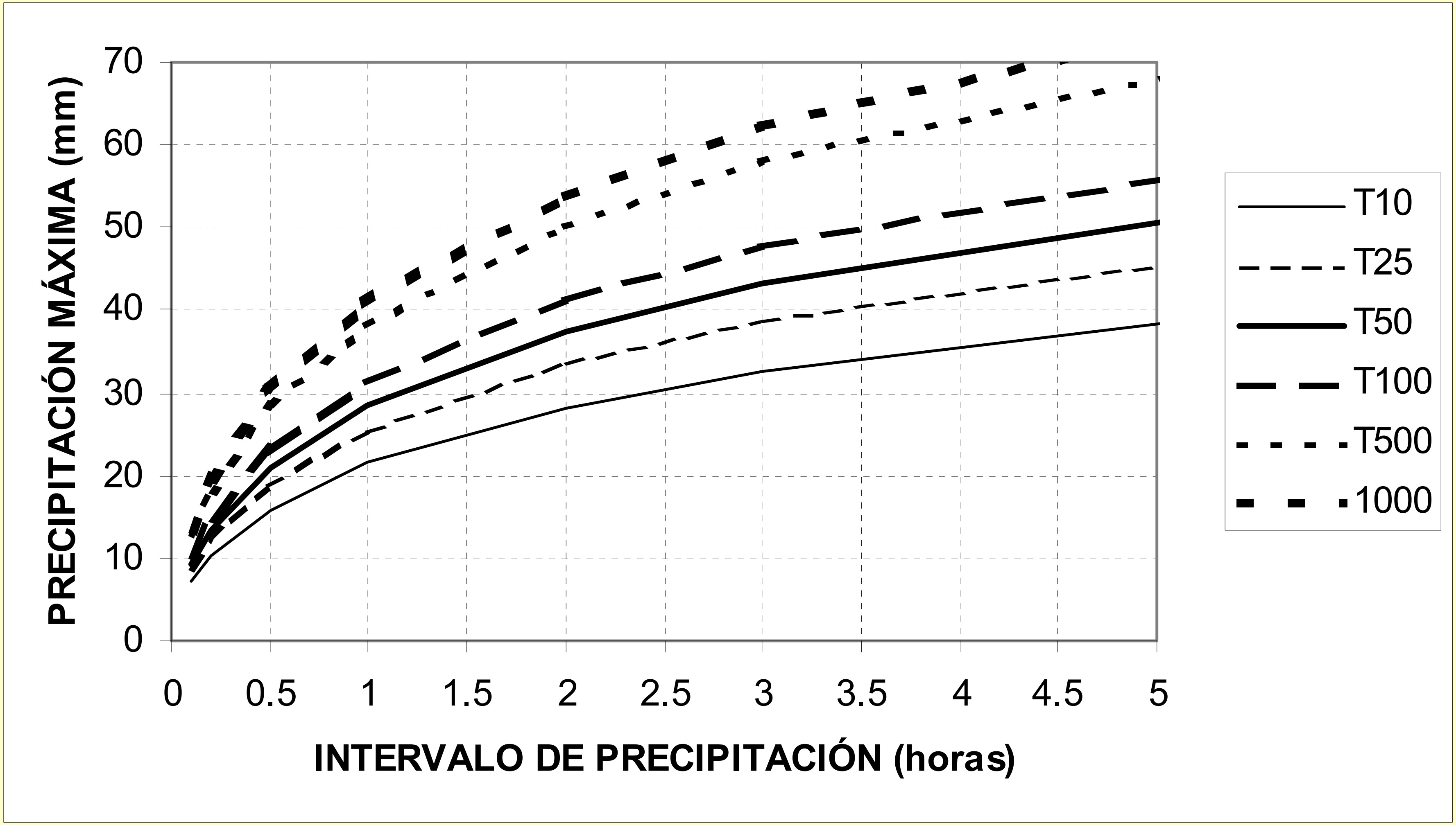
[a] Adapted from F. J. Massey, Jr., "The Kolmogorov–Smirnov Test for Goodness of Fit," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 46 (1951), p. 70, with the permission of the publisher.

$D = 0.0935$

$N = 32$

T años	F(X)	X mm
2	0.500	52.3
5	0.800	71.7
10	0.900	84.6
20	0.950	96.9
25	0.960	100.8
50	0.980	112.9
100	0.990	124.9
500	0.998	152.6
1000	0.999	164.5

CURVAS ALTURA-DURACIÓN-FRECUENCIA
P-D-F o I-D-F



Hietograma Tipo

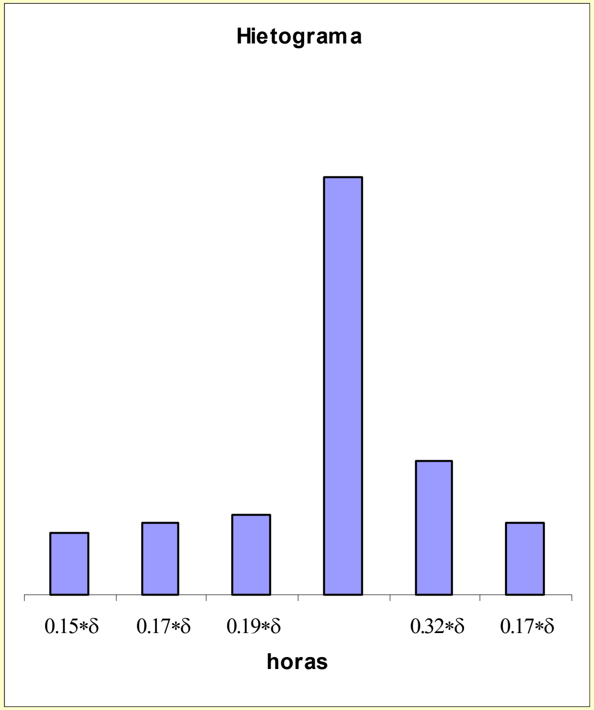
0 - 1	0.15*d	
1 - 2	0.17*d	
2 - 3	0.19*d	
3 - 4	P1	
4 - 5	0.32*d	(*)
5 - 6	0.17*d	

d = P6 - P1

P0.5 precipitación máxima en 0.5 horas
P1 precipitación máxima en 1 hora
P6 precipitación máxima en 6 horas

3 - 3.5	P0.5
3.5 - 4	P1 - P0.5

(*) Si tc es inferior a 2.5 horas



FUNCIONES DE DISTRIBUCION DE VALORES EXTREMOS $\Rightarrow$ GUMBEL $\rightarrow$ $F(X) = e^{-e^{-\alpha(X-\mu)}}$

$\vdots$

α, μ

$\Downarrow$

SERIES DE DATOS
- CAUDALES
- P_t
- $\boxed{P_{24}}$

CURVAS
ALTURA - DURACION - FRECUENCIA

$$\frac{I_t}{I_d} = \left(\frac{I_1}{I_d}\right)^{\left(\frac{28^{0,1} - t^{0,1}}{28^{0,1} - 1}\right)}$$

$\frac{I_1}{I_d} \Rightarrow$ Parámetro regionalizado

$$P_{24} \longrightarrow I_{24} = \frac{P_{24}}{24} \longrightarrow \begin{array}{l} I_1 \xrightarrow{\times 1} P_1 \\ I_2 \xrightarrow{\times 2} P_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \\ I_t \xrightarrow{\times t} P_t \end{array}$$

2049 COSCURITA (ejer-p-2)

55	34,7
56	44,5
57	21,3
58	50,4
59	35,3
60	56,0
61	35,0
62	42,8
63	25,0
64	36,0
65	52,0
66	43,0
67	66,9
68	40,6
69	30,5
70	16,5
71	32,8
72	56,8
73	36,8
74	24,0
75	52,2
76	24,6
77	35,2
78	24,5
79	25,0
80	26,3
81	27,5
82	33,1
83	42,1
84	35,0
85	37,2
86	25,2
87	30,5
88	42,1
89	46,0
90	20,5
91	26,1
93	30,1
94	29,1

$n = 39$

$\bar{x} = 35{,}70$

$S = 11{,}15$

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\cdot S} = 0{,}1150$$

$$\mu = \bar{x} - \frac{0{,}5772}{\alpha} = 30{,}6801$$

$$F(x) = e^{-e^{-0{,}1150\,(x-30{,}6801)}}$$

$$T(x) = \frac{1}{1-F(x)}$$

$T(66{,}9) = 65$ años

T(x)	F(x)	X
2	0,5	33,87
5	0,8	43,72
10	0,9	50,25
25	0,96	58,50
50	0,98	64,61
100	0,99	70,69

$$I_t = I_d \cdot 10^{\left(\frac{28^{0,1} - t^{0,1}}{28^{0,1}-1}\right)}$$

$$\frac{I_1}{I_d} = 10$$

T	P_6	P_1	$P_{0,5}$	δ
2	27,02	14,12	10,42	12,90
5	34,92	18,25	13,47	16,67
10	40,16	20,98	15,49	19,18
25	46,77	24,44	18,05	22,33
50	51,68	27,00	19,94	24,68
100	56,55	29,55	21,82	27,00

$\delta = P_6 - P_1$

Hietograma tipo

T →	10	50
0-1	2,88	3,70
1-2	3,26	4,20
2-3	3,64	4,69
3-4	20,98	27,00
4-5	6,14	7,90
5-6	3,26	4,20

3205 MARANCHON (ejer-p-1)

65	55
66	37,2
67	31
68	36
69	36
70	28,6
71	46,9
72	25,6
73	22,9
74	61,2
75	39,3
76	45,3
77	49,8
78	28,7
79	39,5
80	30
82	67
83	47

$n = 18$

$\bar{x} = 40{,}4$

$S = 12{,}02$

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\cdot S} = 0{,}1067$$

$$\mu = \bar{x} - \frac{0{,}5772}{\alpha} = 34{,}9796$$

$$F(x) = e^{-e^{-0{,}1067\cdot(x-34{,}9796)}}$$

$$T(x) = \frac{1}{1-F(x)}$$

$T(67) = 31$ años

T	F(x)	X
2	0,5	38,41
5	0,8	49,04
10	0,9	56,07
25	0,96	64,96
50	0,98	71,55
100	0,99	78,09

$$\frac{I_1}{I_d} = 10$$

$$I_t = I_d \cdot 10^{\left(\frac{28^{0,1} - t^{0,1}}{28^{0,1}-1}\right)}$$

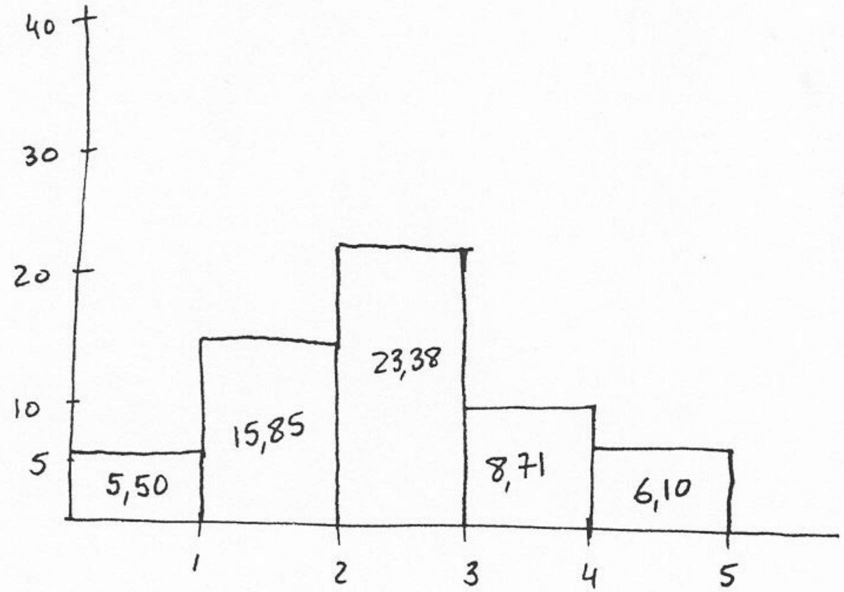
T	P_6	P_1	$P_{0,5}$	δ
2	30,63	16,00	11,82	14,63
5	39,11	20,43	15,09	18,68
10	44,72	23,36	17,25	21,36
25	51,80	27,07	19,99	24,73
50	57,06	29,81	22,01	27,25
100	62,28	32,54	24,03	29,74

$\delta = P_6 - P_1$

Hietograma tipo

T →	10	50
0-1	3,20	4,09
1-2	3,63	4,63
2-3	4,06	5,18
3-4	23,36	29,81
4-5	6,84	8,72
5-6	3,63	4,63

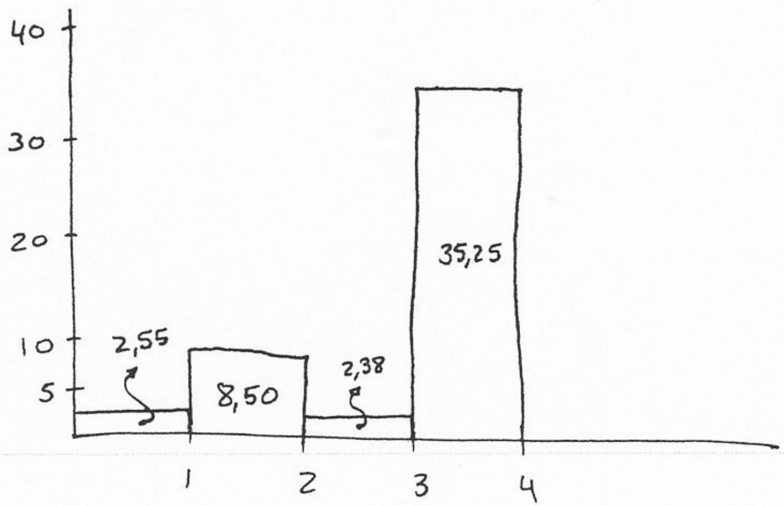
3205 MARANCHON



$P_1 = 23,38 \rightarrow P_{24} = 56,1 \rightarrow T = 10$

$P_2 = 39,23 \rightarrow P_{24} = 71,5 \rightarrow T = 50$

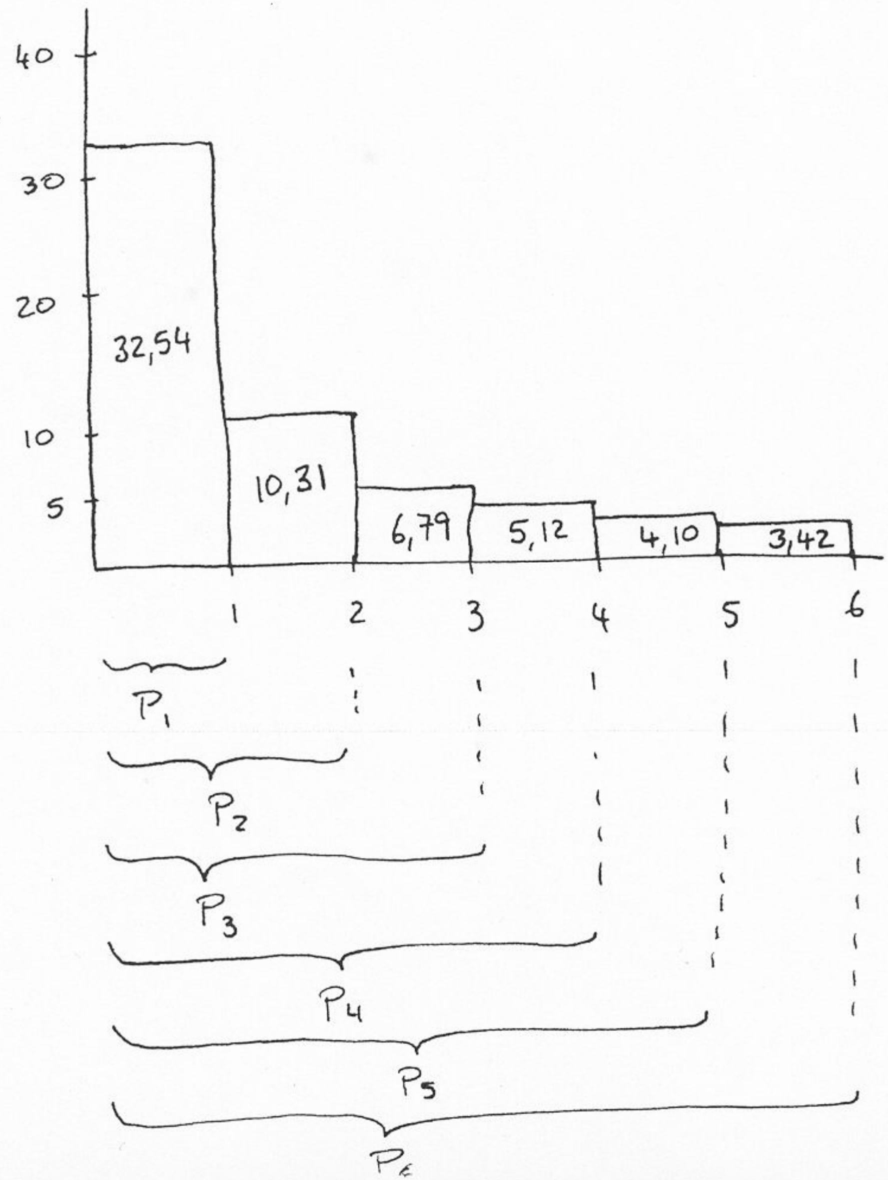
$P_5 = 59,54 \rightarrow P_{24} = 79 \rightarrow T = 110$



$P_1 = 35,25 \rightarrow P_{24} = 84,61 \rightarrow T = 200$

$P_2 = 37,63 \rightarrow P_{24} = 68,58 \rightarrow T = 37$

$P_4 = 48,68 \rightarrow P_{24} = 69,43 \rightarrow T = 40$



$T = 100 \rightarrow P_{24} = 78{,}09$

$P_1 = 32{,}54$

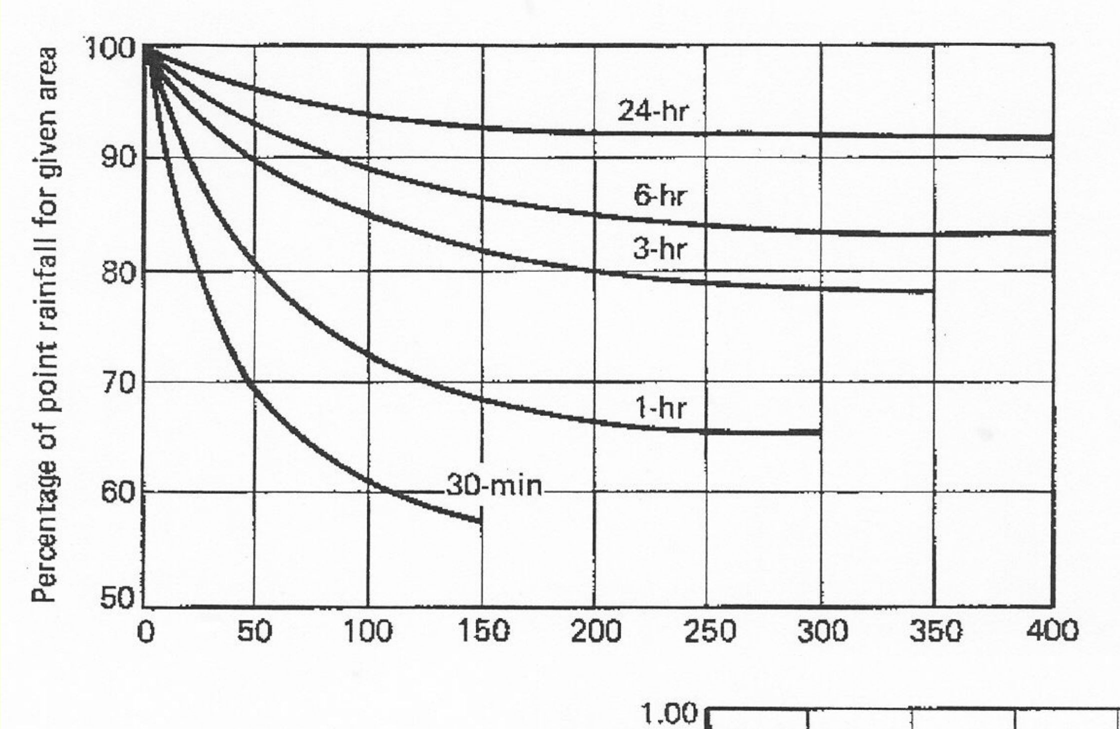
$P_2 = 42{,}85$

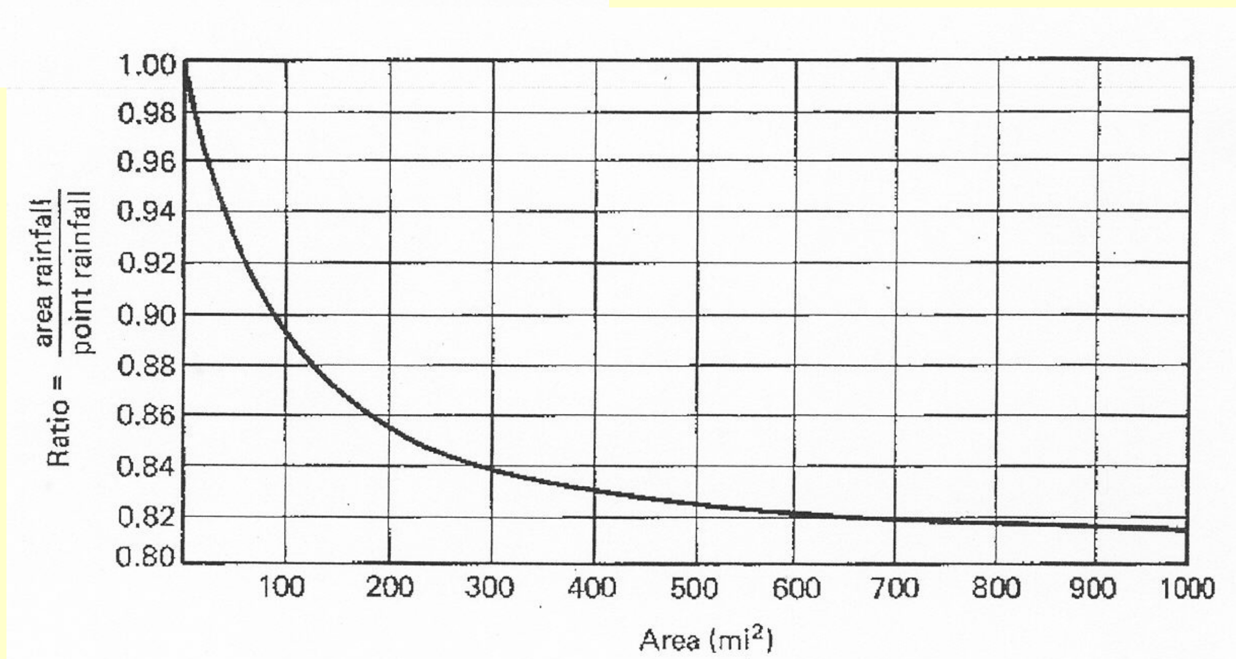
$P_3 = 49{,}64$

$P_4 = 54{,}76$

$P_5 = 58{,}86$

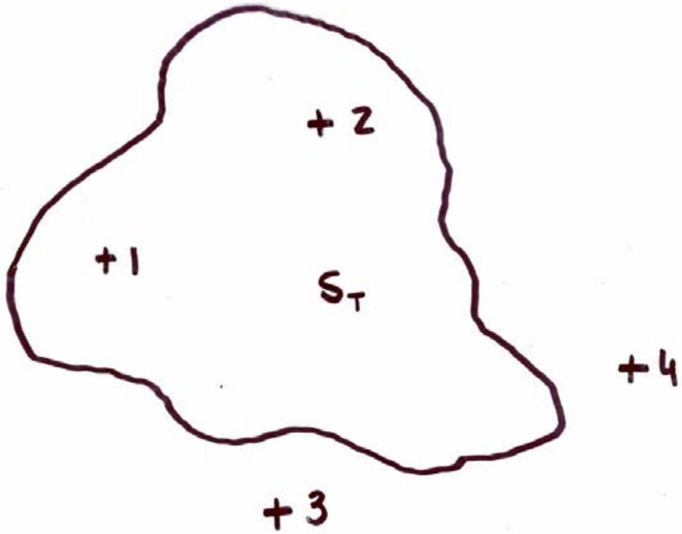
$P_6 = 62{,}28$


Percentage of point rainfall for given area
100
90
80
70
60
50
0
50
100
150
200
250
300
350
400
24-hr
6-hr
3-hr
1-hr
30-min


Ratio = area rainfall / point rainfall
1.00
0.98
0.96
0.94
0.92
0.90
0.88
0.86
0.84
0.82
0.80
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
Area (mi²)

MEDIA

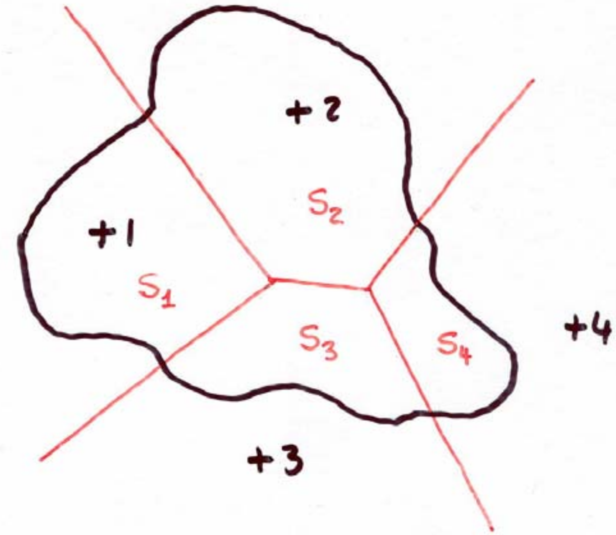
$$P = \frac{\sum P_i}{4}$$



THIESSEN

$$P = \frac{\sum P_i \cdot S_i}{S_T}$$

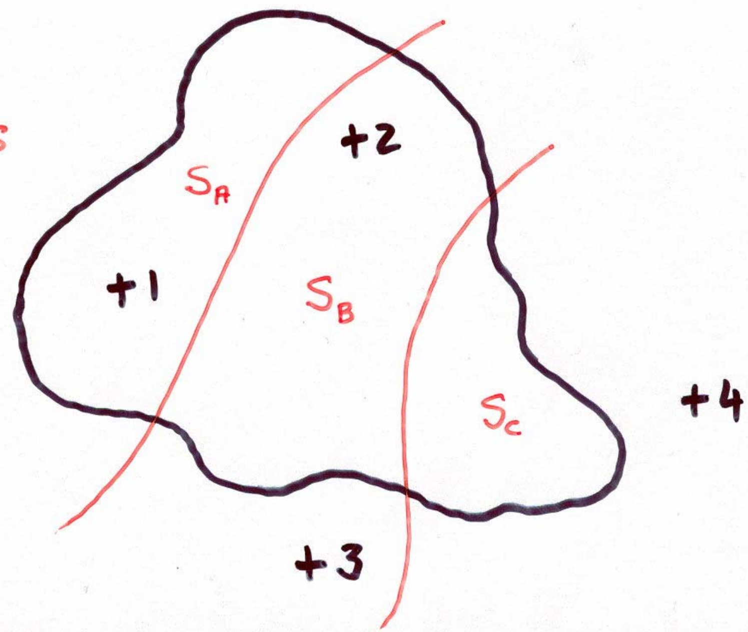
$i \to 1 \dots 4$



ISOHIETAS

$$P = \frac{\sum P_j \cdot S_j}{S_T}$$

$j \to A \dots C$



Ejercicio 1

De una estación meteorológica cercana sabemos que los valores de precipitaciones máximas en 24 horas se ajustan a una distribución Gumbel cuyos parámetros *alfa* y *nu* son **0.09** y **50** respectivamente. Para intensidades de precipitación en duraciones inferiores a 24 horas, se utiliza la siguiente expresión:

$$\mathbf{I_t = P_{24} \cdot 0.4 / t^{0.6}}$$

Sobre esta cuenca se registra una precipitación de **43.94 mm** en **1.5 horas**.

a) Calcular el periodo de retorno T asociado a esta precipitación.

X= 93.4 mm

F(X)= 0.98

T(X)= **50** años

Ejercicio 2

Calcular el caudal punta para un período de retorno de **50 años** utilizando el método de la Fórmula Racional, si se disponen de los siguientes datos:

Registro histórico de precipitaciones máximas en 24 horas.

Año	$P_{max.24h}$
1965	**30**
1966	**60**
1967	**50**
1968	**20**
1969	**90**

I_1/I_{24} = **10**
K = **1.2**
k = **3**

$Xm = 50$
$S^2 = 600$

Alfa = 0.05236
n = 38.976

T = 50 F = 0.98

X = 113.5 mm

Ejercicio 3

Se dispone del siguiente registro histórico de precipitaciones máximas en 24 horas, por meses, procedente de una estación meteorológica de la zona de estudio:

AÑO	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1968	***4.7***	***29.5***	***18.0***	***23.0***	***25.0***	***11.5***	***19.4***	***14.0***	***11.1***	***5.8***	***22.5***	***45.0***
1969	***15.6***	***12.5***	***43.0***	***20.0***	***11.0***	***18.4***	***24.5***	***0.5***	***37.0***	***10.0***	***45.5***	***5.5***
1970	***34.0***	***10.0***	***15.0***	***1.5***	***8.0***	***10.0***	***0.6***	***5.5***	***0.0***	***15.0***	***19.0***	***25.0***
1971	***18.4***	***11.6***	***21.0***	***27.0***	***20.0***	***25.0***	***23.0***	***12.0***	***14.6***	***20.0***	***16.0***	***18.0***
1972	***21.2***	***31.0***	***22.0***	***1.5***	***2.0***	***70.0***	***14.8***	***16.0***	***40.0***	***7.0***	***45.0***	***32.0***
1973	***18.0***	***8.0***	***6.0***	***19.0***	***14.0***	***26.0***	***26.0***	***35.0***	***17.0***	***29.0***	***13.0***	***11.0***
1974	***24.0***	***22.0***	***19.0***	***8.5***	***11.5***	***60.0***	***6.0***	***17.0***	***2.0***	***7.0***	***13.0***	***6.0***
1975	***22.0***	***19.5***	***7.0***	***60.0***	***33.0***	***20.0***	***2.0***	***22.0***	***8.0***	***12.5***	***22.0***	***13.0***

a) Ajustar la función de distribución Gumbel para valores extremos a estos datos.

b) Estimar el Periodo de Retorno de una precipitación de 80 mm en 24 horas.

	45.0
	45.5
	34.0
	27.0
	70.0
	35.0
	60.0
	60.0

$$X_m = \mu + \frac{0.5772}{\alpha}$$

media	47.1
varianza	226.60
α	0.0852
μ	40.29

$$S^2 = \frac{\pi^2}{6 \cdot \alpha^2}$$

$$F(x) = e^{-e^{-0.0852 \cdot (x - 40.29)}}$$

x = 80 mm

F(x) = 0.966640252

$$T(x) = \frac{1}{1 - F(x)} = \frac{1}{1 - 0.96664} \approx 30\ años$$