Licenciatura en Ciencias Ambientales

Matemáticas y Estadística aplicada

POLITÉCNICA

ANÁLISIS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Indice de contenidos:

INTRODUCCIÓN

MODELOS DE SERIES TEMPORALES (Box-Jenkins, 1973):

- De Procesos estacionarios
- De Procesos no estacionarios
- Aplicación a series observadas:
  - Análisis descriptivo
  - Identificación del modelo
  - Estimación de parámetros
  - Verificación del modelo

Profª Concepción González García

Análisis en el dominio del tiempo: *Introducción* I

La teoría en que se basa el análisis en el dominio del tiempo es la de los “procesos estocásticos”.

Las herramientas, en este tipo de análisis, para detectar pautas repetitivas en la evolución de una serie de tiempo son la covarianza y el coeficiente de correlación.

La expresión de la covarianza cuando se expresa en función de *k* (distancia entre dos puntos de medida de la misma variable) :

$$\gamma(k) = C(s_i, s_{i+k}), \ \forall\, i \in T$$

se conoce por autocovarianza, y la distancia *k* de separación se le denomina retardo (lag, en inglés).

Análisis de series temporales: *Introducción* II

A partir de la autocovarianza y de la varianza de la serie $\gamma(0)$, la expresión:

$$\rho(k) = \gamma(k)/\gamma(0)$$

se denomina Autocorrelación entre observaciones a retardo k

La representación de $\rho(k)$ para cada "k" se conoce por función de autocorrelación simple (fas) o correlograma.

Utilidad: - analizar pautas de dependencia (variaciones periódicas)

- identificar modelo que genera los datos

Análisis de series temporales: *Introducción* III

A partir de los datos observados ¿cómo se estiman las expresiones anteriores?

- De la teoría de los procesos estocásticos, cuando se desconoce la distribución conjunta de

$$\{X(t_1),\ldots, X(t_n)\}$$

y sólo se dispone de una "*trayectoria*" del proceso (serie observada)

$$\{x(t_1),\ldots, x(t_N)\}$$

- para la obtención de un modelo que represente la evolución de la variable hay que realizar ciertas hipótesis simplificadoras (normalidad, estacionaridad) sobre la distribución conjunta de las variables que generan los datos observados.
- para detectar dependencias e identificar un modelo se emplean estimadores de la autocovarianza y de la autocorrelación.

Análisis de series temporales: *Introducción* IV

Autocovarianza muestral:

Estimador sesgado y eficiente. Se recomienda emplearlo con N > 50 y estudiar el retardo hasta N/4.

$$c(k) = \sum_{t=1}^{N-k} \frac{(x_t - \overline{x}_N)(x_{t+k} - \overline{x}_N)}{N}$$

Lo mismo sucede para el coeficiente de correlación muestral

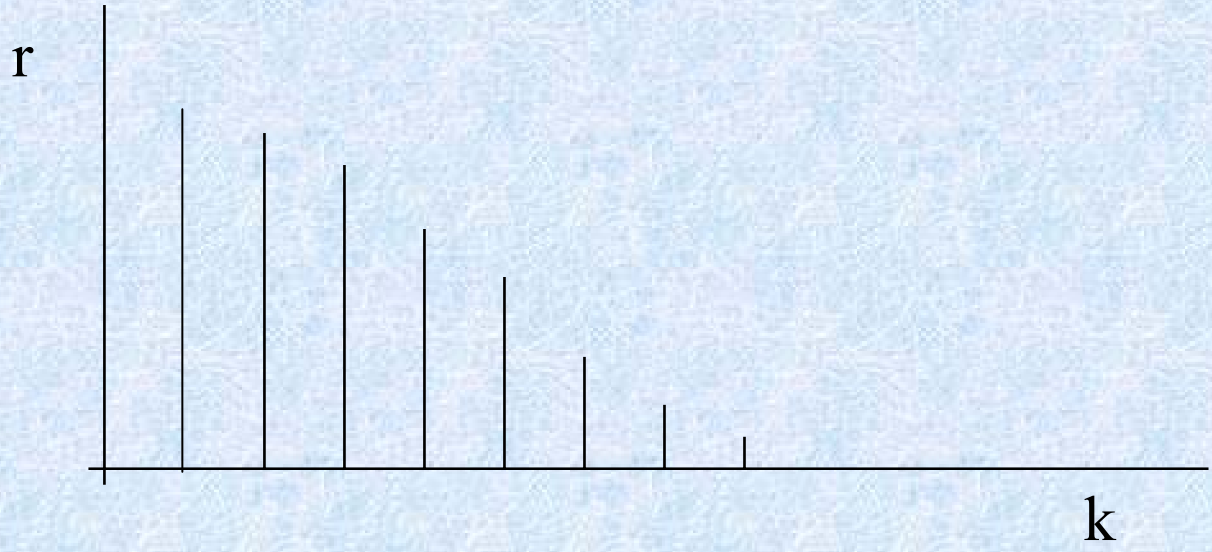
r(k) = c(k) / c(0).

Si al aumentar "k", el coeficiente de correlación presenta una tendencia clara a disminuir

↓

Proceso ergódico

CORRELOGRAMA DE UN PROCESO ERGÓDICO



Análisis de series temporales (*procesos especiales*)

- En un proceso ergódico la dependencia lineal tiende a 0 al aumentar el retardo.
- Si el proceso no es ergódico, el aumento de observaciones (tamaño muestral) no supone obtención de más información, por ser todas las observaciones muy dependientes entre sí.

Análisis de series temporales (*procesos especiales*)

PROCESO RUIDO BLANCO: Características

La serie $\{ a_t \}$, se le llama ruido blanco si cumple las condiciones:

a) $E[a_t] = 0$ media cero.

b) $Var(a_t) = s^2$ varianza constante.

c) $Cov(a_t, a_s) = 0$ para $t \neq s$

(c) Es la condición de no correlación entre las variables del proceso (en caso de normalidad del proceso supone independencia entre variables a_t y a_s.

Si además cada variable aleatoria del proceso tiene distribución normal se le llama un proceso de ruido blanco gaussiano.

Análisis de series temporales: *series observadas*

Series discretas

- Notación: $X(t)$ ó X_t
- Las observaciones se toman a intervalos regulares de t:

$$X(t),\ X(t+k),\ X(t+2k),\ \ldots$$

•***Objetivo análisis*:** Determinar la estructura de dependencia entre las observaciones para obtener un modelo que sirva para <u>explicar</u>, <u>predecir</u> la evolución futura de la variable observada y, en su caso, <u>controlar</u> el proceso.

Análisis de series temporales

- La construcción de un modelo de serie de tiempo implica
  - Suponer que las propiedades transversales de la serie son estacionarias y ergódicas.
  - El modelo expresará la dependencia de X(t) en función de X(t-k) con k=1,2,...

Análisis de series temporales: Estacionariedad

Un proceso es estacionario (en sentido débil):

> Si su media no depende del tiempo, .

$$\overline{X}_t = \mu = cte$$

> Si su varianza no depende del tiempo, . $\sigma^2{}_t = \sigma^2 = cte$

> Si la covarianza c(x(t), x(s)), sólo depende de la distancia t-s = k

Un proceso es estacionario (en sentido estricto):

> Si, además de las tres condiciones anteriores, la distribución de cada x(t) es la misma para cualquier t (no depende del tiempo).

Análisis de series temporales: *Modelos*

- **MODELOS DE PROCESOS ESTACIONARIOS:**

➢AUTORREGRESIVOS, AR(p)

$$X(t)= \phi_1 X(t-1)+...+ \phi_p X(t-p)+ a_t$$

➢DE MEDIA MOVIL, MA(q)

$$X(t)= a_t-\theta_1 a_{t-1}-...- \theta_q a_{t-q}$$

➢MIXTOS, ARMA (p, q)

$$X(t)= \phi_1 X(t-1)+...+ \phi_p X(t-p)+ a_t -\theta_1 a_{t-1}-...- \theta_q a_{t-q}$$

Análisis de series temporales: *Modelos AR*

AUTORREGRESIVOS AR(p)

$$X(t)= \phi_1 X(t-1)+...+ \phi_p X(t-p)+ a_t$$

Existe autocorrelación entre X(t) y las variables en los p instantes anteriores

Modelo similar al de regresión múltiple donde

a_t es el residuo con $E(a_t)=0$ y $V(a_t)=\sigma_a^2$

Sin término independiente por ser X(t)=X'(t)-E(X'(t))

Para que el proceso sea estacionario los coeficientes $|\phi_i| <1$

Análisis de series temporales: *Modelos AR*

AUTORREGRESIVO AR(1)

$$X(t) = \phi_1 X(t-1) + a_t$$

Con el coeficiente $\phi = 1$, es el proceso conocido por "paseo aleatorio", que no es estacionario, como se verá más adelante.

Por ello, $|\phi_1| < 1$ para que represente un proceso estacionario.

Análisis de series temporales: *Modelos MA*

DE MEDIA MOVIL MA(q)

$$X(t)= a_t-\theta_1 a_{t-1}-...- \theta_q a_{t-q}$$

Existe autocorrelación entre X(t) y la parte aleatoria de las variables en "q" instantes anteriores

Modelo similar al de regresión múltiple

a_t es el residuo con $E(a_t)=0$ y $V(a_t)=\sigma_a^2$

Siempre es estacionario

Para que tenga buenas propiedades, los coeficientes $|\theta_i| <1$

Análisis de series temporales: *Modelos MA*

MIXTOS ARMA(p,q)

$$X(t)= \phi_1 X(t-1)+...+ \phi_p X(t-p)+ a_t -\theta_1 a_{t-1}-...- \theta_q a_{t-q}$$

Similar a un modelo de regresión múltiple con p términos AR y q términos MA.

Por convenio, los coeficientes ϕ_i de los términos AR se les antecede con un signo +, y los coeficientes θ_i de los términos MA se les antecede con un signo –, pero pueden tomar ambos tanto signo + como -.

Análisis de series temporales: *Modelos (Procesos no estacionarios)*

- **MODELOS DE PROCESOS NO ESTACIONARIOS:**

Si las series <u>no son estacionarias</u> pueden presentar:

- ✷ Tendencias (variaciones en la media)
- ✷ Estacionalidad, ciclos (periodicidades)
- ✷ Variaciones en la dispersión

En resumen, su media y dispersión varían con el tiempo.

Análisis de series temporales: *Modelos (Procesos no estacionarios)*

- **MODELOS SENCILLOS DE PROCESOS NO ESTACIONARIOS:**

Un proceso se llama paseo aleatorio si en cada t:

$$X(t)= X(t-1) + a_t$$

con a_t ruido blanco de media μ y varianza σ_a^2.

Se suelen iniciar en $t = 0$, $X_1 = a_1$ y

$$X_t = a_1 + a_2 + \ldots + a_t$$

Entonces $E(X_t) = t\,\mu$ y $Var(X_t) = t\,var(a_t)$ no es estacionario pero $\nabla X(t)=X(t)-X(t-1)=a_t$

sí lo es.

Análisis de series temporales:
Modelos (Procesos no estacionarios)

Ejemplos de procesos representados por "paseos aleatorios" :

En Economía:
- opciones de inversión en Bolsa
- administración de acciones
- ....

En cálculo de probabilidades:
El nombre de "paseo" viene del caso de lanzar una moneda y avanzar un paso si sale cara y retroceder si sale cruz. El caso en dos dimensiones se realiza con el lanzamiento de dos monedas. Repetidos lanzamientos trazan una trayectoria del proceso "paseo aleatorio".

Análisis de series temporales:
Modelos (Procesos no estacionarios)

✶**MODELOS SENCILLOS DE PROCESOS NO ESTACIONARIOS:**

> Proceso de alisado exponencial simple:

$$x_t = x_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} = x_{t-1} + (1 - \theta B) a_t$$

Muy empleado en previsión.

Con operadores, su notación es $\nabla x_t = (1 - \theta B) a_t$

$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} \longrightarrow$ Operador diferencia

$B a_t = a_{t-1} \longrightarrow$ Operador retardo

Este tipo de modelos son casos particulares de un grupo más amplio, los ARIMA.

Análisis de series temporales: *Modelos (Procesos no estacionarios)*

- **MODELOS INTEGRADOS ARIMA:**

Si la media de una serie varía en el tiempo, tiene tendencia, con diferencias se puede estabilizar la media. Por ejemplo, con una diferencia:

$Z(t)=X(t)-X(t-1)=\nabla X(t)$, si hubiera tendencia en $Z(t)$, se diferencia de nuevo,

$$\nabla^2 X(t)=Z(t)-Z(t-1)=[X(t)-X(t-1)]-[X(t-1)-X(t-2)]$$

En general, la serie estacionaria después de **d** (normalmente 1ó 2) diferencias será $W(t)= \nabla^d X(t)$.

Análisis de series temporales: *Modelos ARIMA*

- **MODELOS INTEGRADOS ARIMA:**

La serie W(t) se modeliza con un ARMA(p,q) y la serie original X(t) se obtiene por suma (integración) de las W(t)$\Rightarrow$ Modelo integrado ARIMA(p,d,q)

Por ejemplo,

Una serie que se ha diferenciado una vez, $d=1$, y tenga $p=0$ y $q=1$, será un ARIMA(0,1,1) y tendrá la expresión:

$$X(t)=X(t-1)+a_{t-1}-\theta a_{t-1}$$

Análisis de series temporales: *Modelos ARIMA*

- **MODELOS INTEGRADOS ARIMA:**

Si una serie tiene estacionalidad (media que varía cada s observaciones) no será estacionaria.

Para estabilizar la media se tomarán D diferencias de periodo s (normalmente 1 ó 2)

$$Z(t)=X(t)-X(t-s)=\nabla_s X(t)$$

si sigue habiendo estacionalidad en Z(t), se vuelve a diferenciar estacionalmente,

$$\nabla_s^2 x_t = z_t - z_{t-s} = (x_t - x_{t-s}) - (x_{t-s} - x_{t-2s})$$

- **MODELOS ESTACIONALES:**

En general, la serie estacionaria después de **D** (normalmente 1ó 2) diferencias estacionales de período s será

$$W(t) = \nabla_s^D X(t)$$

A W(t) ya se le podrá ajustar un modelo ARMA (P,Q) Cuando hay estacionalidad, una vez diferenciada y estabilizada la serie, el ajuste del modelo ARMA, se realiza fijándonos en los retardos estacionales, por lo que en la notación se distingue con letras mayúsculas los términos AR y MA del modelo, así como los coeficientes Φ y Θ. Del inglés "Seasonal", se suelen conocer por "SARIMA"

Análisis de series temporales: *Modelos SARIMA*

- **MODELOS ESTACIONALES: Ejemplos**

Si X(t) es mensual, s=12: $\nabla_{12}^{D} X(t)$

Las diferencias de orden uno (D=1) serán,

$$\nabla_{12} X(t) = X(t) - X(t-12)$$

Las diferencias de orden dos (D=2) serán,

$$\nabla_{12}^{2} X(t) = [X(t) - X(t-12)] - [X(t-12) - X(t-24)]$$

Análisis de series temporales: *Modelos*

- **MODELOS GENERALES:**

Cuando existe tendencia y estacionalidad se puede modelizar la dependencia en la serie estacionaria $W(t)= \nabla^d \nabla_s^D X(t)$ examinando:

la parte no estacional mediante un ARMA(p,q) y

la estacional con un $ARMA(P,Q)_s$, obteniendo un

✶ **Modelo $ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)_s$**

Análisis de series temporales: *Modelos*

- **MODELOS GENERALES:**

Ejemplo:

Si X(t) es mensual (precipitaciones o caudales en un río) con **ARIMA $(1,0,0)x(0,1,1)_{12}$**, el modelo proporciona cada valor de X en t, en función de los valores en t-1, t-12 y t-13, así como de los residuos en t-12

$$X(t)= X(t-12)+\phi_1[X(t-1)-X(t-13)]+a_t-\Theta_1 a_{t-12}$$

Análisis de series temporales: *Identificación modelo (I)*

Etapas, según metodología de Box-Jenkins, para la obtención de un modelo ARIMA para una serie observada.

i) IDENTIFICACIÓN DEL MODELO (Análisis descriptivo):

Para identificar un modelo de la clase general ARIMA, es necesario que la serie sea estacionaria, por ello, habrá que seguir un procedimiento con herramientas de tipo "descriptivo" para detectar y eliminar las causas de falta de estabilidad de los datos.

- ❖Observación del gráfico de la serie inicial.
- ❖ Estabilizar la media con "diferencias"
- ❖ Estabilizar la varianza transformando los datos con alguna de las transformaciones de potencia Box-Cox

Análisis de series temporales: *Identificación modelo:* **Etapa descriptiva**

i) IDENTIFICACIÓN DEL MODELO (Análisis descriptivo):

- OBSERVACIÓN DEL GRÁFICO DE LOS DATOS EN FUNCIÓN DEL TIEMPO.

  - ✓ Para detectar la presencia de variaciones en la dispersión o en la media por tendencias o periodicidades.

  - ✓ Se debe extraer toda la información posible del análisis descriptivo de la serie inicial observada.

Análisis de series temporales: *Identificación modelo:* **Etapa descriptiva**

PROBLEMAS OBSERVADOS EN LA SERIE INICIAL: Falta de estacionariedad por variaciones en la media o en la dispersión.

- ESTABILIZAR LA SERIE

> Por transformación de los datos

p.e.: $z_t=\log x(t)$

se elimina la variación en la dispersión (varianza)

> Con diferencias d o D, obteniendo la serie estacionaria w_t, con t=1, ..., N-d-D al eliminar variaciones en la media (tendencias o estacionalidad)

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: **Etapa descriptiva - Correlogramas**

- **ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA DE DEPENDENCIA**.

  Con ayuda de la función de autocorrelación simple (f.a.s.) y su gráfico o correlograma (coeficientes de correlación según distintos retardos $k = 1, 2, \ldots$

  La evolución de las autocorrelaciones permite identificar el tipo de modelo:

  AR, MA o ARMA.

En el análisis de la fas, es necesario establecer los límites de confianza para los *r(k)* y así decidir los que son significativos ($\neq 0$).

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: **Etapa descriptiva - Correlogramas**

- **ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA DE DEPENDENCIA.**

Límites de confianza para los r(k):

➢ Si las variables del proceso son independientes e idénticamente distribuidas, los límites de confianza al 95% para las autocorrelaciones son, aproximadamente,

$$\rightarrow \frac{1}{N} \pm \frac{2}{\sqrt{N}}$$

➢ Otra forma de construir el intervalo es suponer que los *k* primeros valores teóricos (ρ) son no nulos y los siguientes sí lo son. Estos límites crecen con el retardo.

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: **Etapa descriptiva - Correlogramas**

- **ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA DE DEPENDENCIA.**

Función de autocorrelación parcial (fap)

Es la representación de los coeficientes de autocorrelación parcial (α_{kj}) en función del retardo k.

Los α_{kj} son:

$$w_t=\alpha_{k1}w_{t-1}+ \ldots + \alpha_{kk}w_{t-k}+ r_t$$

Los límites para decidir si los $\alpha_{kj}\neq 0$ se calculan con $\pm 2/\sqrt{N}$

El análisis conjunto de fas y fap permitirá identificar el tipo de modelo y el nº de coeficientes o parámetros a estimar. De aquí el interés de estas dos funciones en la metodología Box-Jenkins.

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: ***Comparación fas y fap***

Fas y Fap varian de manera inversa en el caso de procesos AR o MA y son similares cuando corresponden a un ARMA:

	función autocorrelación simple (fas)	función autocorrelación parcial (fap)
AR(p)	Muchos coef. no nulos que decrecen con k como mezcla de exp. y senoides	p primeros coeficientes no nulos y el resto 0.
MA(q)	q primeros coeficientes no nulos y el resto 0.	Muchos coef. no nulos que decrecen con k como mezcla de exp. y senoides
ARMA(p,q)	Decrecimiento hacia 0.	Decrecimiento hacia 0.

Análisis de series temporales: *Identificación modelo:* ***Características correlogramas***

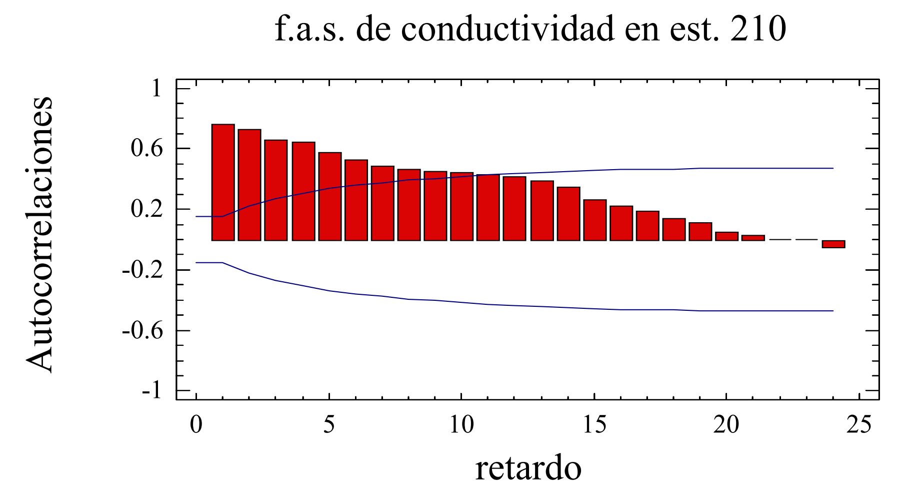
1. La velocidad de decrecimiento de *r(k)* al aumentar *k*, va a servir para indicar si la serie es estacionaria o debe diferenciarse d y D veces

   Se estudian las r(k) significativas en retardos interpretables físicamente (primeros retardos o periodos estacionales).

   Se pueden dar coeficientes significativos a retardos altos debido a la variación muestral (límites al 95%).

Análisis de series temporales: *Identificación del modelo*
Ejemplos de dos series con media inestable

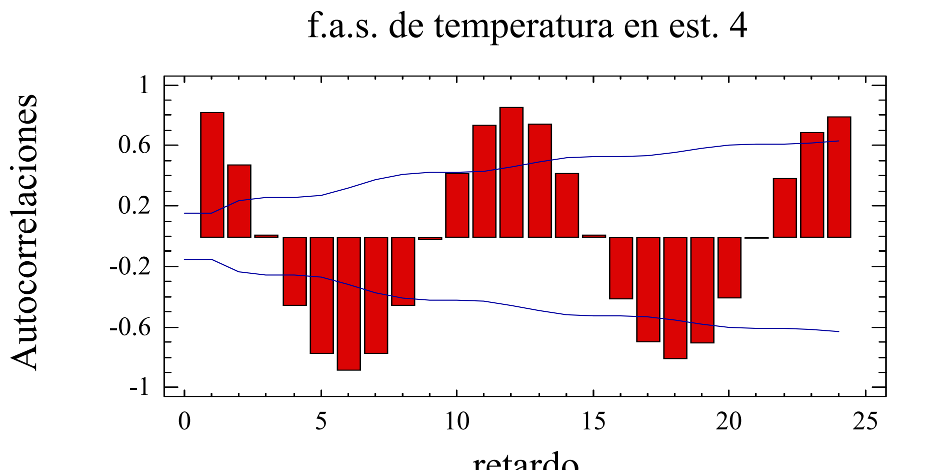
Media inestable por tendencia



Estabilizar tomando

⇒ d =1 ó 2

Media inestable por estacionalidad



Estabilizar tomando

⇒ D =1

Análisis de series temporales: *Identificación modelo (IX)*

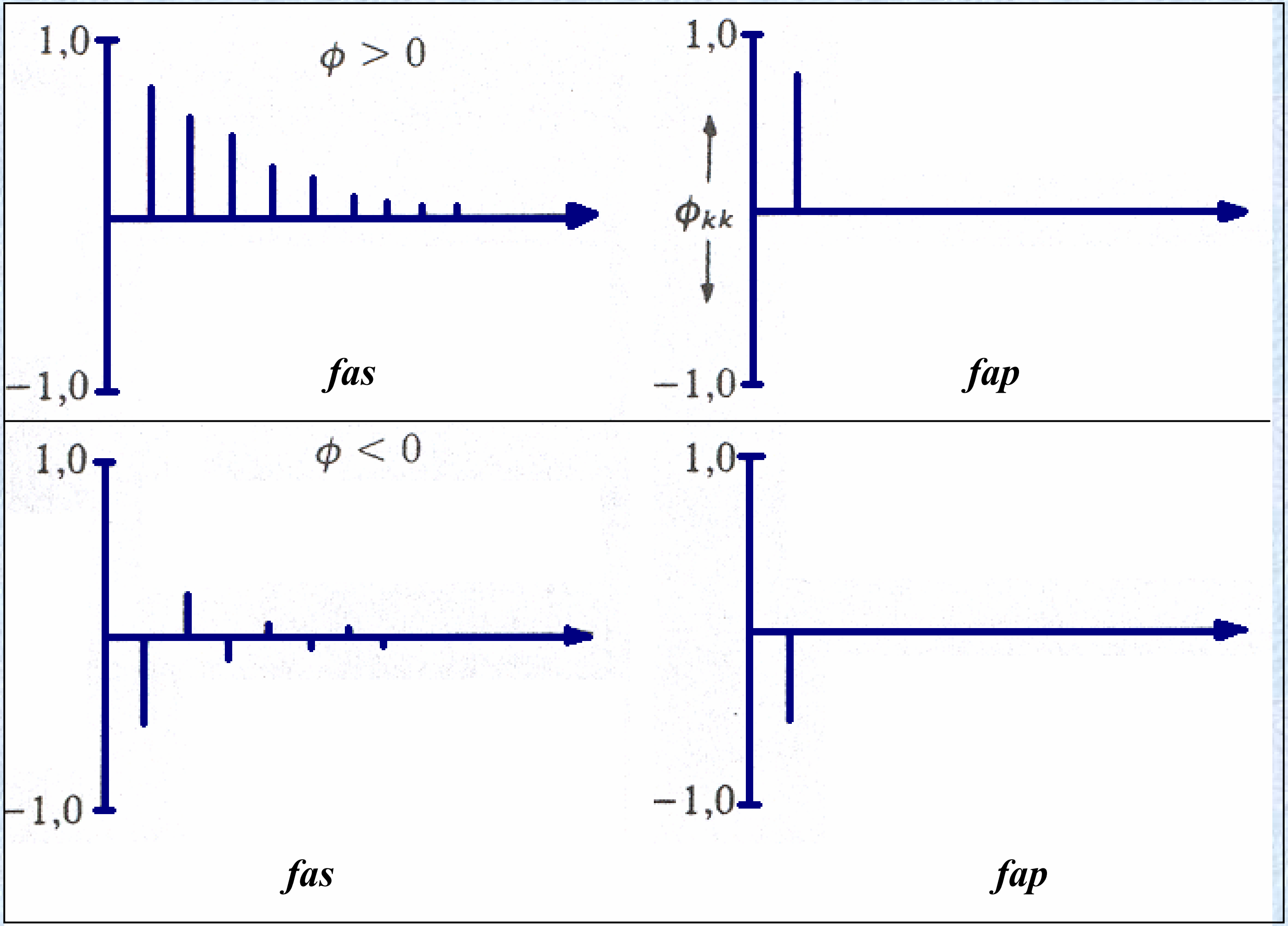
2. Para la serie estacionaria w(t) (idem para la parte estacional) se comparan sus gráficos de fas y fap con los simulados de modelos teóricos AR, MA y ARMA.

   Se selecciona el modelo que mejor represente la serie estudiada, eligiendo el número de coeficientes p y/o q.

   Esta es la fase más complicada del análisis y requiere cierta experiencia.

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: comparación con fas y fap de modelos teóricos simulados

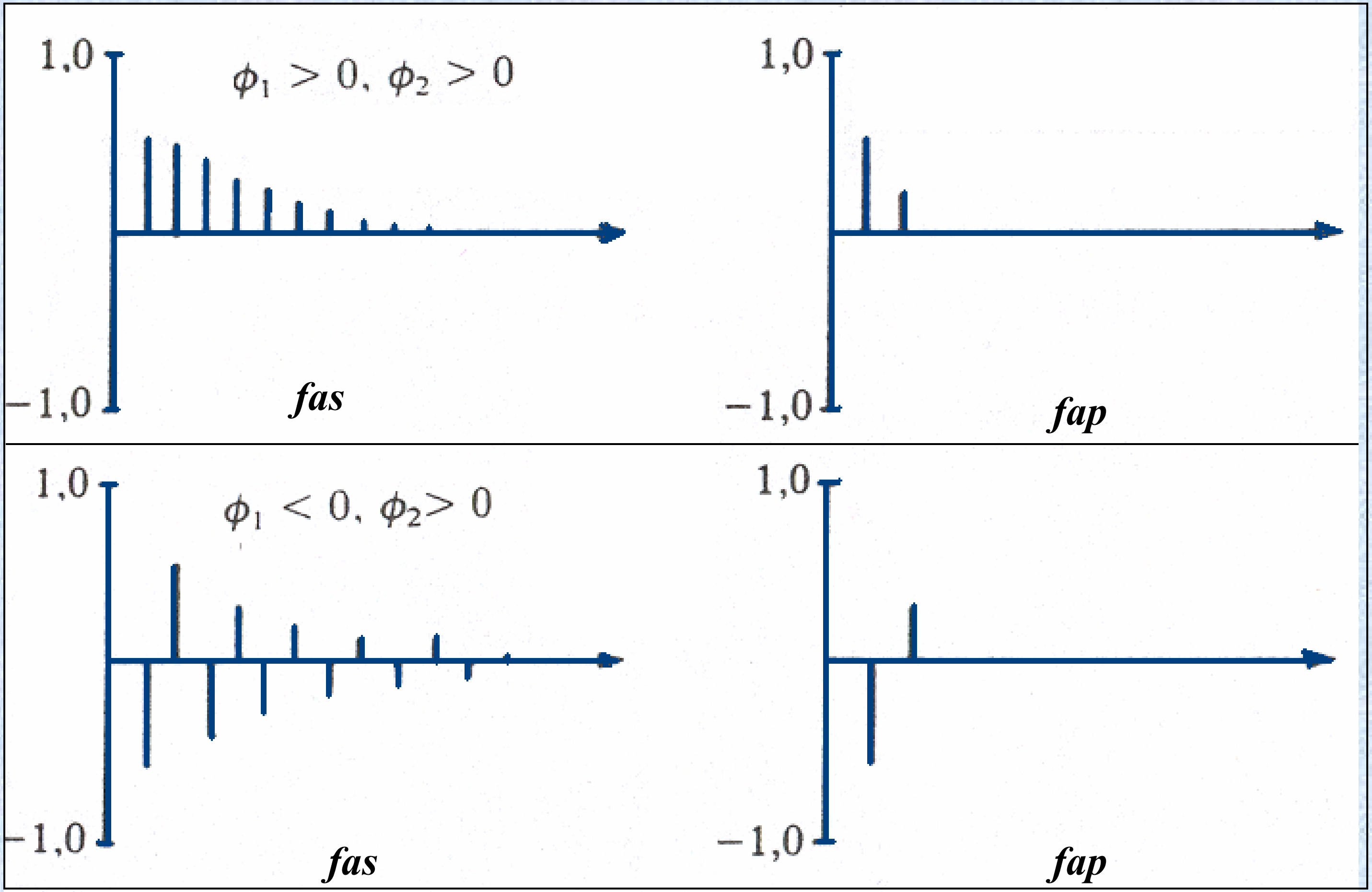
AR(1)



Funciones autocorrelación simple y parcial procesos AR(1)

Análisis de series temporales:
Identificación modelo: comparación con fas y fap de modelos teóricos simulados

AR(2)

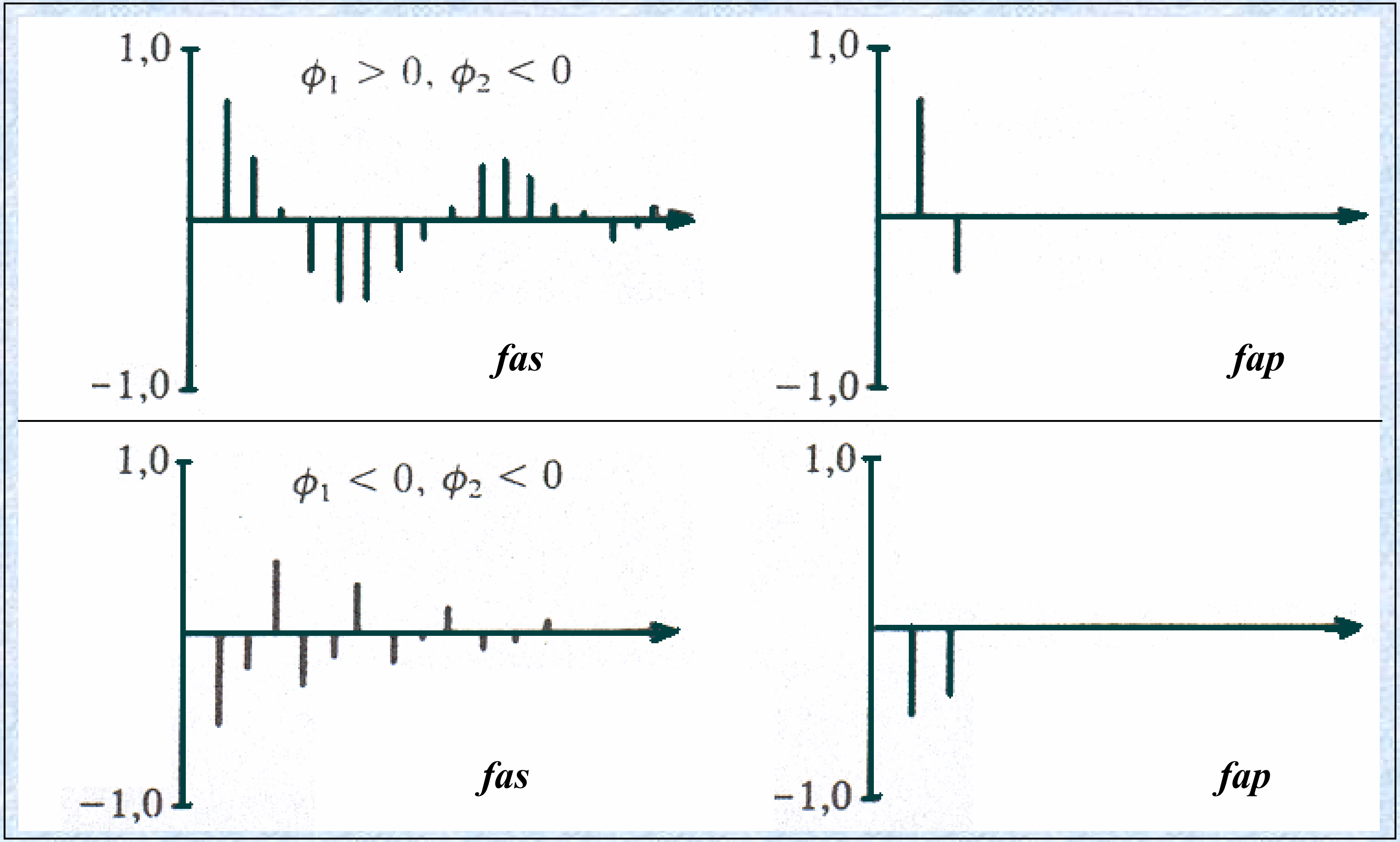


Funciones autocorrelación simple y parcial procesos AR(2)

Análisis de series temporales:

Identificación modelo: comparación con fas y fap de modelos teóricos simulados

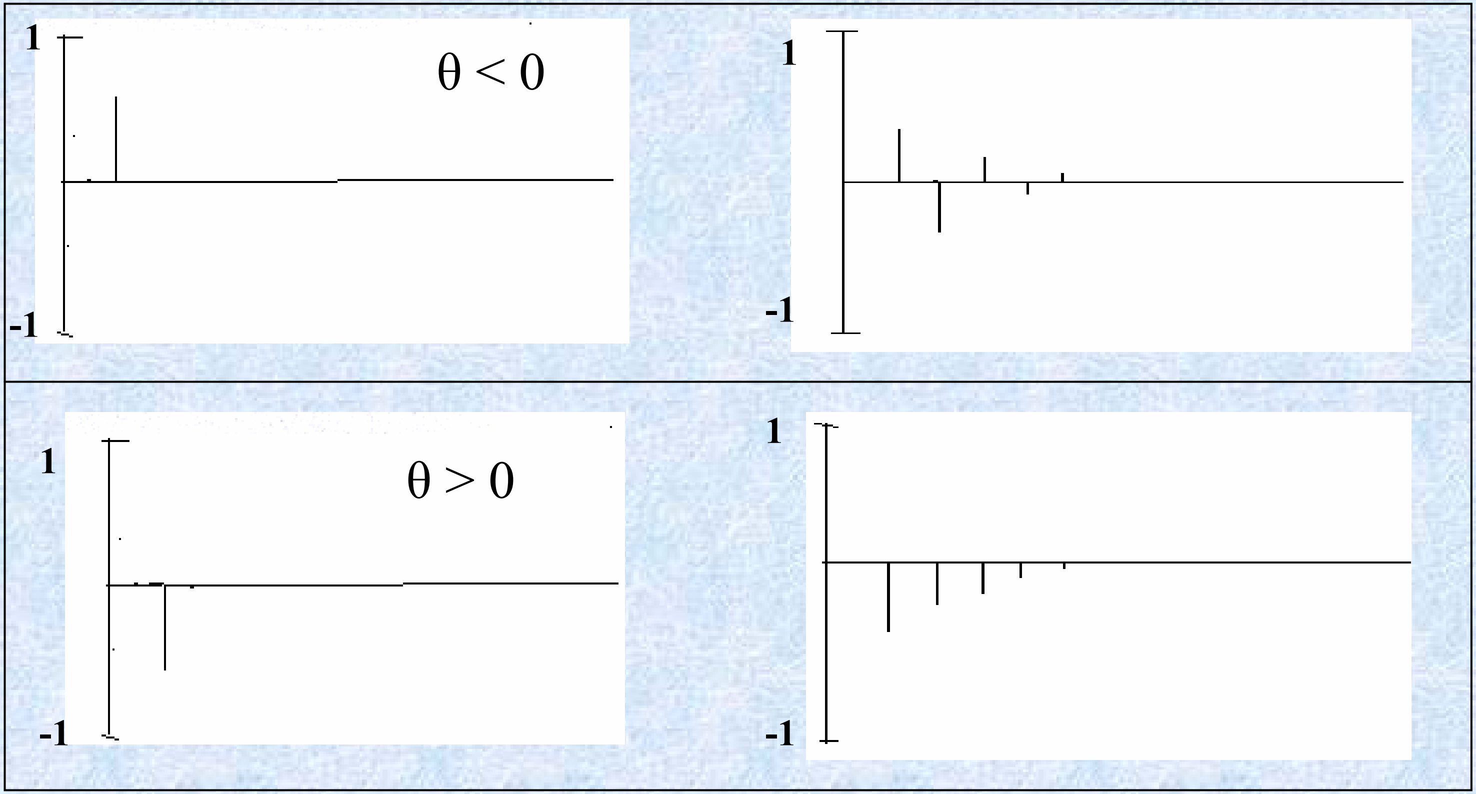
AR(2)



Funciones autocorrelación simple y parcial procesos AR(2)

Análisis de series temporales:
Identificación modelo

MA(1)



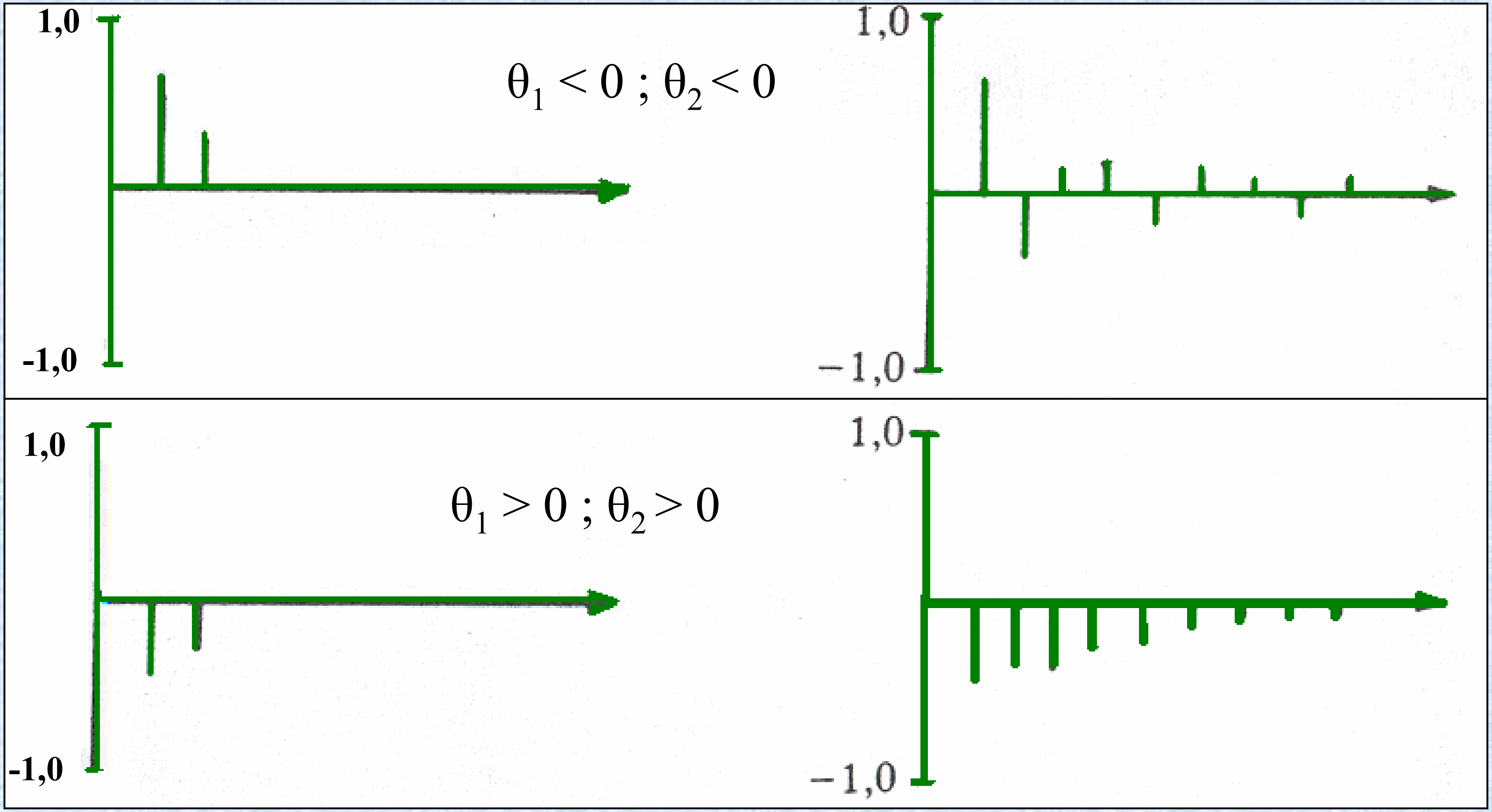
F.a.s.

F.a.p.

Funciones autocorrelación simple y parcial procesos MA(1)

Análisis de series temporales:
Identificación modelo

MA(2)



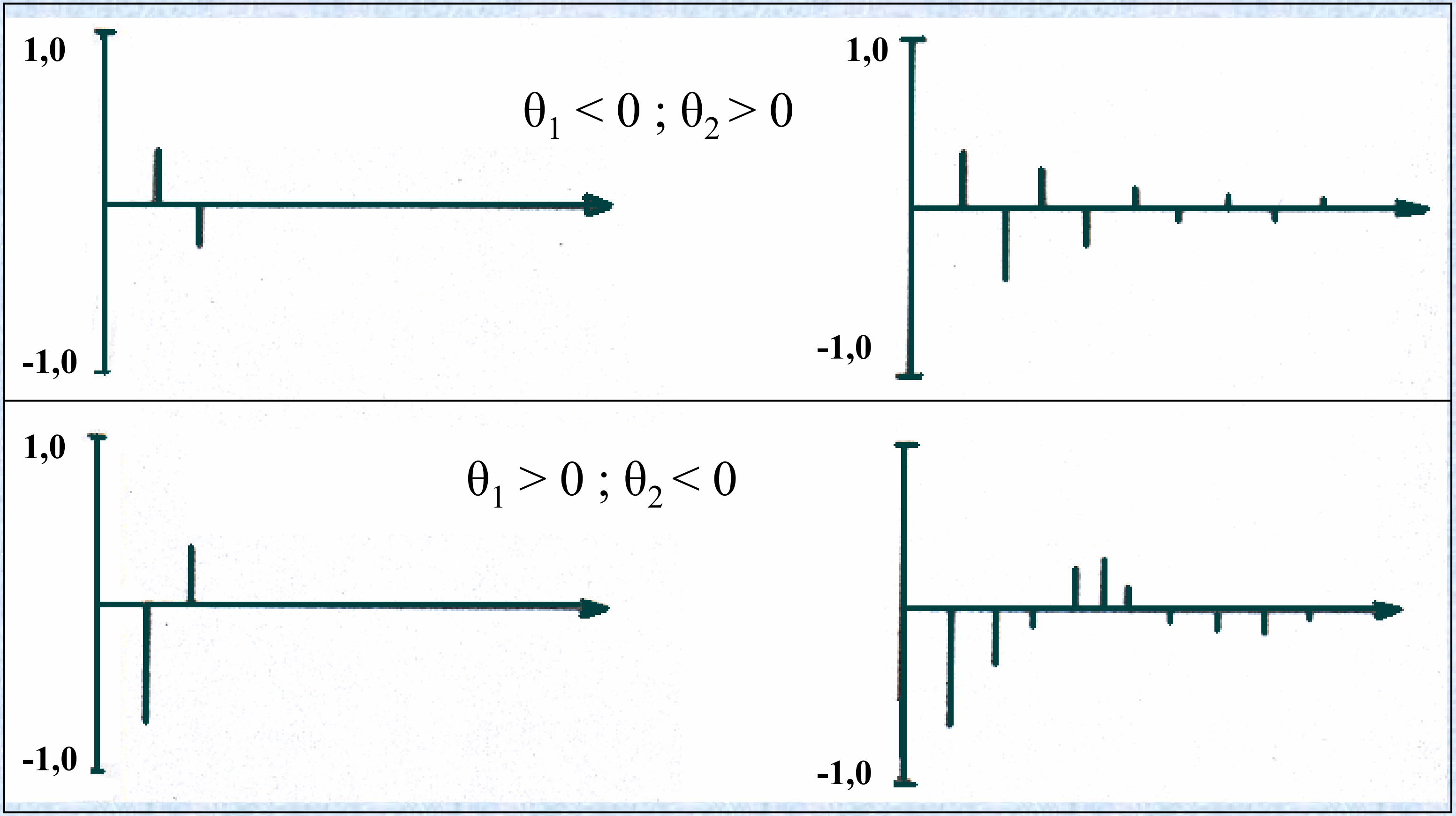
F.a.s.

F.a.p.

Funciones autocorrelación simple y parcial procesos MA(2)

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*

MA(2)

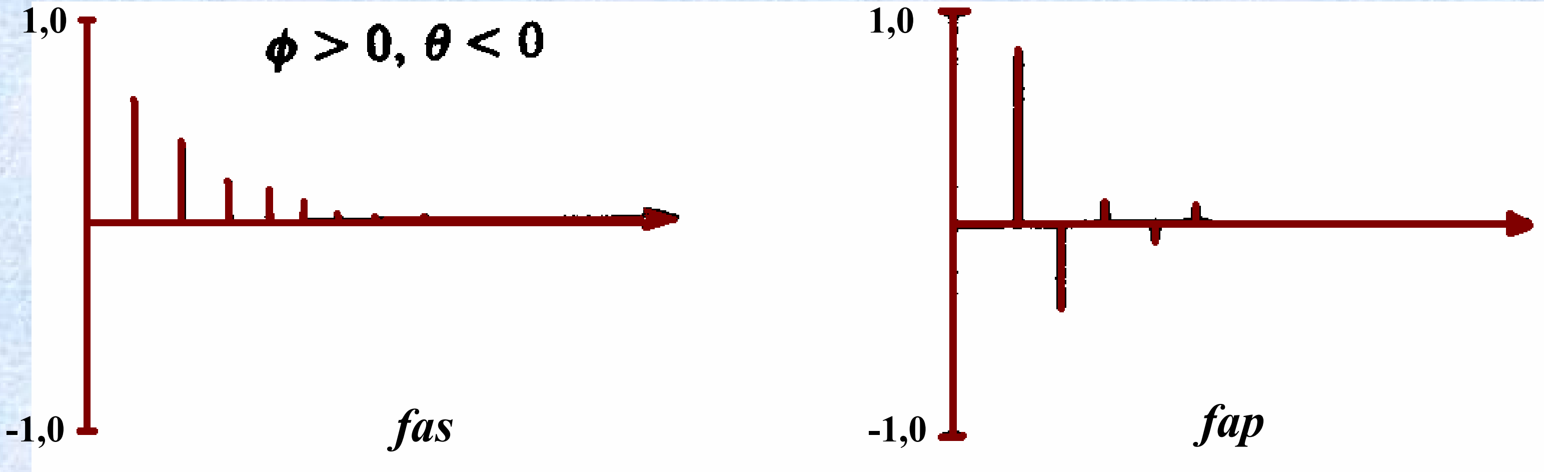


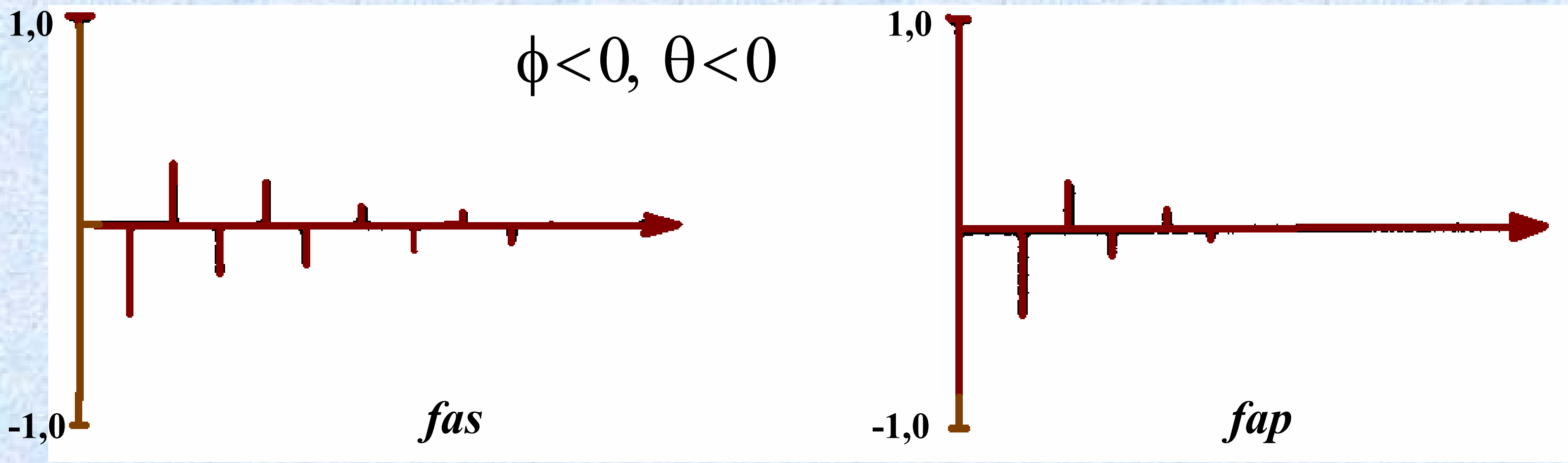
F.a.s. F.a.p.

Funciones autocorrelación simple y parcial procesos MA(2)

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*

ARMA(1,1)

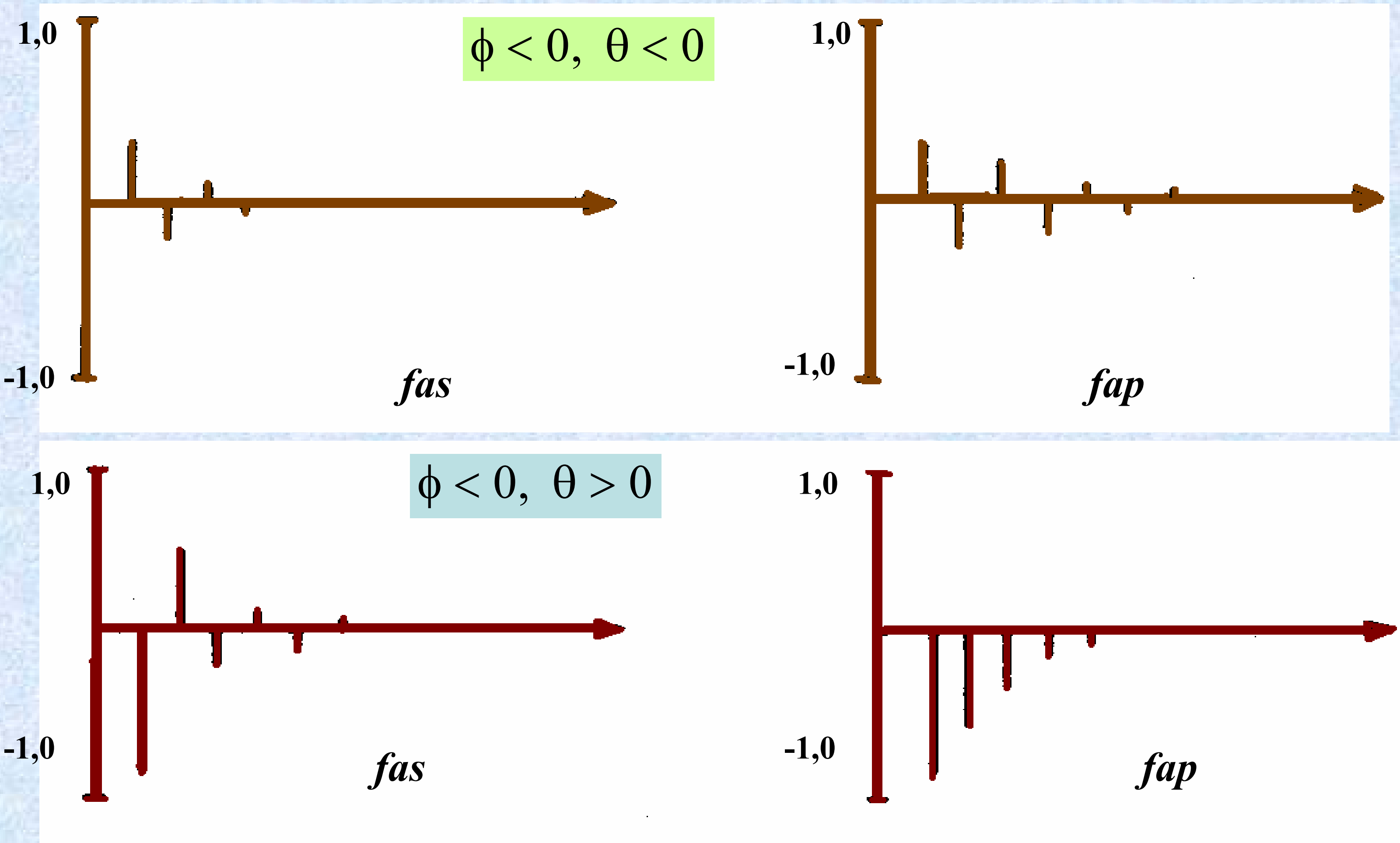




Funciones autocorrelación simple y parcial procesos ARMA

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*

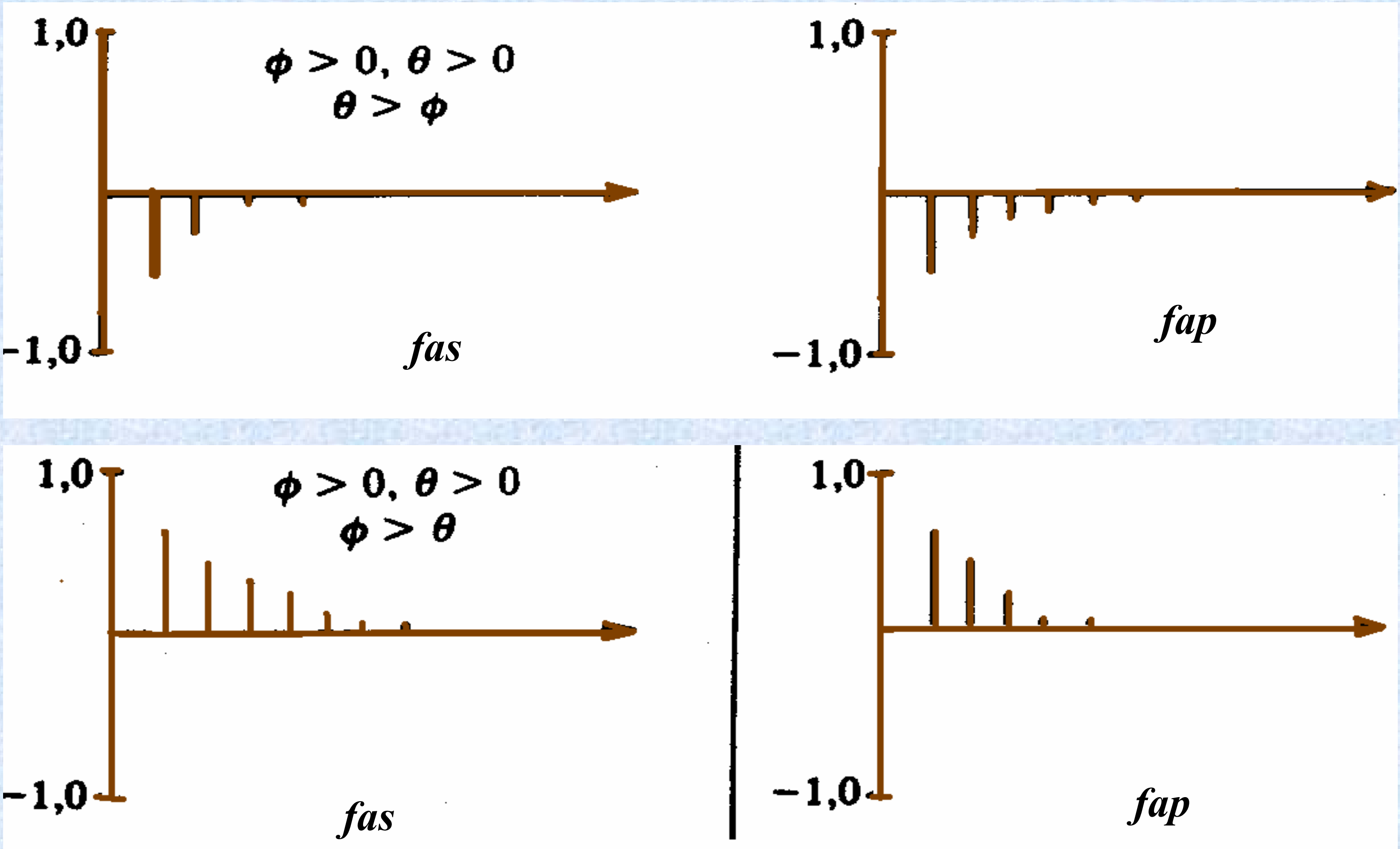
ARMA(1,1)



Funciones autocorrelación simple y parcial procesos ARMA

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*

ARMA(1,1)

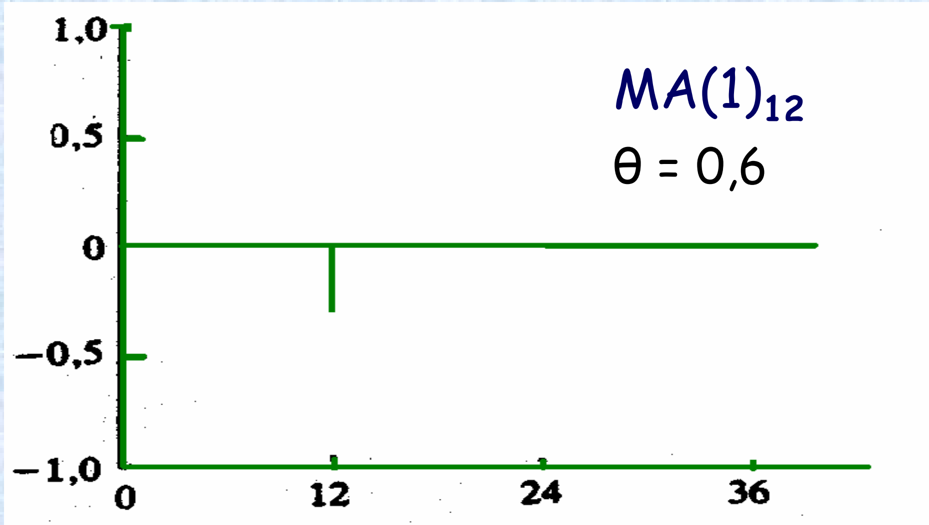


Funciones autocorrelación simple y parcial procesos ARMA

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*

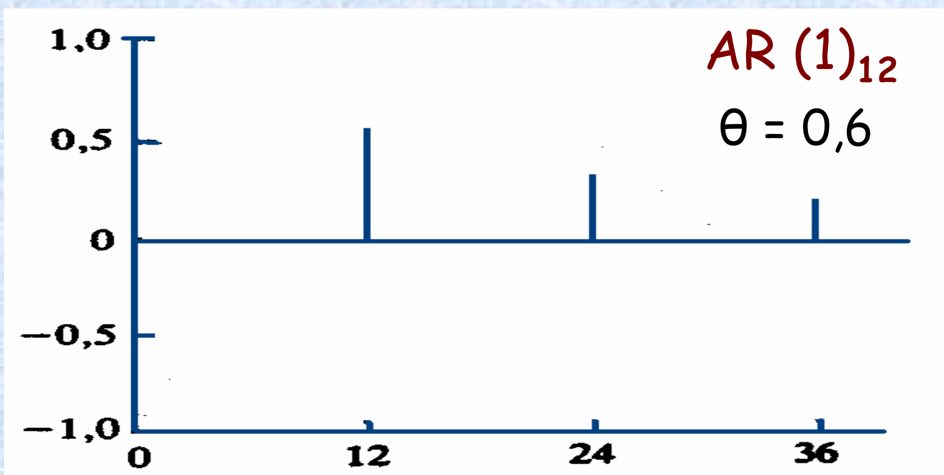
$MA(1) \times MA(1)_{12}$

$\theta = 0,5$; $\Theta = -0,5$



$MA(1) \times MA(1)_{1}$

$\theta = \Theta = 0,5$



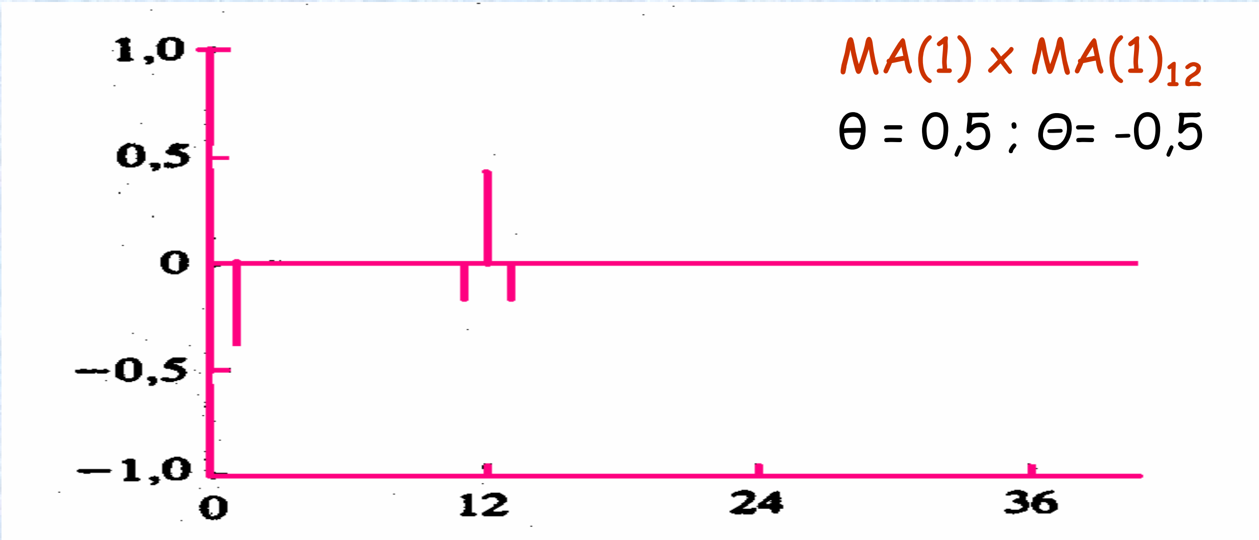
$AR(1) \times MA(1)_{12}$

$\acute{\varnothing} = 0,5$; $\Theta = 0,5$

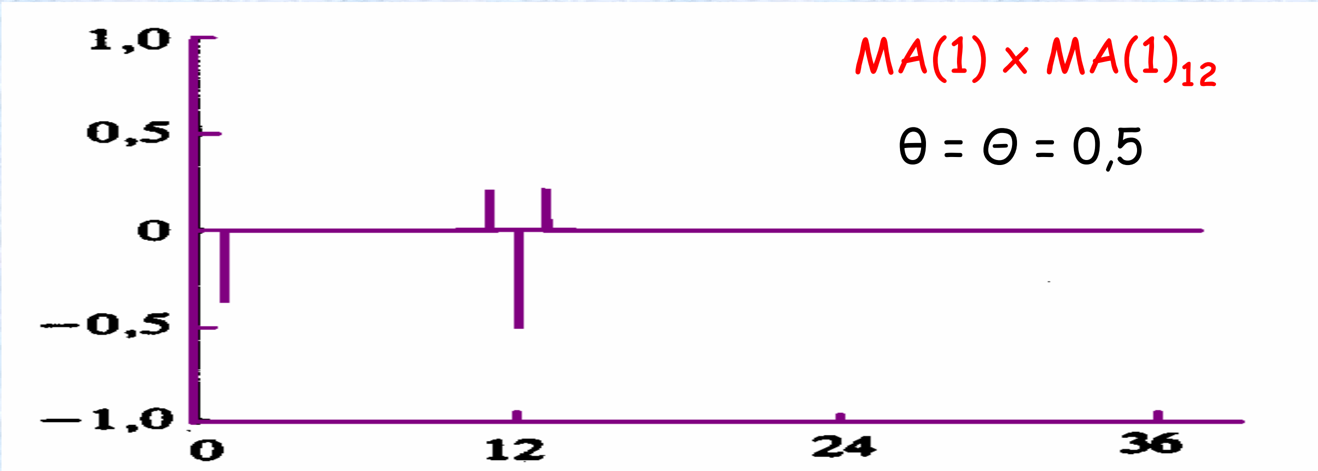
$AR(1) \times AR(1)_{12}$

Funciones autocorrelación simple de algunos procesos estacionales, s = 12

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*



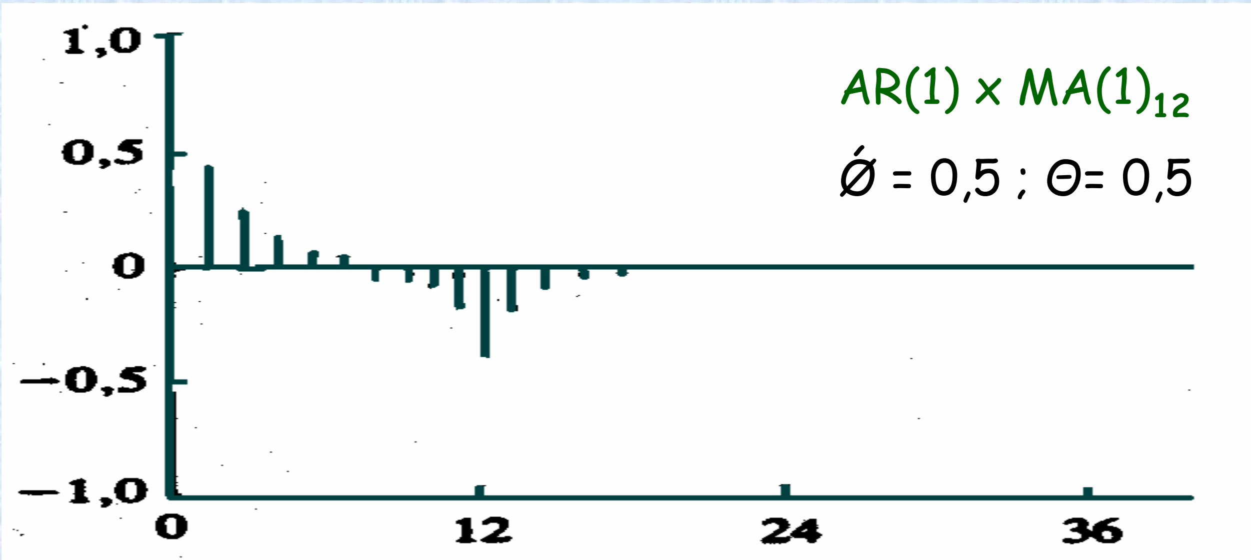
R(1) x MA(
= 0,5 ; Θ=

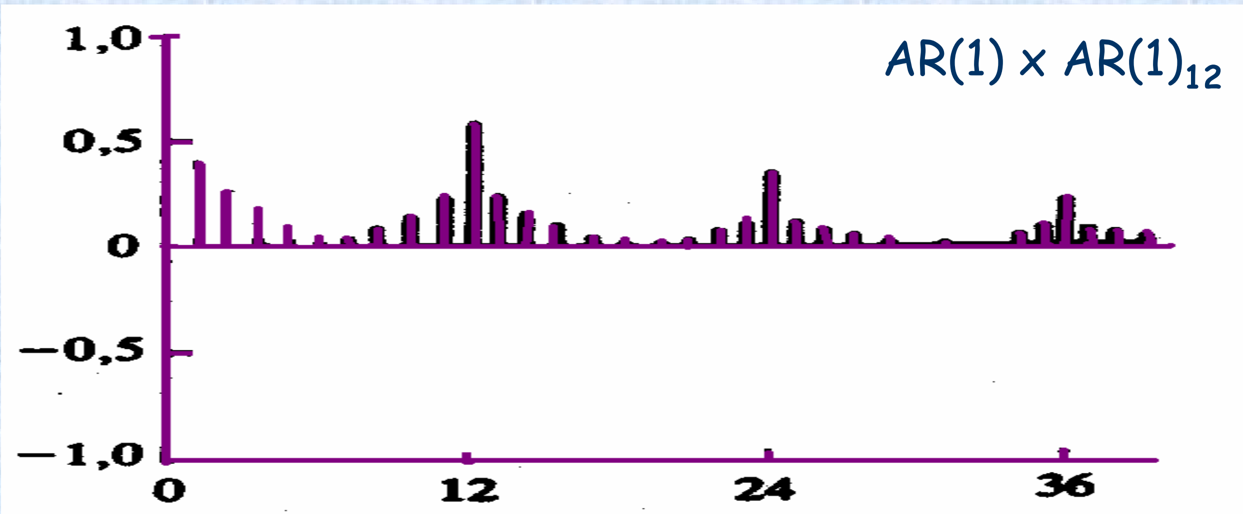


) x $AR(1)_{12}$

Funciones autocorrelación simple de algunos procesos estacionales, s = 12

Análisis de series temporales: *Identificación modelo*





Funciones autocorrelación simple de algunos procesos estacionales, s = 12

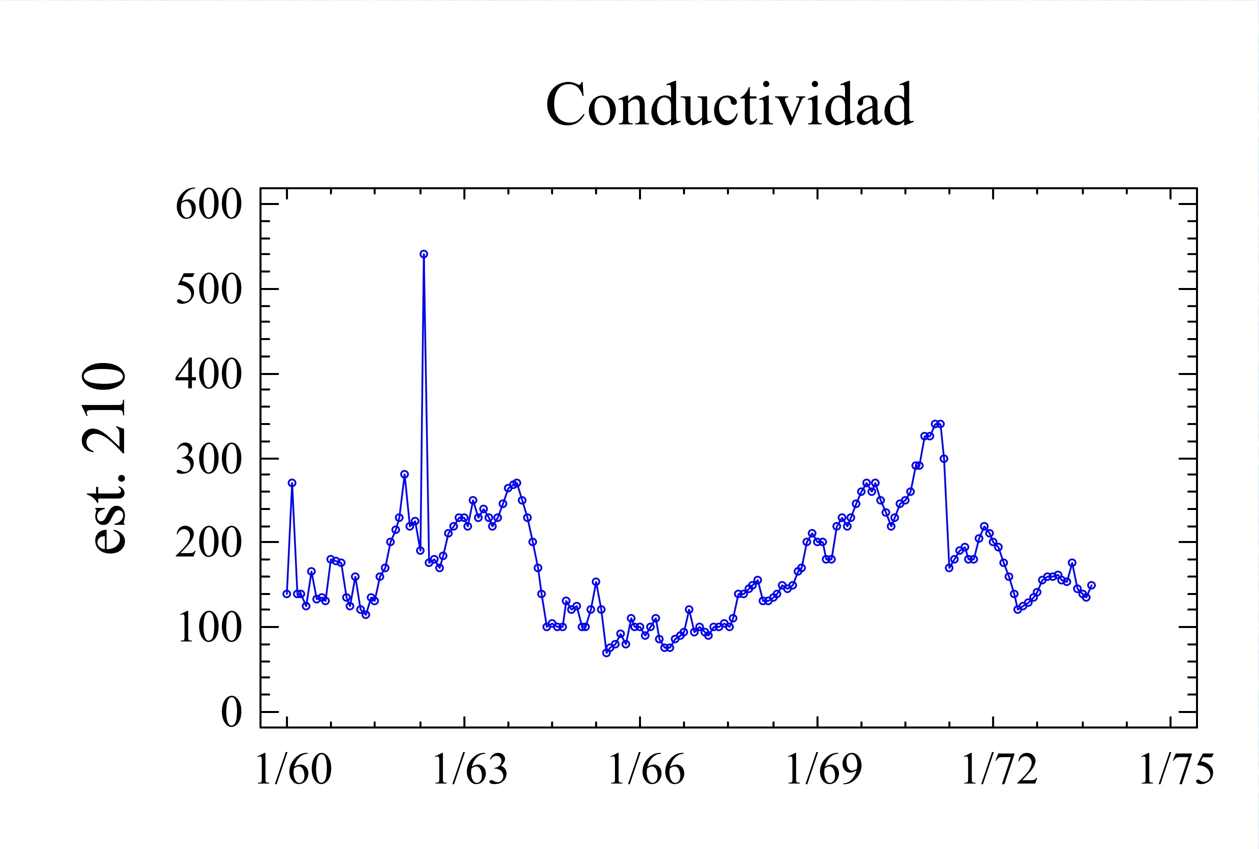
Análisis de series temporales:
Estimación modelo (I)

3. Una vez identificado el posible modelo para la serie en estudio, se realiza el ajuste mediante la estimación de los parámetros del modelo.

   El ajuste se realiza mediante algoritmos de optimización lineal basados en la minimización de la suma cuadrática de los errores.

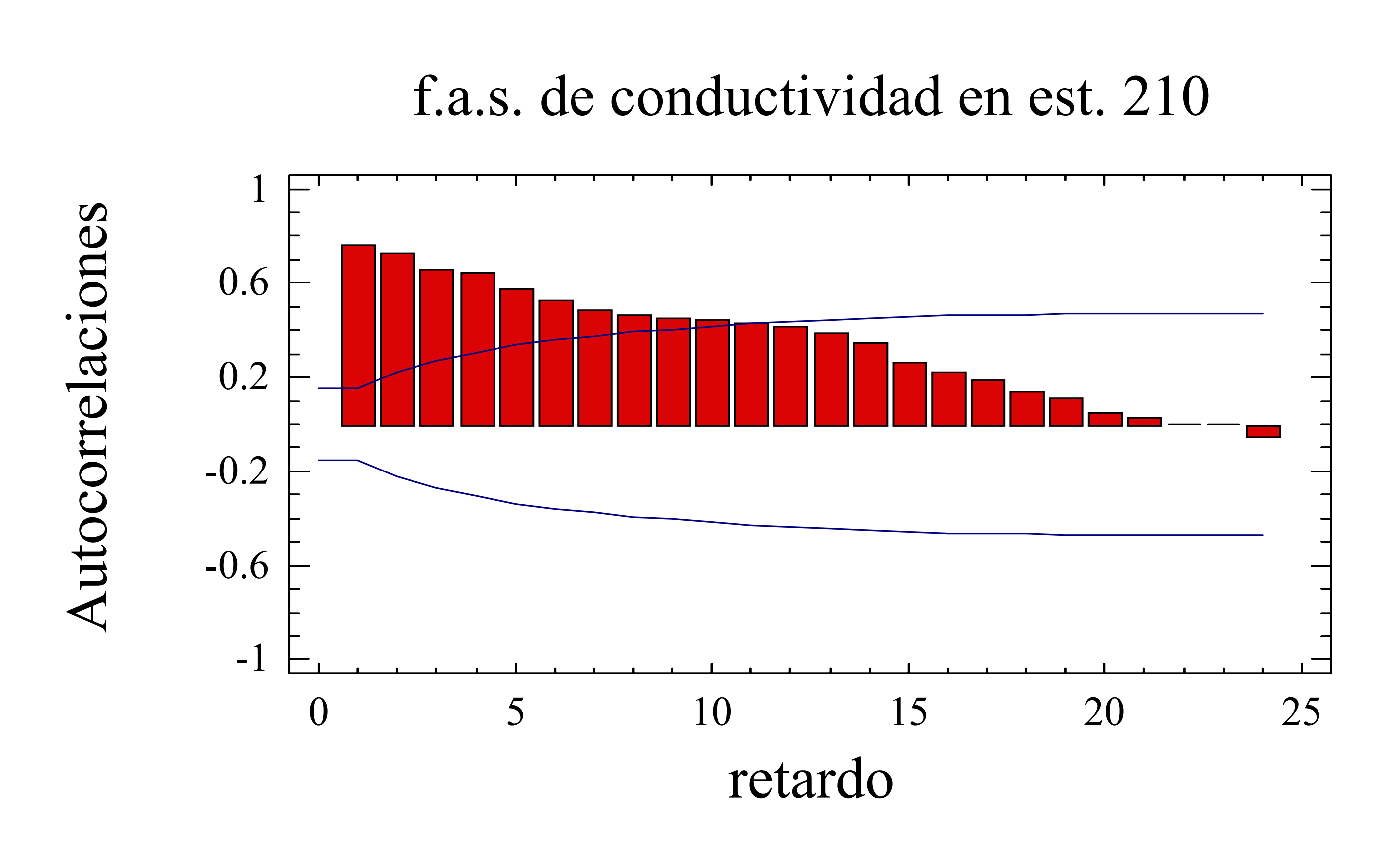
EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (I)

Gráfico de la serie inicial mensual (no ergódica ni homocedástica)



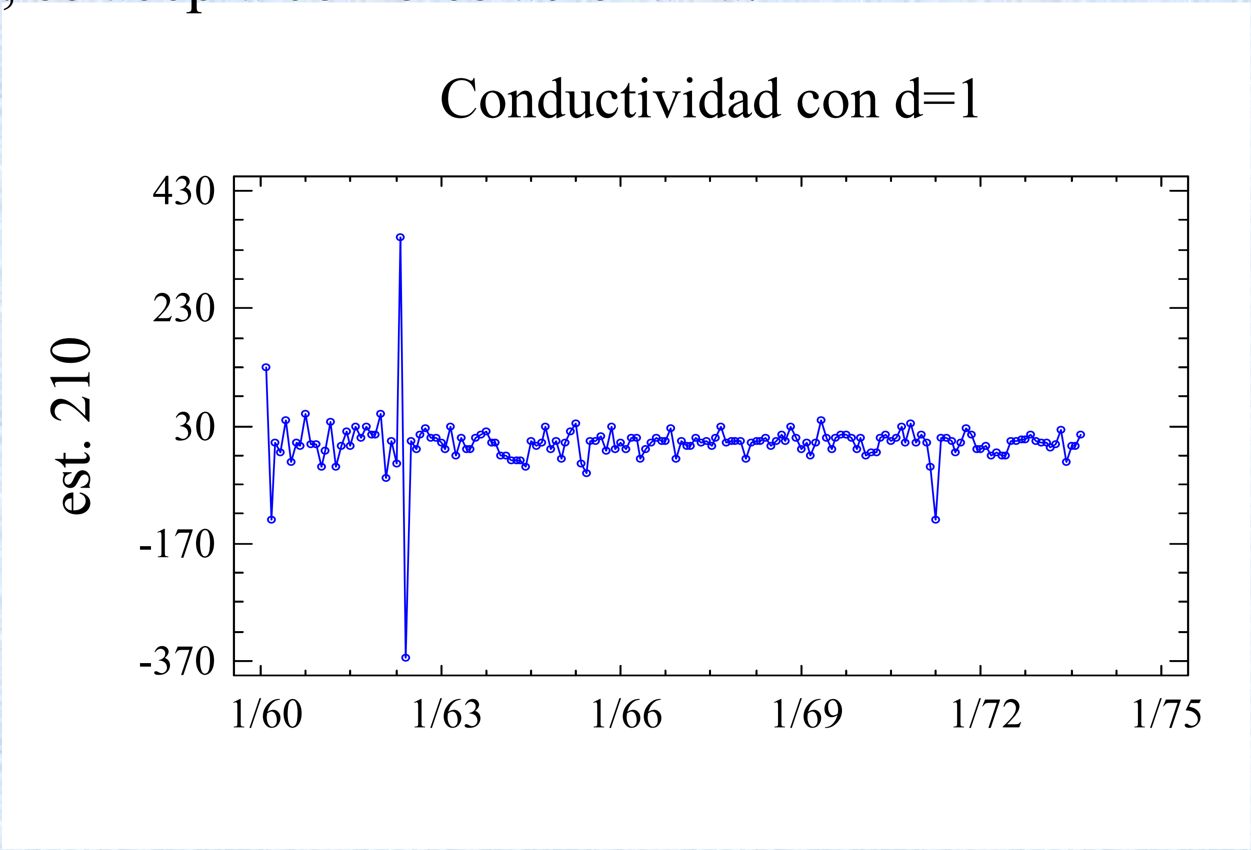
EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (II)

Este gráfico y el anterior indican que la serie no es estacionaria y es necesario tomar diferencias.



EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (III)

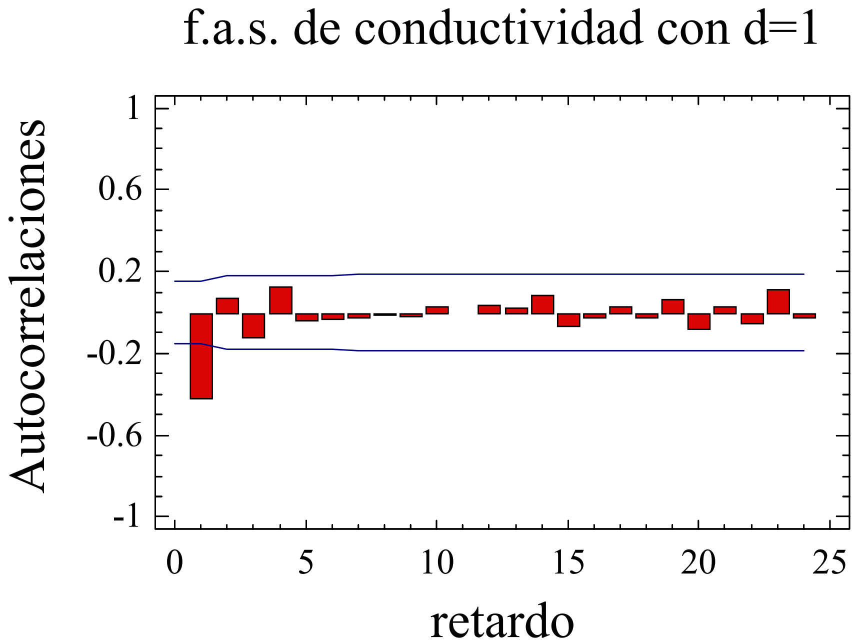
Con una diferencia, la serie w_t resultante, salvo punto anómalo en el año 1962, se acepta como estacionaria.

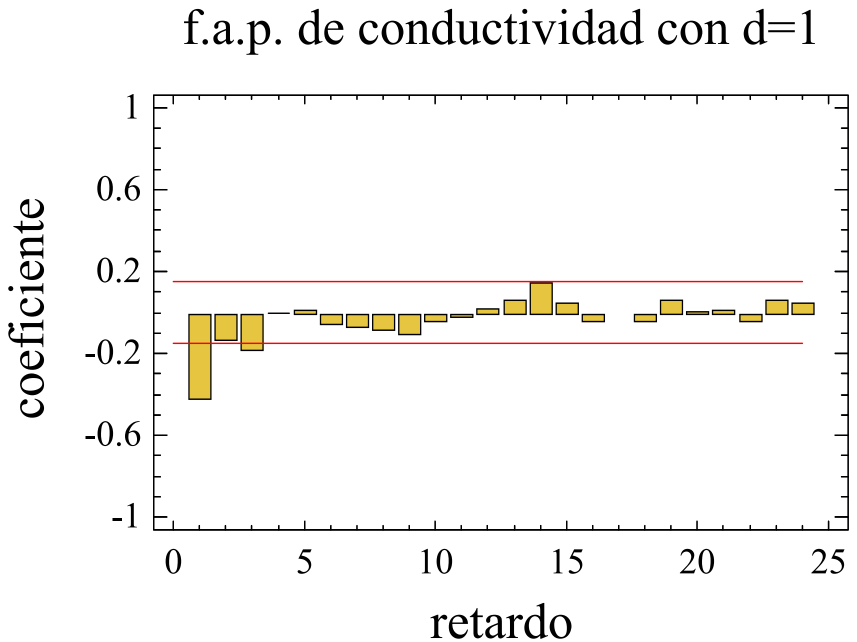


$$w_t = x_t - x_{t-1}$$

EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (IV)

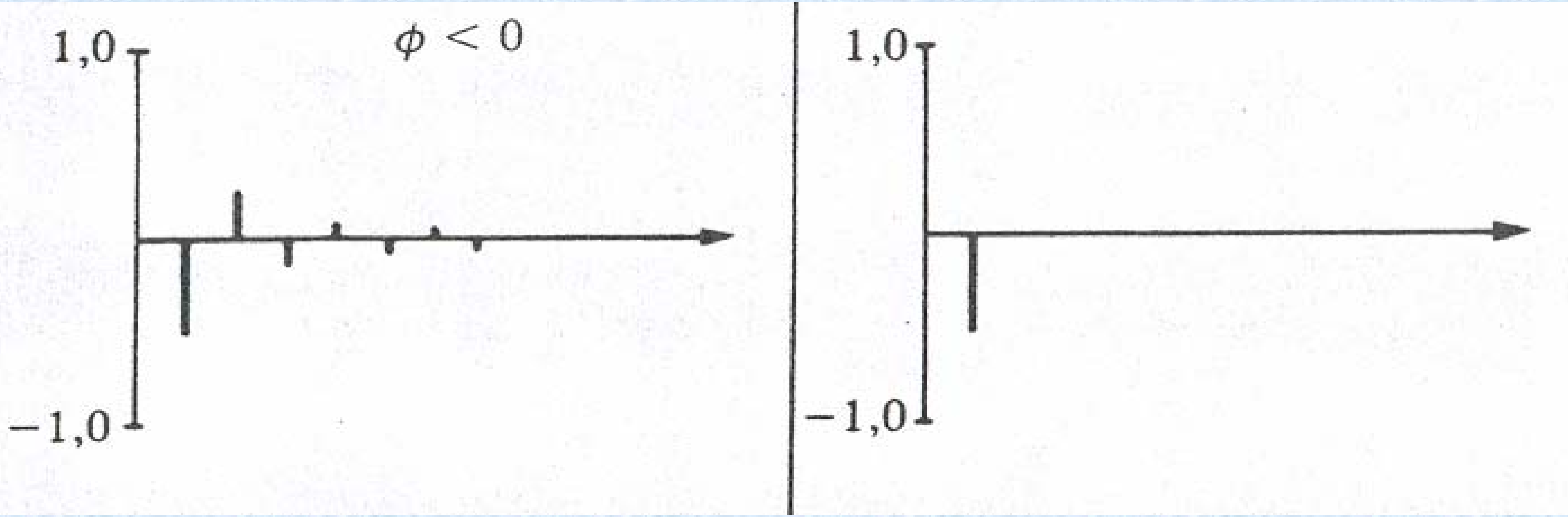
Comparamos los gráficos de las correlaciones de w_t con los de un modelo lo más simple posible:





EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (IV)

Comparamos los gráficos de las correlaciones de w_t con los de un modelo lo más simple posible:



AR(1)

EJEMPLO 1 (conductividad del agua) (IV)

El modelo seleccionado para la serie diferenciada es un AR(1).

$$w_t = \acute{\varnothing}\, w_{t-1} + a_t$$

$$X(t) = X(t-1) - 0{,}44\left[X(t-1) - X(t-2)\right] + a(t)$$

La estimación del parámetro se realizó con ordenador.

EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (I)

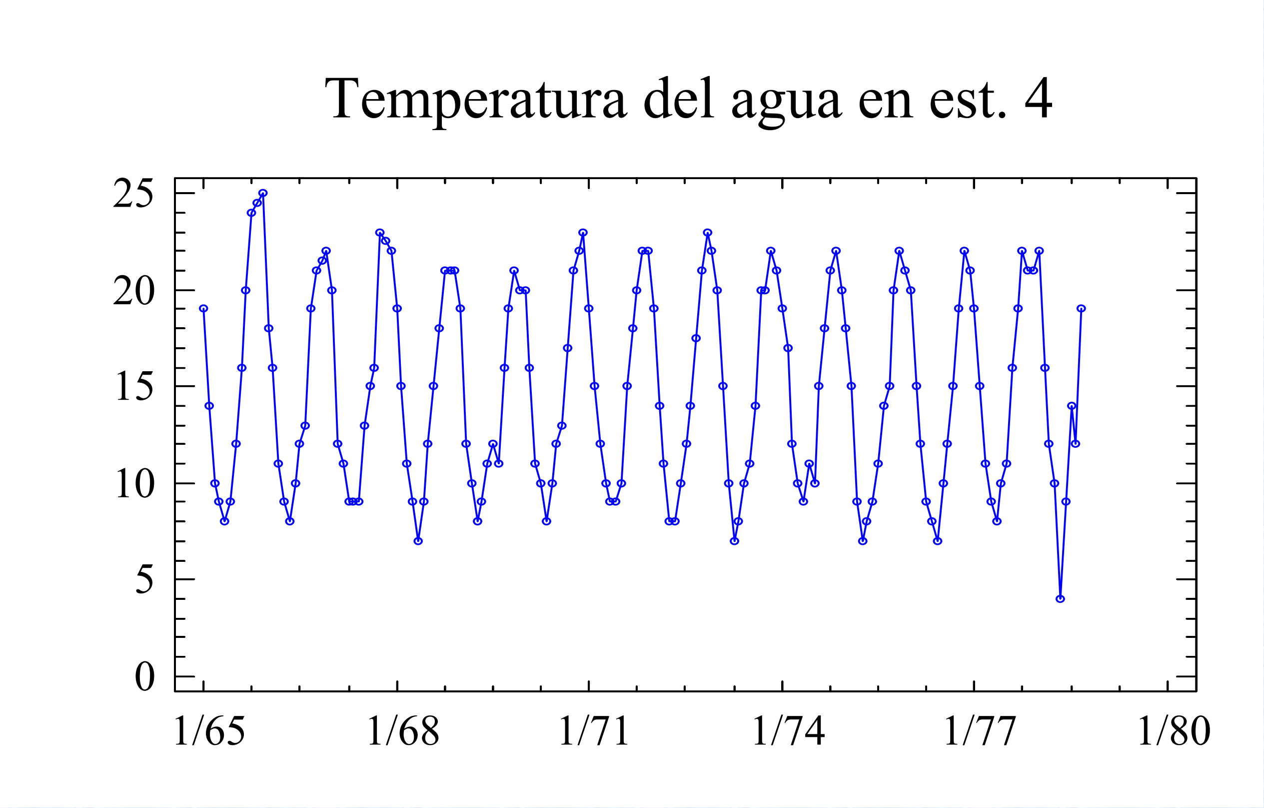
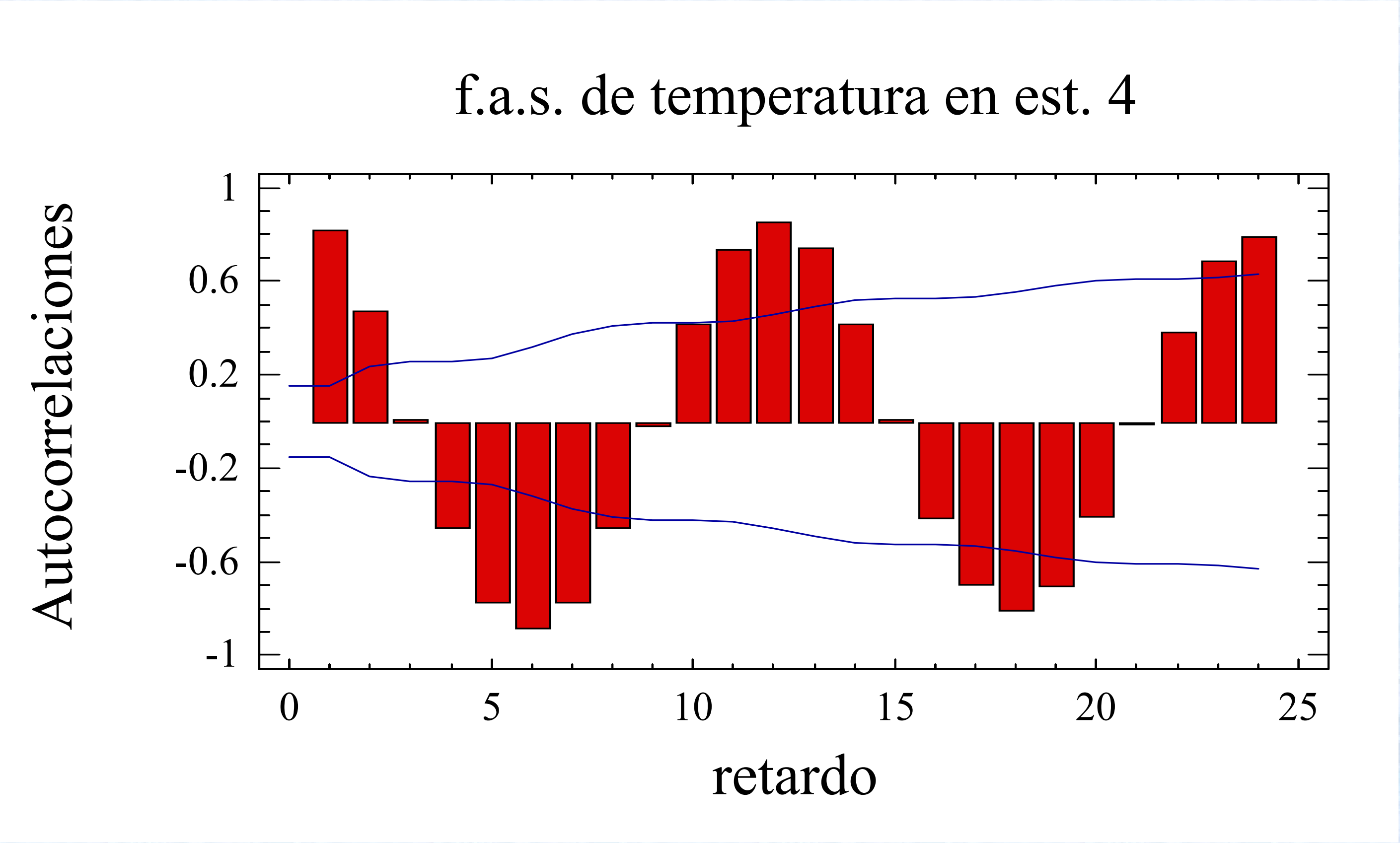


Gráfico de la serie inicial mensual (muestra periodicidad estacional)

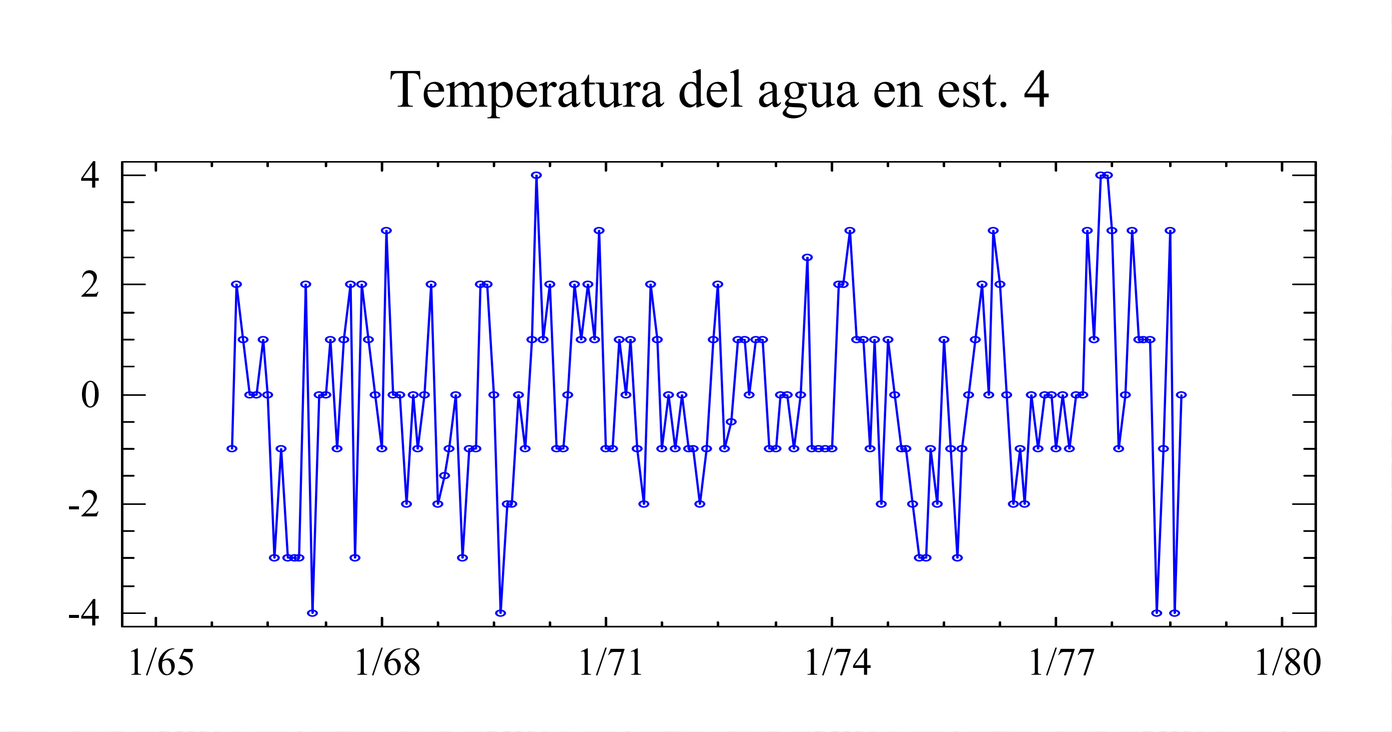
EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (II)



La f.a.s. confirma la estacionalidad de s = 12.

Se debe efectuar una diferencia estacional, D = 1

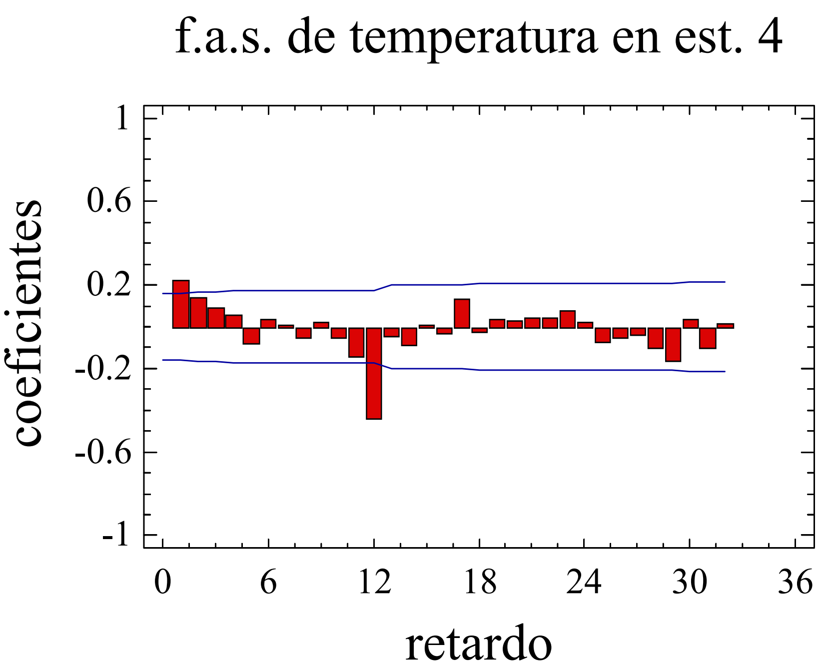
EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (III)

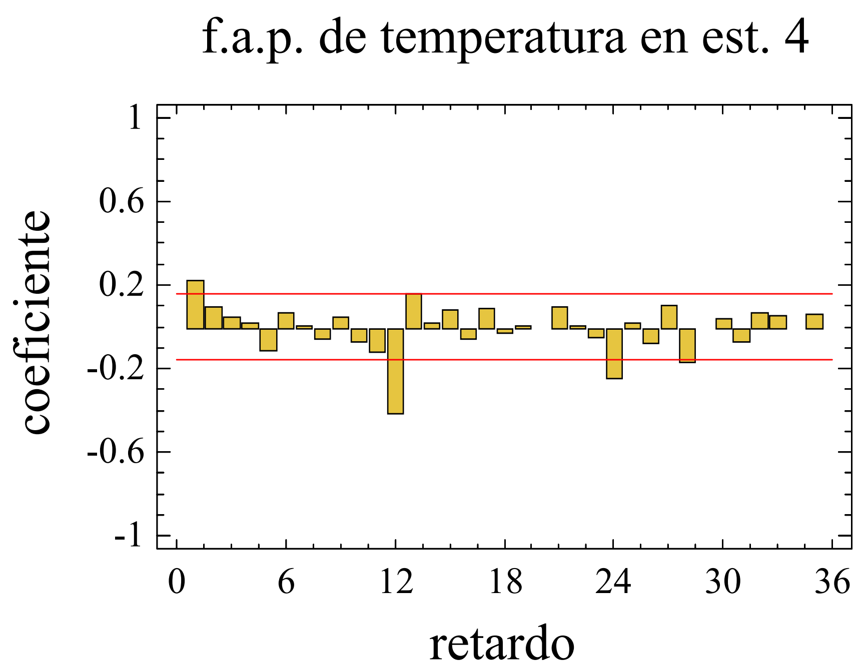


Gráfica serie con D=1, se puede aceptar media y varianza estables con el tiempo.

EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (IV)

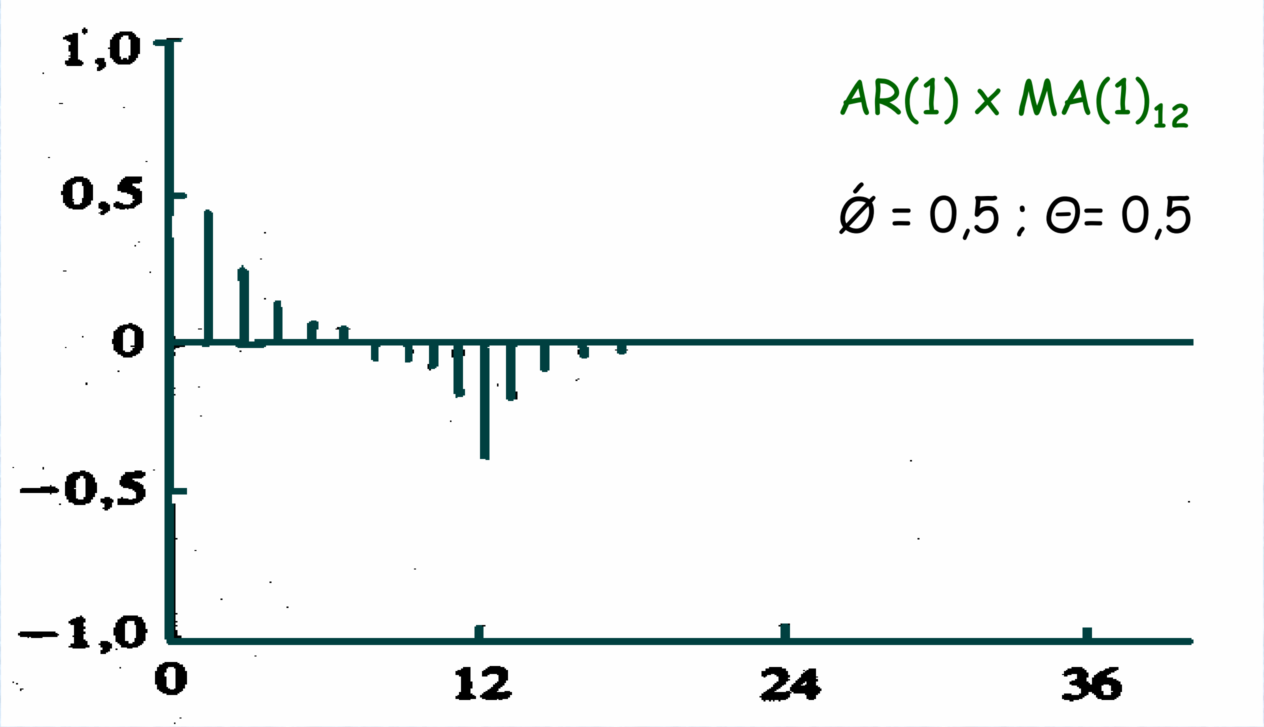
Se examina la estructura de fas y fap en los retardos estacionales (k=12, 24,...) por ser datos mensuales, y en parte no estacional (primeros retardos, k = 1, 2, …





EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (IV)

En primeros retardos, se identifica un AR(1), y la estructura en retardos estacionales (k=12, 24,...), según fas y fap, se asimila a un MA(1).



EJEMPLO 2 (temperatura del agua) (II)

El modelo seleccionado es, por tanto un ARIMA $(1,0,0)x(0,1,1)_{12}$

$$w_t = x_t - x_{t-12}$$

$$w_t = \acute{\varnothing}\, w_{t-1} + a_t - \Theta\, a_{t-12}$$

$$X(t) = X(t-12) + 0{,}233\left[X(t-1) - X(t-13)\right] + \\ + a_t - 0{,}87\, a_{t-12}$$

La estimación de los parámetros se realizó con ordenador.

ANÁLISIS EN EL TIEMPO

- Existen gran variedad de modelos estadísticos que permiten predecir la evolución de un proceso estocástico (modelos de pronóstico).

- La frecuente aplicación de los modelos ARIMA se debe a la fácil explicación de los elementos del modelo.

Análisis en el dominio del tiempo: *Referencias (i)*

Box, G., Jenkins, G .(1976).Time Series Analysis, Forecasting and Control. Editorial Holden-Day. San Francisco.

•Chatfield, C., 1989. The Analysis of Time Series. Chapman and Hall, Londres.

•González García, C. (1989). *Análisis Estadístico Comparativo de Series Cronológicas de Parámetros de Calidad del Agua: Valoración de diferentes modelos de Predicción.* Tesis doctoral (sin publicar). ETSI Montes. Universidad Politécnica de Madrid.

•Martínez Falero, E. 1995. Quantitative Techniques in Landscape Planning. Lewis Publishers, New York.

Análisis en el dominio del tiempo: *Referencias (ii)*

•Millard, S.P.; Neerchal, N.K. (2001). *Environmental Statistics with S-PLUS*. CRC Press. Florida

•Martín Fernández, S., Ayuga Téllez, E., González García, C., Martín Fernández, A. (2001) *Guía completa de Statgraphics. Desde MS-DOS a Statgraphics Plus*. Díaz de Santos, Madrid.

•Peña Sánchez de Rivera, D. 2005. Análisis de Series Temporales. Alianza Editorial. Madrid.

•Ramos, A. et al. (2000). Guía para la elaboración de estudios del medio Físico: Contenido y Metodología. Mº de Medio Ambiente. Secretaría General Técnica. Madrid.

•Woollcott, Smith; Gonick, Larry. (2000). *La Estadística en Comic*. Editorial Zendrera Zariquiey, S.A. , Barcelona.

- Software: Statgraphics plus 5.1