

INTRODUCCIÓN AL MUESTREO

Licenciatura de Ciencias Ambientales
UPM

Matemáticas y Estadística Aplicadas

Prof: Susana Martín Fernández

Prof: Esperanza Ayuga Téllez

Definiciones Previas

- **Población.** Conjunto de individuos distintos perfectamente identificables, sobre el que se realizan las observaciones.
 - **Muestra de tamaño n .** Subconjunto de n elementos de la población.
 - **Muestreo.** Procedimiento por el que se obtiene una o más muestras de la población.
-

Objetivo

- Se quieren medir una o varias variables, en una o varias poblaciones para estudiar las características de estas poblaciones, (valores medios, varianzas, moda, medianas, frecuencias, distribuciones...), o bien obtener modelos de regresión, análisis de la varianza, series temporales, o bien analizar relación entre variables ...
 - El tamaño o las características de las poblaciones impide medir las variables en todos los miembros de las mismas, por tanto se tomarán muestras y en vez de parámetros o modelos poblacionales se trabajará con **estimadores**.
-

Error de Muestreo. Tamaño de Muestra.

- Dado un estimador genérico T , de un parámetro poblacional θ . Este estimador se va a desviar en mayor o menor grado del valor real poblacional:

$$|T - \theta| = d$$

Como consecuencia de su desviación típica poblacional σ_T . d es el error de muestreo.

Error de Muestreo. Tamaño de Muestra.

- Expresándolo en términos de probabilidad, para un nivel de confianza dado.

$$P\left[|T - \theta| \leq d\right] = 1 - \alpha$$

α y d representan la solitud del muestreo.

Conocida la distribución de T , se puede **obtener** la probabilidad y por tanto el valor de **d** y obtener la precisión del muestreo para ese nivel de significación.

Error de Muestreo. Tamaño de Muestra.

- La **desviación típica del estimador** T , dependerá del tipo de muestreo que se utilice, pero siempre va a ser **función** del tamaño de muestra n .
 - Conocido en tamaño de muestra n y fijado el nivel de significación α , se puede conocer la precisión del muestreo. O bien, elegidos α y la precisión obtener el tamaño de muestra.
-

Reducción del Error.

- Aumentando el tamaño de la muestra.
 - Mejorando la eficiencia de la muestra.
 - Utilizando un sistema de muestreo más adecuado.
 - Utilizando información adicional.
-

Etapas en la Planificación de un Muestre

1. Seleccionar el objetivo del estudio.
 2. Definir la población donde se extraerá la muestra.
 3. Seleccionar las variables a estudiar, y los métodos para la medición de las mismas. Calibración de aparatos.
 4. Elegir unidades de muestreo, tamaño, y forma.
 5. Seleccionar el diseño de muestreo más oportuno, la intensidad y coste del mismo y con ello el tamaño de la muestra.
 6. Organizar el trabajo de campo.
 7. Comprobar y analizar los datos de campo.
 8. Aplicar los datos.
-

Muestreo Piloto.

Este muestreo “previo” sirve para confirmar o rechazar los supuestos que se han hecho en gabinete, previamente a la toma de datos sobre el error de muestreo, tamaño de muestra y estimación de la varianza poblacional.

Realizado el trabajo piloto de toma de datos se estima el error de muestreo y la varianza poblacional; si el error de muestreo es menor o igual al establecido, tamaño de muestra y estimación de varianza poblacional correctos.

Si no es así, se redimensiona la muestra.

Clasificación de las Técnicas de Muestreo.

- ❑ Diseños básicos de muestreo.
 1. Muestreo Aleatorio
 2. Muestreo Estratificado
 3. Muestreo Sistemático
 - ❑ Otros tipos de muestreo
 4. Muestreo por Conglomerados
 5. Muestreo por Conglomerados en 2 etapas
 6. Muestreo por Transectos
 - ❑ Otros estimadores
 7. Estimadores de razón
 8. Estimadores de regresión
-

Diseños básicos de muestreo.

□ Muestreo aleatorio

Los elementos de la muestra o unidades muestrales son elegidas aleatoriamente, sin que la elección de una, influya en las siguientes. Cualquier muestra de tamaño n tiene igual probabilidad de ser escogida.

Es el método de muestreo más sencillo y estudiado.

Ej. Estudio de concentración de residuos tóxicos

Diseños básicos de muestreo.

□ Muestreo estratificado

Se aplica cuando la población se puede dividir en subpoblaciones que representan características diferentes.

El muestreo estratificado es aquél en el que la muestra se obtiene:

1.- Dividiendo la población en diferentes grupos o estratos.

2.- En cada estrato se toma una muestra mediante cualquier tipo de muestreo.

Diseños básicos de muestreo.

□ Muestreo estratificado

Este muestreo aumenta la precisión de los estimadores.

Se puede aplicar en cada estrato el tipo de muestreo más adecuado.

Ej. En un estudio sobre la incidencia de la disminución acumulada de la capa de ozono en Australia, se ha estratificado la superficie en tres zonas según la latitud. Para ello se escogieron 300 puntos de muestreo en cada estrato. Y se midió el % de pérdida de la capa de ozono acumulada entre 1978 y 1982.

Diseños básicos de muestreo.

□ Muestreo sistemático

En este tipo de muestreo, el primer elemento de la muestra se selecciona aleatoriamente entre los k primeros elementos de la población, y después cada k elementos se selecciona otro elemento de la muestra.

Es un muestreo muy fácil de aplicar.

Utiliza los mismos estimadores que el m.a.s

Suele proporcionar más información que el m.a.s.

Otros tipos de muestreo

■ Muestreo por conglomerados

Es el método empleado para seleccionar una muestra aleatoria en la cual cada unidad de muestreo es una colección o conglomerado de elementos.

Los conglomerados son conjuntos de unidades principales o individuos que se caracterizan por ser homogéneos entre sí y contener unidades heterogéneas entre ellas. De forma que todos los conglomerados sean representativos de la pluralidad de la población.

Lo que se busca es disminuir los costos del muestreo:

1. Es más fácil obtener una relación de los conglomerados que de la población.
 2. El coste de las observaciones aumenta con la distancia.
-

Otros tipos de muestreo

❑ Muestreo por conglomerados

La elección de una muestra por conglomerados tiene dos fases:

1.- Especificar los conglomerados en cuanto a número y tamaño de dichos conjuntos de elementos.

2.- La elección de los conglomerados que formarán parte de la muestra.

Ej. Tenemos localizados en siete distritos de Madrid capital diferentes estaciones donde se obtiene un índice de predominio de carbono atmosférico en un determinado momento del día.

Otros tipos de muestreo

❑ Muestreo por conglomerados

La población la constituyen los índices tomados en todas las estaciones de los siete distritos. Cada distrito es un conglomerado. De estos 7 distritos se tomará un muestra por ejemplo $n=3$, y dentro de cada uno de los 3 distritos se toman los datos de todas las estaciones.

Otros tipos de muestreo

□ Muestreo por transectos

En este tipo de muestreo, el observador se mueve a lo largo de una línea que ha sido seleccionada previamente (origen y longitud) y anota la localización relativa de los individuos detectados en su recorrido.

Muy aplicado para la estimación de densidades de poblaciones animales.

Normalmente los individuos se detectan en las proximidades del transecto. Esta variación se tiene en cuenta en la estimación de las densidades.

Otros tipos de muestreo

□ Muestreo por transectos

La función de densidad de detectabilidad permite calcular la probabilidad de que un individuo en una localización dada sea detectado.

El objetivo es determinar la densidad D de los individuos en una determinada superficie A , $D=T/A$, donde T es el tamaño de la población. Se recomienda que al menos 40 individuos hayan sido detectados para que los estimadores sean aplicables.

Otros Estimadores

□ Estimadores de razón y de regresión

Mediante este tipo de estimadores se pueden mejorar las estimaciones realizadas en los muestreos anteriores.

Para ello se mide una segunda variable más fácil de medir fuertemente correlacionada con la primera. Con ello costes y errores de muestreo disminuyen.

En los estimadores de razón, si Y es la variable objeto de estudio y X la auxiliar, el parámetro a estimar es:

$$R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$$

Otros Estimadores

□ Estimadores de razón y de regresión

En los estimadores de regresión, si Y es la variable objeto de estudio y X la auxiliar, el estimador de la media de Y es:

$$\bar{y}_{rl} = \bar{y} - b_0(\bar{X} - \bar{x})$$

Muestreo Aleatorio Simple

Parámetro a estimar	Poblacional	Estimador
Media	\bar{X}	\bar{x}
Valor total de la variable	X	$\hat{X} = N\bar{x}$
Total de elementos con una característica	A	$\hat{A} = Np$
Proporción de elementos con una característica	P	$p = a/n$
Varianza	σ^2	s^2
Desviación típica	σ	s

Muestreo Aleatorio Simple

Error de la estimación de:	Expresión
Media muestral	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - f}$
Error del valor total de la variable estimado	$S_{\hat{x}} = N s_{\bar{x}}$
Error estimado de P	$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n} (1 - f)}$
Error estimado del total de elementos	$S_{\hat{A}} = N s_p$

$$f = n/N$$

Muestreo Aleatorio Simple

- Intervalo de confianza de la media poblacional

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} S_{\bar{x}} \leq \bar{X} \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} S_{\bar{x}}$$

Muestreo Aleatorio Simple

- Tamaño de muestra

$$P\left[|\bar{x} - \bar{X}| \leq d\right] = 1 - \alpha$$

$$P\left[\frac{|\bar{x} - \bar{X}|}{\sigma_{\bar{x}}} \leq \frac{d}{\sigma_{\bar{x}}}\right] = 1 - \alpha$$

Muestreo Aleatorio Simple

- **Tamaño de muestra**

$$P\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} s_{\bar{x}} \leq \bar{X} \leq \bar{x} + z_{\alpha/2} s_{\bar{x}}\right] = 1 - \alpha$$

Luego $d = z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{x}}$, por tanto: $d^2 = z_{\alpha/2}^2 \frac{N - n}{N} \frac{s^2}{n}$

$$n = \frac{(z_{\alpha/2} s / d)^2}{1 + (z_{\alpha/2} s / d)^2 (1 / N)} = \frac{n_0}{1 + n_0 / N}$$

Muestreo Aleatorio Simple

■ Tamaño de muestra

Otra medida del error es, el error relativo

e_r :

$$e_r = \frac{d}{\bar{x}} 100$$

Si:

$$cv(x) = \frac{s}{\bar{x}} 100$$

entonces:

$$n_0 = \left(\frac{cv(x) z_{\alpha/2}}{e_r} \right)^2$$

CONTROL DE CALIDAD DE AGUAS

- **Estudio de la zona de muestreo**
 - **Campaña de toma de muestras**
-

Estudio de la zona de muestreo

1.a. Se divide la cuenca del río en subcuencas de 225 km², como máximo, según la localización de los núcleos urbanos e industriales y de la red hidráulica.

1.b. Dentro de cada subcuenca se inventarían núcleos urbanos, caudales de abastecimiento y puntos de vertido, así como zonas agrícolas e industriales

Estudio de la zona de muestreo

- 2. En los lagos y pantanos se estudian los puntos de afluencias de caudal, y de vertidos, manteniendo una red de puntos que cubra la masa de agua*
-

Campaña de toma de muestras

1. Se *divide* el territorio en zonas de fácil desplazamiento.
 2. Se *toman datos* al menos durante una semana, con 4 mediciones diarias.
 3. Se realizan *dos campañas*: en época de cauces normales y en época de estiaje
-

Campaña de toma de muestras

4. *Valoración previa de la **importancia** de los vertidos (es considerable si el caudal supera 1/10 del caudal del cauce o corresponde a poblaciones superiores a 25.000 habitantes) entonces se recomienda aumentar la red de muestreo con un punto aguas arriba y otro aguas abajo.*

ANÁLISIS DE CALIDAD DEL AIRE

- Estudio de la zona de muestreo
 - Muestreo de partículas
 - Muestreo de gases
 - Muestreo a lo largo del tiempo
-

Estudio de la zona de muestreo

*1. Se deben **tener en cuenta** las fuentes de contaminación, la dirección del aire y su velocidad, el gradiente térmico, la intensidad de la luz solar, la hora del día, la presencia de obstáculos, la humedad y la vida media del contaminante.*

Estudio de la zona de muestreo

1. La localización de puntos de muestreo depende de la categoría de los datos:

- En chimeneas, túneles, etc.***
 - En grandes superficies cerradas.***
 - En puntos al aire libre.***
-

Muestreo de partículas

1. En chimeneas o conductos se debe muestrear todo el flujo del aire ya que, debido a la inercia, la concentración varía.

El muestreo isocinético consiste en la toma de muestras de un gas a la misma velocidad que la emisión del mismo en el interior de un conducto, por lo que todas las muestras son representativas. Se deben tener en cuenta las turbulencias.

Muestreo de partículas

Los puntos de toma de datos suelen ser: la boca de la chimenea de salida, las curvas del conducto y los obstáculos, a una distancia de éstos mayor de 5 veces el diámetro en el sentido de salida y entre 1 y 3 veces el diámetro, en sentido contrario.

Muestreo de partículas

2. En la atmósfera, se debe tener en cuenta la dispersión no uniforme de las partículas y el tamaño de éstas.

Se localizarán varios puntos en la zona de estudio y a la hora de mayor interés, aunque no sea representativo de todo el día,

Muestreo de partículas

Se tiene en cuenta la altura al suelo de los puntos de toma de muestras y, si hay obstáculos, los puntos se localizan a favor del viento a una distancia, si es posible, como mínimo 10 veces la altura del obstáculo.

3. En plantas industriales los puntos de muestreo se determinan con los diagramas de flujo de la producción, fuentes de emisión y ayuda de expertos.

Muestreo de gases

- *Más sencillo ya que no influyen fuerzas de inercia o electrostáticas, siendo válido lo anterior para escoger la red de muestreo.*

Muestreo a lo largo del tiempo

- 1. Se toman muestras a la vez en los distintos puntos de la red, a intervalos de tiempo prefijados o bien en instantes determinados de forma aleatoria.*
 - 2. Se toman muestras de forma continua o discontinua, a lo largo del tiempo, en un único punto, cuando aparecen de forma extraordinaria altos niveles de contaminación.*
-