TEORÍA DE LA DECISIÓN

Teoría básica en el desarrollo de la Estadística

Prof. J. Eugenio Martínez Falero

Definición

- La toma de decisiones es un proceso durante el cual la persona debe escoger entre dos o más alternativas.
- Todos y cada uno de nosotros pasamos los días y las horas de nuestra vida teniendo que tomar decisiones.
- Algunas decisiones tienen una importancia relativa en el desarrollo de nuestra vida, mientras otras son determinantes en ella.

TOMA DE DECISIONES

- Los capítulos tradicionales de la estadística como la teoría de la estimación y el contraste de hipótesis, han sido objeto de un nuevo enfoque.

- Con la teoría de la decisión se pueden llevar a cabo muchas aplicaciones en forma más correcta.

TOMA DE DECISIONES

El problema de la estimación aparece de forma natural cuando se considera el estudio de cualquier fenómeno real y alguna característica X del mismo es objeto de observación.

La mayoría de las veces las observaciones revelan que X es *magnitud variable* que no puede ser prevista con certeza. Por ello se asocia a dicho fenómeno real un modelo aleatorio, de modo que la variable X pueda ser considerada en el mismo como una v.a.

TOMA DE DECISIONES

Las n observaciones realizadas sobre dicha X constituirán una *muestra:* $\mathbf{X}= (x_1, x_2,..., x_n)$, que debe suministrar información sobre los parámetros que determinan el modelo elegido.

Cuando el modelo contiene la distribución de probabilidad de X de forma completamente especificada la elección de las decisiones que hay que adoptar, cuyas consecuencias también dependen de X, pueden ser hechas en función de criterios basados en esa ley de probabilidades.

INFERENCIA Y DECISIÓN

ESTIMACIÓN:

Cualquier problema de estimación de un parámetro θ puede verse como un caso particular de decisión donde el conjunto de acciones coincide con el de sucesos: ambos iguales al conjunto de posibles valores del parámetro.

INFERENCIA Y DECISIÓN

En la **estimación** clásica no existe una distribución de probabilidad sobre los valores de ϑ, por lo que la solución no es directa.

Si $L(\theta,\hat{\theta})$ es la función de pérdida, que toma valor cero cuando $\hat{\theta} = \theta$, con **X** realización muestral, el riesgo del estimador (decisión) viene dado por:

$$R(\hat{\theta},\theta) = \int_{\Theta} L(\theta,\hat{\theta}).f(\mathbf{X}/\theta)d\mathbf{X}$$

INFERENCIA Y DECISIÓN

La decisión óptima (el **estimador** óptimo) será aquel con riesgo menor para todos los valores de θ, cuando éste exista.

Por ejemplo, tomando como función de pérdida $L(\theta,\hat{\theta}) = k(\theta-\hat{\theta})^2$ y θ media de una población $N(\theta,\sigma)$ con σ conocida, el riesgo del estimador $\bar{x}$ es σ^2/n, y es menor que para cualquier otro estimador, sea cual sea el valor de θ.

INFERENCIA Y DECISIÓN

En la **estimación** bayesiana al existir siempre una distribución de probabilidad para el parámetro el problema está siempre resuelto.

Si $L(\theta,\hat{\theta})$ es la función de pérdida, el estimador óptimo inicial es aquel que minimiza la pérdida esperada:

$$R(\hat{\theta},\theta) = \int_{\Theta} L(\theta,\hat{\theta}).f(\theta)d\theta$$

Al tomar la muestra **X**, el riesgo del estimador (decisión) viene dado por:

$$R(\hat{\theta},\theta) = \int_{\Theta} L(\theta,\hat{\theta}).f(\theta/\mathbf{X})d\theta$$

INFERENCIA Y DECISIÓN

El enfoque decisional se adapta mejor a la metodología bayesiana por dos razones:

1. Conduce a un estimador claramente definido y óptimo con el criterio elegido.

2. Establece una guía clara para escoger el estimador, tanto antes como después de tomar la muestra, y de evaluar los beneficios aportados por ésta (reducción de la Vza).

En inferencia clásica el enfoque decisional no tiene ventaja práctica, ya que, en general, no es posible encontrar estimadores con menor riesgo.

INFERENCIA Y DECISIÓN

CONTRASTES:

Un contraste de hipótesis puede analizarse como un problema de decisión con dos acciones posibles:

d_0=aceptar H_0

d_1=aceptar H_1

Las consecuencias se miden con la función de pérdida $L(H_i, d_j)$ tal que $L(H_i, d_i)=0$.

INFERENCIA Y DECISIÓN

La decisión óptima del **contraste** será d_0 si:

$$P(H_1)L(H_1, d_0) < P(H_0)L(H_0, d_1)$$

El enfoque clásico no asigna probabilidades a las hipótesis y esta formulación no presenta ventajas especiales en éste, pero sí en el bayesiano, donde se acepta H_0 cuando:

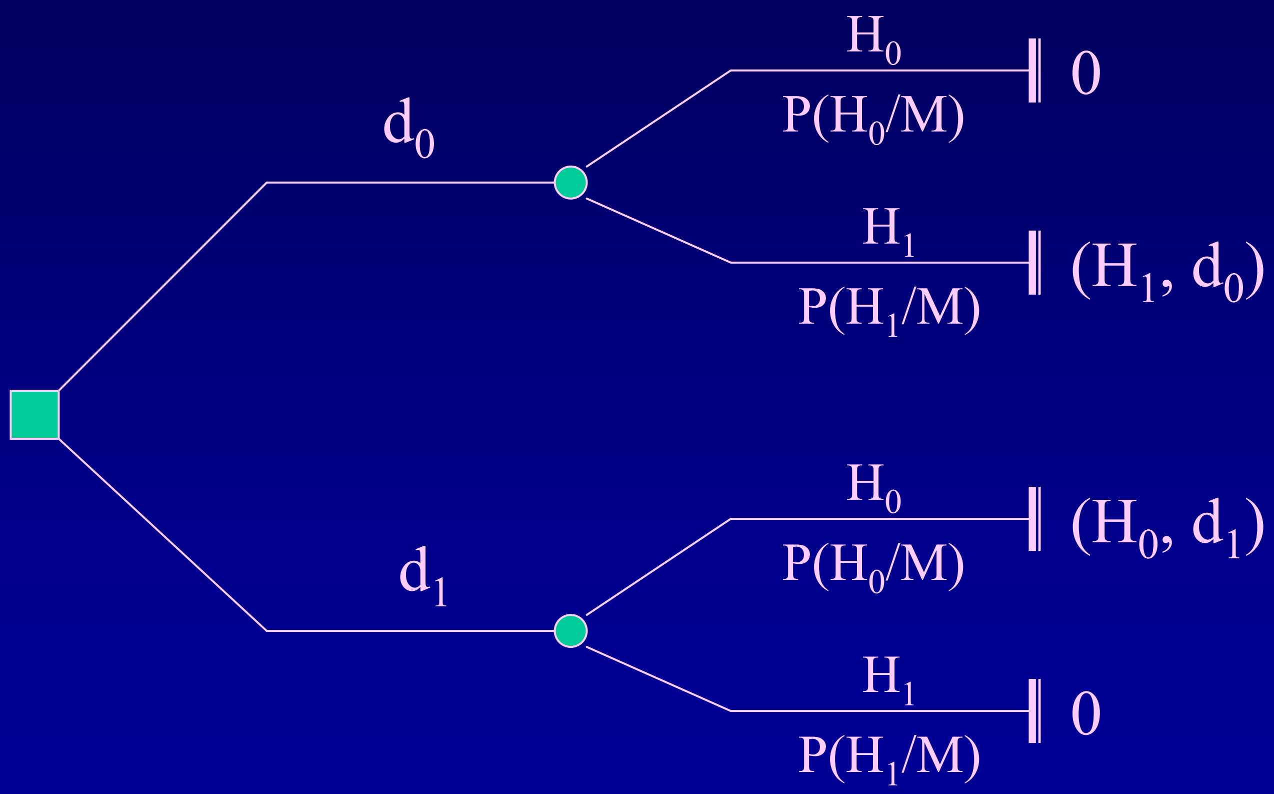
$$\frac{P(H_0)}{P(H_1)} > \frac{L(H_1, d_0)}{L(H_0, d_1)}$$

INFERENCIA Y DECISIÓN

Se toma una muestra y calculamos las verosimilitudes de obtener el resultado muestral M en función de cada hipótesis. Esto implica que $P(M/H_1)$ y $P(M/H_0)$ son conocidas, y las probabilidades a posteriori de cada hipótesis se obtendrán con el T. de Bayes:

$$P(H_i / M) = \frac{P(M / H_i) P(H_i)}{P(M)} \qquad i = 1,2$$

Estructura del contraste de hipótesis bayesiano (la pérdida asociada a la decisión correcta es cero):



INFERENCIA Y DECISIÓN

La decisión d_0 será preferible a d_1 si:

$$P(H_1/M)L(H_1, d_0) < P(H_0/M)L(H_0, d_1)$$

que equivale a:

$$\frac{P(H_0 / M)}{P(H_1 / M)} = \frac{P(M / H_0)P(H_0)}{P(M / H_1)P(H_1)} > \frac{L(H_1, d_0)}{L(H_0, d_1)}$$

es decir:

$$\frac{P(M / H_0)}{P(M / H_1)} > \frac{L(H_1, d_0)P(H_1)}{L(H_0, d_1)P(H_0)}$$

INFERENCIA Y DECISIÓN

Si suponemos $P(H_1)=P(H_0)$ y las consecuencias de ambos errores idénticas entonces aceptaremos H_0 –tomaremos la decisión d_0 – cuando

$$\lambda = \frac{P(M/H_0)}{P(M/H_1)} > 1$$

En la práctica ambos tipos de error no son iguales por lo que aceptaremos H_0 cuando: λ **> k** , donde k depende de los costes y de las $P(H_i)$

TOMA DE DECISIONES

No siempre la decisión consiste en elegir un modelo de probabilidad determinado y estimar los parámetros con la información que tenemos.

En economía y gestión existen ciertos tipos de problemas en los que no es posible obtener muestras (información objetiva) para estimar ciertas características de la población. Es necesario recurrir a la información de una persona (información subjetiva).

La teoría de decisiones puede definirse como el análisis lógico y cuantitativo de todos los factores que afectan los resultados de una decisión en un mundo incierto.

TOMA DE DECISIONES

En el siguiente ejemplo contamos con información objetiva (duración media del trayecto) y el estado del tráfico (información subjetiva medida con la probabilidad)

Ejemplo: un profesor tiene que optar cada mañana entre dos trayectos. La duración de cada uno depende del estado del tráfico que, para simplificar, clasificamos en fluido (F) el 10% de las veces, normal (N) el 60% y malo (M) el 30% de las veces. Según el estado del tráfico se tienen los tiempos de trayecto de la siguiente tabla:

TOMA DE DECISIONES

Suceso	Probabilidad	Trayecto d_1	Trayecto d_2
ϑ_1=F	0,1	15m.	30m.
ϑ_2=N	0,6	35m.	40m.
ϑ_3=M	0,3	70m.	50m.

¿Qué opción debe elegirse?

FACTORES DE LA DECISIÓN

Este ejemplo muestra los tres componentes básicos de un problema de decisión en condiciones de incertidumbre:

* Un conjunto de sucesos inciertos (ϑ) de probabilidades que, en este caso, suponemos conocidas $\Leftrightarrow$ estado del tráfico.

* Conjunto de opciones d, de las cuales debe escogerse una $\Leftrightarrow$ trayecto

* Una función de consecuencias $r_{ij}=C(\vartheta_i,d_j)$, que indica el resultado obtenido cuando se toma la decisión d_j y ocurre el resultado ϑi $\Leftrightarrow$ tiempo empleado en el trayecto.

Cuando esta función mide consecuencias negativas o costes se denomina *función de pérdidas* y en caso contrario *función de beneficios*.

FASES DE LA DECISIÓN

Es importante considerar, además, que todo proceso de adopción de decisiones requiere:

* Un correcto diagnóstico del problema planteado.

* La determinación de las alternativas más adecuadas.

* El análisis, individualizado y comparativo, de dichas alternativas.

* La selección de la estrategia más conveniente.

En cualquiera de estas fases del análisis racional existe una posibilidad de error.

PARÁMETROS DE LA DECISIÓN

Los parámetros a tener en cuenta en la decisión son:

* Periodo de referencia: cuanto más alejada está la decisión de la realidad considerada, más problemática será su validez.

* Determinación del número de estrategias: ni muchas, ni pocas.

* Cuantificación de los resultados: las consecuencias asignables a las alternativas deben cuantificarse

* Grado de conocimiento de los resultados: Si pueden o no cuantificarse unívocamente las consecuencias.

PARÁMETROS DE LA DECISIÓN

Cuantificación de los resultados:

Mediante métodos numéricos:

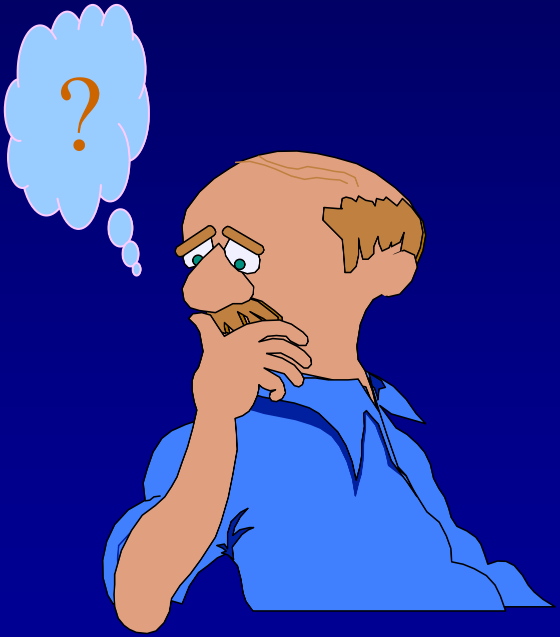
Función de utilidad	}	→	monetarios
Función de pérdida			otros

Mediante métodos de escalarización:

Función de valor (expresada en términos de preferencia)

FUNCIÓN DE UTILIDAD

La elección de una función de utilidad U, que exprese numéricamente para cada consecuencia correspondiente al punto (q,d) la utilidad desde el punto de vista del decisor - individuo u organización- permite establecer un criterio de elección para sus decisiones.



FUNCIÓN DE PÉRDIDA

- En la teoría de la decisión es corriente utilizar la pérdida asociada a cada consecuencia en lugar de su utilidad. Esta pérdida $L(\theta,d)$ se define como el valor opuesto a la utilidad correspondiente, esto es

$$L(\theta, d) = -U(\theta, d)$$

FUNCIÓN DE RIESGO

El estado de la naturaleza se considera, en general, una variable aleatoria. En este supuesto se define la función de riesgo R(P,d), como el valor esperado de la función de pérdida L sobre Θ:

Un criterio para seleccionar una decisión d es conseguir que este riesgo sea mínimo.

$$R(P,d) = \int_{\Theta} L(\vartheta, d).dP(\vartheta)$$

FUNCIÓN DE RIESGO

- En el ejemplo del trayecto diario del profesor, el criterio de decisión será minimizar el coste esperado o tiempo promedio del trayecto que es:

$$\min E[L(\theta, d)]$$

$$E[r_{i1}] = 0{,}1(15) + 0{,}6(35) + 0{,}3(70) = 43{,}5\text{m.}$$

$$E[r_{i2}] = 0{,}1(30) + 0{,}6(40) + 0{,}3(50) = 42\text{m.}$$

Con este criterio el trayecto elegido es el d_2

FUNCIÓN DE VALOR

El problema de seleccionar la acción óptima se complica cuando la elección recae, no en unos resultados cuantificables, sino sobre la preferencia sobre los resultados que exprese el decisor.

En cualquier caso, la decisión se asienta sobre la posibilidad de introducir la función de valor de las consecuencias de cada posible decisión y estado de la naturaleza.

FUNCIÓN DE VALOR

La función de valor correspondiente a un elemento decisor es la representación numérica de sus gustos y preferencias.

Aunque la elección sea compleja, existe siempre la posibilidad de establecer una relación de preferencias entre las distintas consecuencias o logros.

FUNCIÓN DE VALOR

Entre dos premios (denominación usual que proviene de la teoría de juegos a partir de la cual se desarrolla) r_1 y r_2, se puede decidir cual es preferible o si son indiferentes para el decisor:

- si r_2 es preferible a r_1: $r_1 \prec r_2$
- si r_2 es al menos tan preferible como r_1: $r_1 \preceq r_2$

esta relación está definida inequívocamente para cada par de premios de R y además es transitiva.

FUNCIÓN DE VALOR

De igual forma, para expresar preferencias entre las distribuciones de probabilidad, asociadas a la obtención de esos premios, la relación, como mucho tan preferible como ($\preceq$) conducirá también a la ordenación completa de la familia de distribuciones.

Dicha familia debe cumplir sólo dos condiciones: que sea un conjunto cerrado para combinaciones lineales convexas de sus elementos, y además ha de contener todas las distribuciones degeneradas.

FUNCIÓN DE VALOR

Si una relación de preferencia $\preceq$ sobre P, satisface un conjunto de axiomas (que incluye una ordenación completa y única de todos los estados de la naturaleza manteniendo la relación de orden con la utilidad), existe una función de valor U, definida para los elementos de P que concuerda con dicha relación $\preceq$.

Además U queda unívocamente determinada, salvo una transformación lineal.

FUNCIÓN DE VALOR

CONSTRUCCIÓN: mediante el proceso de comparación y recomparación (el más usado).

En líneas generales este proceso consiste en elegir dos expectativas x_1 y x_2 no equivalentes, de forma que $x_1 \prec x_2$, y asignarles las utilidades: $U(x_1)=0$ y $U(x_2)=1$.

FUNCIÓN DE VALOR

- La utilidad de otra alternativa x_3 ($x_1 \prec x_3 \prec x_2$) se basa en encontrar un $\lambda \in (0,1)$ de forma que

  $x_3 = (\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2)$; en estas condiciones:

$$U(x_3) = \lambda U(x_1) + (1-\lambda) U(x_2) = 1-\lambda$$

- Para otra alternativa x_3 ($x_3 \prec x_1$), se formula: $x_1 = (\lambda x_3 + (1-\lambda) x_2)$ y en estas condiciones:

$$U(x_3) = -1(1-\lambda)/\lambda$$

- Si x_3 es tal que $x_2 \prec x_3$ entonces: $U(x_3) = 1/(1-\lambda)$.

FUNCIÓN DE VALOR

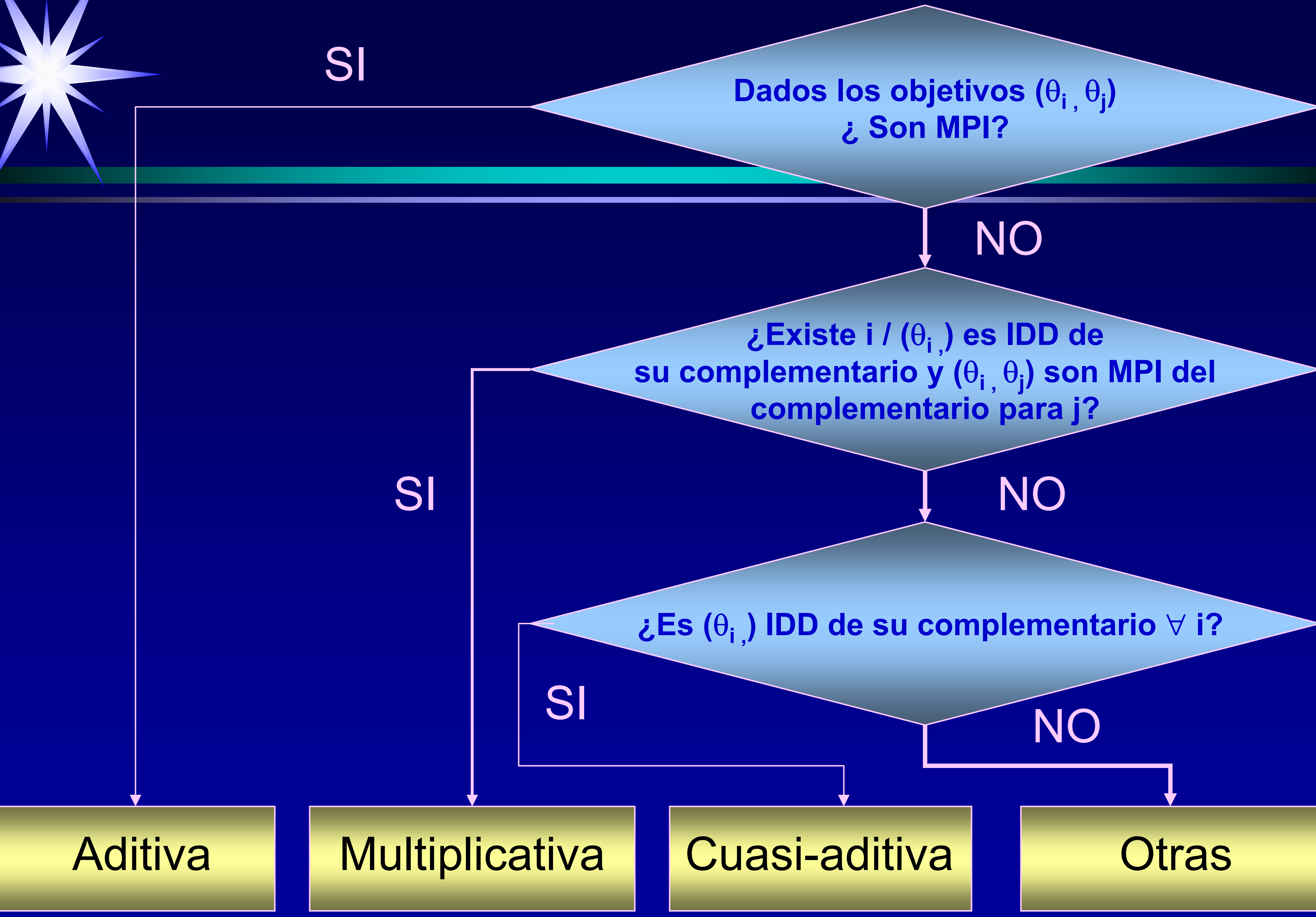
Al depender la valoración de cada decisión de múltiples atributos, una de las mayores dificultades para la construcción de la función de valor se deriva del orden multidimensional del problema.

Por tanto, parece necesario intentar reducir la dimensión del mismo tanto como sea posible.

FUNCIÓN DE VALOR

Un procedimiento consiste en ajustar la función de pérdida a distintas expresiones construidas a partir de utilidades unidimensionales.

- La mutua y preferencial independencia supone la descomposición aditiva.
- La independencia en las diferencias supone descomposiciones cuasi-aditivas o multiplicativas



Dados los objetivos (θ_i , θ_j)
¿ Son MPI?
SI
NO
¿Existe i / (θ_i ,) es IDD de
su complementario y (θ_i , θ_j) son MPI del
complementario para j?
SI
NO
¿Es (θ_i ,) IDD de su complementario ∀ i?
SI
NO
Aditiva
Multiplicativa
Cuasi-aditiva
Otras

PARÁMETROS DE LA DECISIÓN

Grado de conocimiento de los resultados

- Resultados únicos:

  Decisión con certidumbre

- Resultados múltiples:

  Ambiente de riesgo

  Ambiente de incertidumbre

DECISIÓN CON CERTIDUMBRE

- Son las que corresponden al conocimiento exacto del estado de la naturaleza que se presentará.
- La incertidumbre derivada de la multiplicidad de estados no existe.
- A cada estrategia se le asocia un solo resultado.
- La resolución de este tipo de problemas se realiza con modelos matemáticos: programación lineal.

DECISIÓN CON CERTIDUMBRE

EJEMPLOS:

Problemas de rutas

Problema de transporte

Gestión de inventarios

....

Planificación de la producción

Se resuelven con técnicas de programación lineal

PROGRAMACIÓN LINEAL

El problema general es asignar recursos limitados entre actividades competitivas de la mejor manera posible (***óptima***).

Este problema incluye elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas

PROGRAMACIÓN LINEAL

El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deber ser *funciones lineales.* En este caso, las palabra programación es un sinónimo de *planificación.*

Así, la programación lineal trata la planificación de las actividades para obtener un resultado óptimo.

MODELO GENERAL DE PL

Los términos clave son *recursos* y *actividades*, en donde *m* denota el número de distintos tipos de recursos que se pueden usar y *n* denota el número de actividades bajo consideración.

Z = valor de la medida global de efectividad

Xj = nivel de la actividad j (para j = 1,2,...,n)

Cj = incremento en Z que resulta al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j

bi = cantidad de recurso i disponible para asignar a las actividades (para i = 1,2,...,m)

aij = cantidad del recurso i consumido por cada unidad de la actividad j

Estructura de un modelo de PL

1. ***Función objetivo.*** Consiste en optimizar el objetivo que persigue una situación la cual es una función lineal de las diferentes actividades del problema, la función objetivo se maximiza o minimiza.
2. ***Variables de decisión.*** Son las incógnitas del problema. La definición de las variables es el punto clave y básicamente consiste en los niveles de todas las actividades que pueden llevarse a cabo en el problema a formular.

Estructura de un Modelo de PL

3. ***Restricciones Estructurales***. Diferentes requisitos que debe cumplir cualquier solución para que pueda llevarse a cabo. Dichas restricciones pueden ser de capacidad, mercado, materia prima, calidad, balance de materiales, etc.

4. ***Condición técnica***. Todas las variables deben tomar valores positivos, o en algunos casos puede ser que algunas variables tomen valores negativos.

MODELO GENERAL DE PL

$$\text{Optimizar } Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, m$$

$$x_j > 0 \qquad j = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

EJEMPLO FERTIMEX

¿Qué cantidad de
cada fertilizante fabricar
durante el mes
con el objeto de maximizar
las utilidades?

Sujeto a:

No asignar más de 1,100 toneladas de nitrato, 1,800 toneladas de fosfato y 2,000 toneladas de potasio.

EJEMPLO FERTIMEX

Variables de decisión

X_1 = Toneladas del fertilizante 5-5-10 que deben fabricarse.

X_2 = Toneladas del fertilizante 5-10-5 que deben fabricarse.

Función objetivo

Max. $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2$

\$ = (\$/ton. de f. 5-5-10) x (tons. de f. 5-5-10)
+ (\$/ton. de f. 5-10-5) x (tons. de f. 5-10-5)

EJEMPLO FERTIMEX

Cálculo de C_1

Precio de venta del f. 5-5-10/ton.	= \$71.50
Costo del f. 5-5-10/ton.	
Costo del nitrato/ton. (0.05)(\$200/ton.)	= \$10.00
Costo del fosfato/ton. (0.05)(\$80/ton.)	= 4.00
Costo del potasio/ton. (0.10)(\$160/ton.)	= 16.00
Costo del barro/ton. (0.80)(\$10/ton.)	= 8.00
Costo del mezclado/ton.	= 15.00
Costo total	= \$53.00

EJEMPLO FERTIMEX

C_1 = \$71.50/ton. - \$53.00/ton. = \$18.50/ton.

de forma similar,

C_2 = \$69.00/ton. - \$49.00/ton. = \$20.00/ton.

$$\text{Max. } Z = 18.5X_1 + 20X_2$$

EJEMPLO FERTIMEX

Restricción de nitrato

$0.05X_1$ es el uso de nitrato en X_1 tons. de f. 5-5-10

$0.05X_2$ es el uso de nitrato en X_2 tons. de f. 5-10-5

$$0.05X_1 + 0.05X_2 \leq 1{,}100$$

Restricción de fosfato

$$0.05X_1 + 0.10X_2 \leq 1{,}800$$

Restricción de potasio

$$0.10X_1 + 0.05X_2 \leq 2{,}000$$

EJEMPLO FERTIMEX

$$\text{Max. } Z = 18.5X_1 + 20X_2$$

Sujeto a:

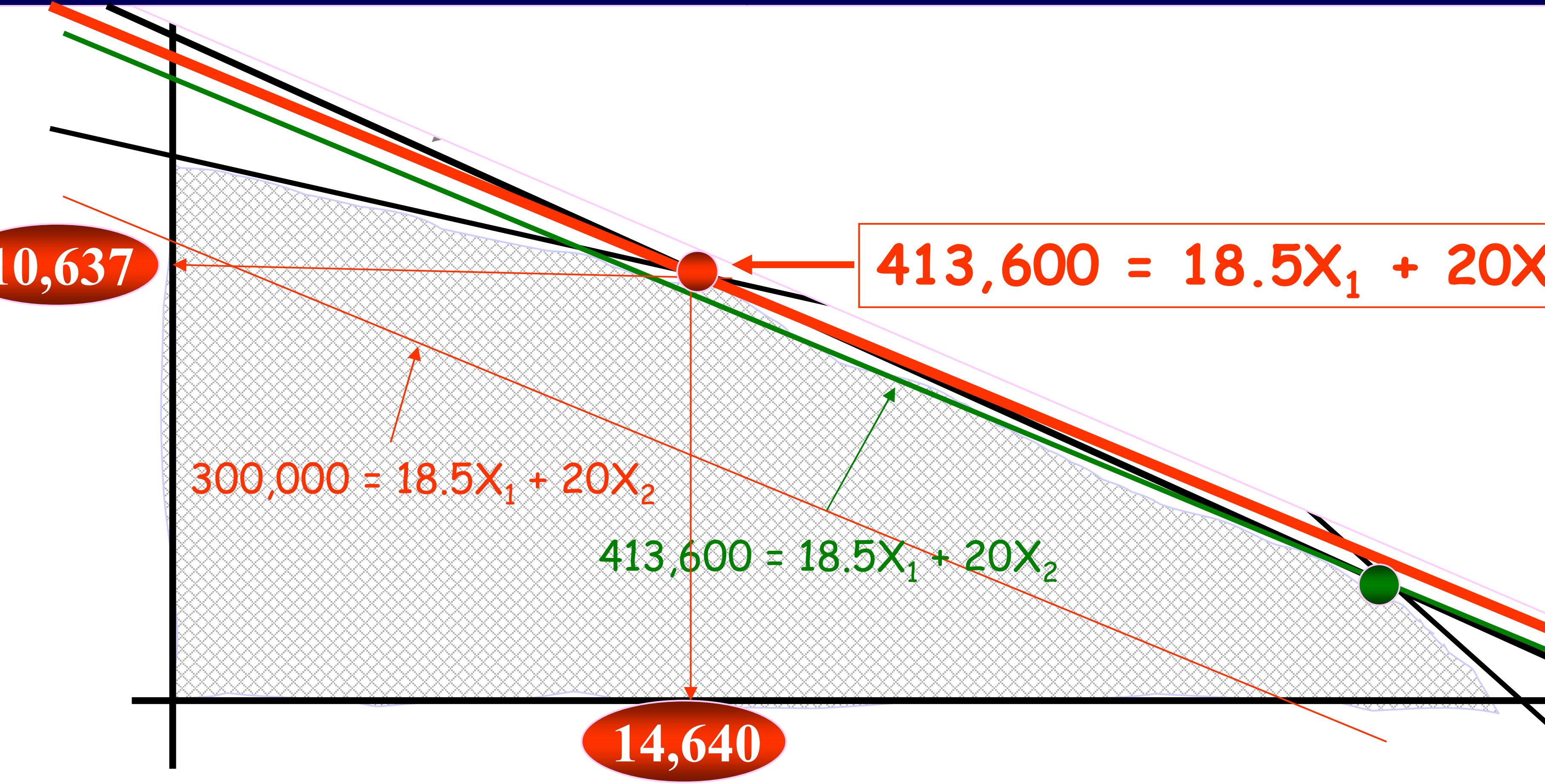
$$0.05X_1 + 0.05X_2 \leq 1{,}100$$

$$0.05X_1 + 0.10X_2 \leq 1{,}800$$

$$0.10X_1 + 0.05X_2 \leq 2{,}000$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

EJEMPLO FERTIMEX



DECISIÓN CON RIESGO

- En ambiente de riesgo, los estados de la naturaleza son variables aleatorias con probabilidades conocidas.
- Se utilizan diagramas de flujo, matrices de pago y árboles de decisión que ayudan a representar la función de utilidad o valor.
- Ejemplos de este tipo de decisiones pueden ser:
  - Distribución de plazos de entrega
  - Porcentaje de artículos rechazados en un control de calidad.

Diagrama de Flujo

- Un diagrama de flujo es un método grafico que muestra la relación entre las decisiones, la posibilidad de un evento y sus consecuencias.
- Cuadros o rectángulos representan los nodos de decisión.
- Círculos u óvalos representan los posibles nodos.
- Diamantes representan los nodos resultantes.
- Líneas o arcos conectan los nodos y muestran la dirección de influencia.

Tablas o Matriz de Pagos

- Las consecuencias resultan de una combinación especifica de una alternativa de decisión y un estado de naturaleza es un <u>pago</u>.
- Un tabla muestra los pagos para todas las combinaciones de alternativas de decisión y estado de naturaleza es una <u>tabla o matriz de pago</u>.
- Los pagos pueden ser expresadas en términos de <u>beneficio</u>, <u>costo</u>, <u>tiempo</u>, <u>distancia</u> o cualquier otra medida apropiada.

Árboles de Decision

- Un <u>Árbol de Decisión</u> es una representación cronológica del problema de decisión.
- Cada Árbol de Decisión tiene dos tipos de nodos; <u>nodos redondos</u> corresponden a los estado de naturaleza mientras los <u>nodos cuadrados</u> corresponden a las alternativas de decisión.
- Las <u>Ramas</u> que salen de cada nodo redondo representan los diferentes estado de naturaleza mientras que las ramas que sales de los nodos cuadrados representan las diferentes alternativas de decisión.
- Al final de cada rama de un árbol están los pagos obtenidos de una serie de divisiones que componen ese árbol.

Toma de Decisiones Con Probabilidades

- Enfoque de Valor Esperado
  - Si las estimaciones de probabilidad de los estados de naturaleza están disponibles, podemos utilizar el enfoque de valor esperado (EV).
  - Aquí el valor esperado de cada decisión es calculada sumando el producto de los pagos bajo cada estado de naturaleza y la probabilidad de que dicho estado de naturaleza ocurra.
  - Se selecciona la decisión que proporcione el mejor valor esperado.

Valor Esperado de una Alternativa de Decisión

- El <u>valor esperado</u> de una alternativa de decisión es la suma de los pagos ponderados correspondientes a la alternativa de decisión.
- El valor esperado (EV) de una alternativa de decisión d_i se define así:

$$\mathrm{EV}(d_i) = \sum_{j=1}^{N} P(s_j) V_{ij}$$

donde: N = numero de estados de naturaleza

$P(s_j)$ = probabilidad del estado de naturaleza s_j

V_{ij} = el pago correspondiente a la alternativa de decisión d_i y estado de naturaleza s_j

Ejemplo: Burger Prince

El Restaurante Burger Prince esta contemplando abrir un nuevo restaurante en Main Street. Tiene tres modelos distintos, cada uno con diferente capacidad de asientos. Burger Prince estima que el número promedio de clientes por hora será de 80, 100 o 120. La tabla de pago para los tres modelos es el siguiente:

	Promedio De Clientes Por Hora		
	$s_1 = 80$	$s_2 = 100$	$s_3 = 120$
Modelo A	$10,000	$15,000	$14,000
Modelo B	$ 8,000	$18,000	$12,000
Modelo C	$ 6,000	$16,000	$21,000

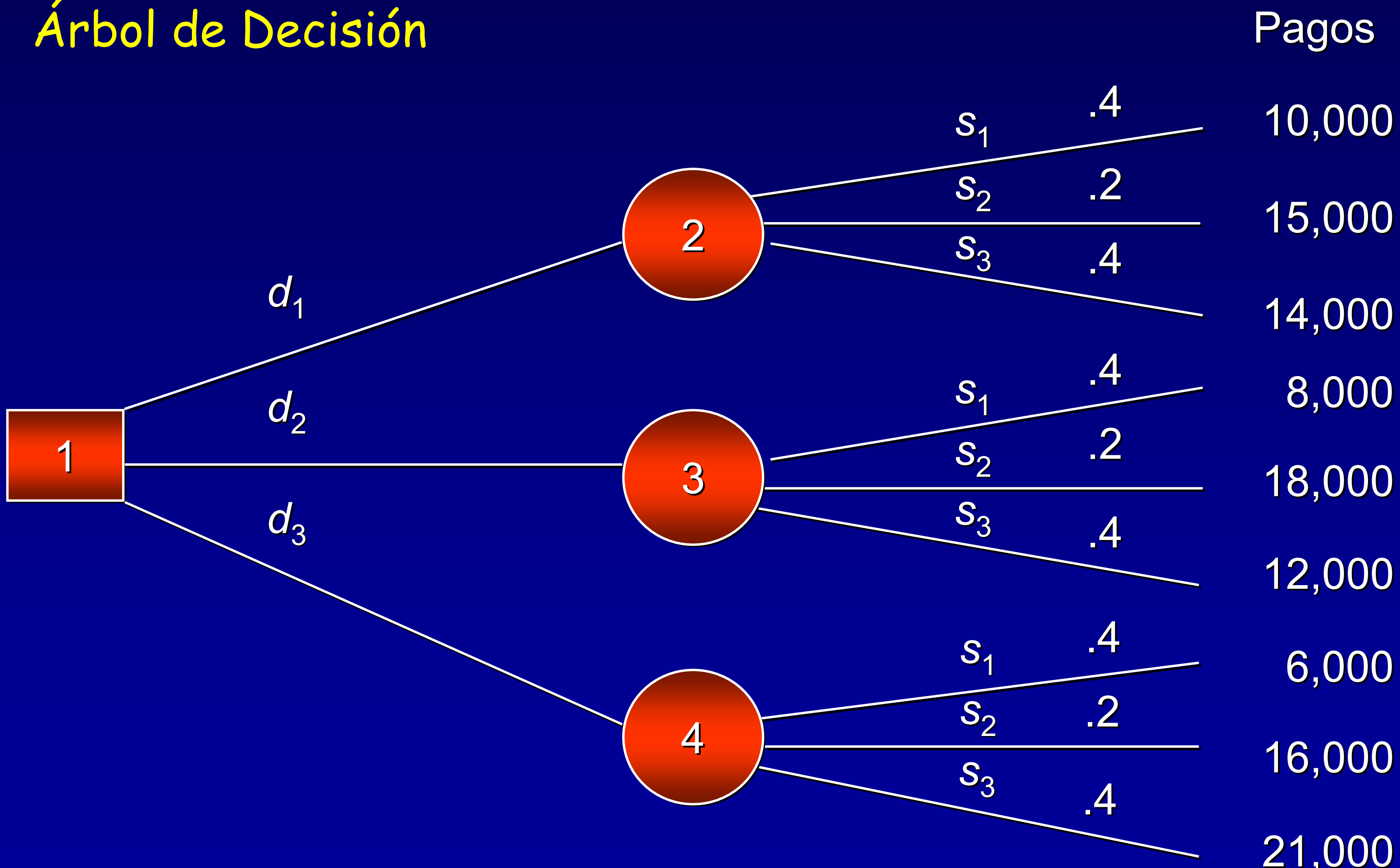
Ejemplo: Burger Prince

- Enfoque del Valor Esperado

Se calcula el valor esperado para cada decisión. El árbol de decisiones en la diapositiva siguiente puede ayudar en este cálculo. Aquí d_1, d_2, d_3 representan las alternativas de decisión de los modelos A, B, C, y s_1, s_2, s_3 representan los estados de naturaleza de 80, 100 y 120.

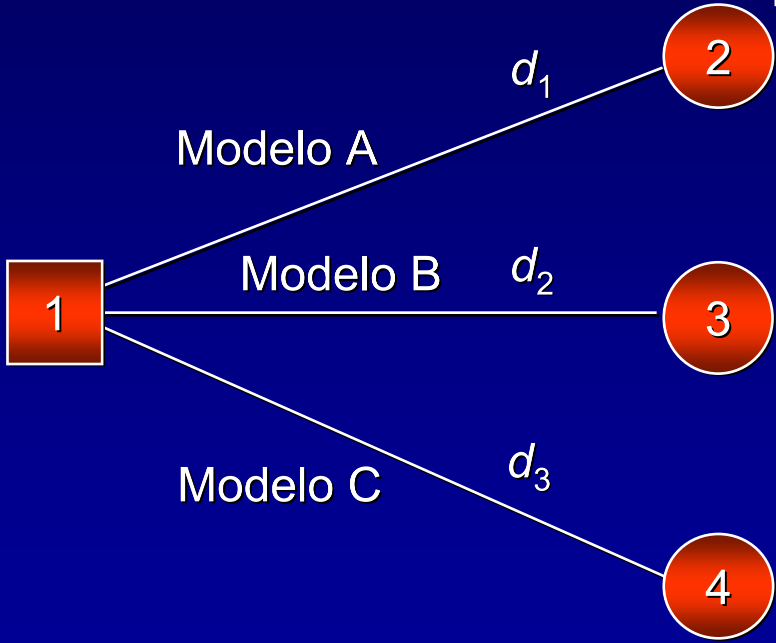
Ejemplo: Burger Prince

- Árbol de Decisión



Ejemplo: Burger Prince

- Valor Esperado Para Cada Decisión



EMV = .4(10,000) + .2(15,000) + .4(14,000)
= \$12,600

EMV = .4(8,000) + .2(18,000) + .4(12,000)
= \$11,600

EMV = .4(6,000) + .2(16,000) + .4(21,000)
= \$14,000

Seleccione el modelo con el mayor EV, Modelo C.

DECISIÓN CON RIESGO

- Los procesos de decisión estadística que se basan en la posibilidad de asignar distribuciones de probabilidad a determinados conjuntos de estados de la naturaleza (mediante la obtención de una muestra) conducen a los métodos de resolución conocidos como **bayesianos**.

DECISIÓN CON INCERTIDUMBRE

Los estados de la naturaleza son variables aleatorias pero de distribución de probabilidad desconocida.

Se toma una decisión d que hace minimice las pérdidas o maximice las funciones de utilidad o valor y representa una aplicación directa de los métodos de la teoría de juegos a los problemas de la decisión.

DECISIÓN CON INCERTIDUMBRE

- Los 3 criterios mas usados para la toma de decisiones cuando la información de probabilidad estima que la probabilidad del estado de naturaleza no esta disponible son:
  - El enfoque <u>optimista</u>
  - El enfoque <u>conservador</u>
  - El enfoque <u>minimax de arrepentimiento</u>

Enfoque Optimista

- Este enfoque seria usado por profesionales optimistas.
- La decisión con el mejor pago posible es la elegida.
- Si la tabla de pago estuviera en términos de costos, la decisión con el mas bajo costo seria elegida.

Enfoque Conservador

- Usado por profesionales con un visión mas conservadora.

- Para cada decisión se elabora una lista de un mínimo de pagos y luego se selecciona la decisión correspondiente al máximo de estos pagos mínimos. (Por lo tanto, el pago mínimo posible es maximizado.)

- Si el pago estuviera en términos de costo, el costo máximo seria determinado por cada decisión y luego la decisión se selecciona la decisión correspondiente al mínimo de este costo máximo. (Por lo tanto, el máximo costo posible es minimizado.)

Enfoque Minimax de Arrepentimiento

- Este enfoque requiere de la elaboración de una tabla de arrepentimiento o tabla de perdida de oportunidad.

- Esto se hace calculando para cada estado de naturaleza la diferencia entre cada pago y el mejor pago para ese estado de naturaleza.

- Luego, usando esta tabla de arrepentimiento se enlista el arrepentimiento máximo para cada alternativa de decisión.

- Se selecciona la alternativa de decisión con el mínimo de los valores de entre los arrepentimientos máximos.

Ejemplo

Considere el siguiente problema con tres alternativas de decisión y tres estados de naturaleza con la siguiente tabla de pago representando utilidades:

Estados de Naturaleza

Decisiones		s_1	s_2	s_3
	d_1	4	4	-2
	d_2	0	3	-1
	d_3	1	5	-3

Ejemplo

- Enfoque Optimista

Una persona optimista usaría el enfoque optimista. Todo lo que se necesita hacer es elegir la decisión que tenga el valor mas grande la tabla de pago. El valor mas alto es 5, y por lo tanto la decisión opima es d_3.

	Decisión	Máximo Pago	
	d_1	4	
	d_2	3	
selección →	d_3	5	← máximo

Ejemplo

- Enfoque Conservador

  Una persona conservadora se inclina mas por este enfoque. Hacer una lista de pagos mínimos por cada decisión. Seleccionar el valor máximo de los pagos mínimos.

	Decisión	Pago Mínimo	
	d_1	-2	
selección d_2 →	d_2	-1	← máximo
	d_3	-3	

Ejemplo

- Enfoque Minimax de Arrepentimiento

En este enfoque, primero se elabora una tabla de arrepentimiento restando del pago mas alto los demás pagos de esa columna. En este Ejemplo, en la primera columna se restan 4, 0, y 1 de 4; en la segunda columna se resta 4, 3, y 5 de 5; etc. El resultado es una tabla de arrepentimiento:

	s_1	s_2	s_3
d_1	0	1	1
d_2	4	2	0
d_3	3	0	2

Ejemplo

- Enfoque Minimax de Arrepentimiento

Para cada decisión enliste el arrepentimiento máximo. Elija la decisión con el menor de los valores.

		Decisión	Arrepentimiento máximo	
elija	d_1 →	d_1	1	← mínimo
		d_2	4	
		d_3	3	

MÁS OPCIONES

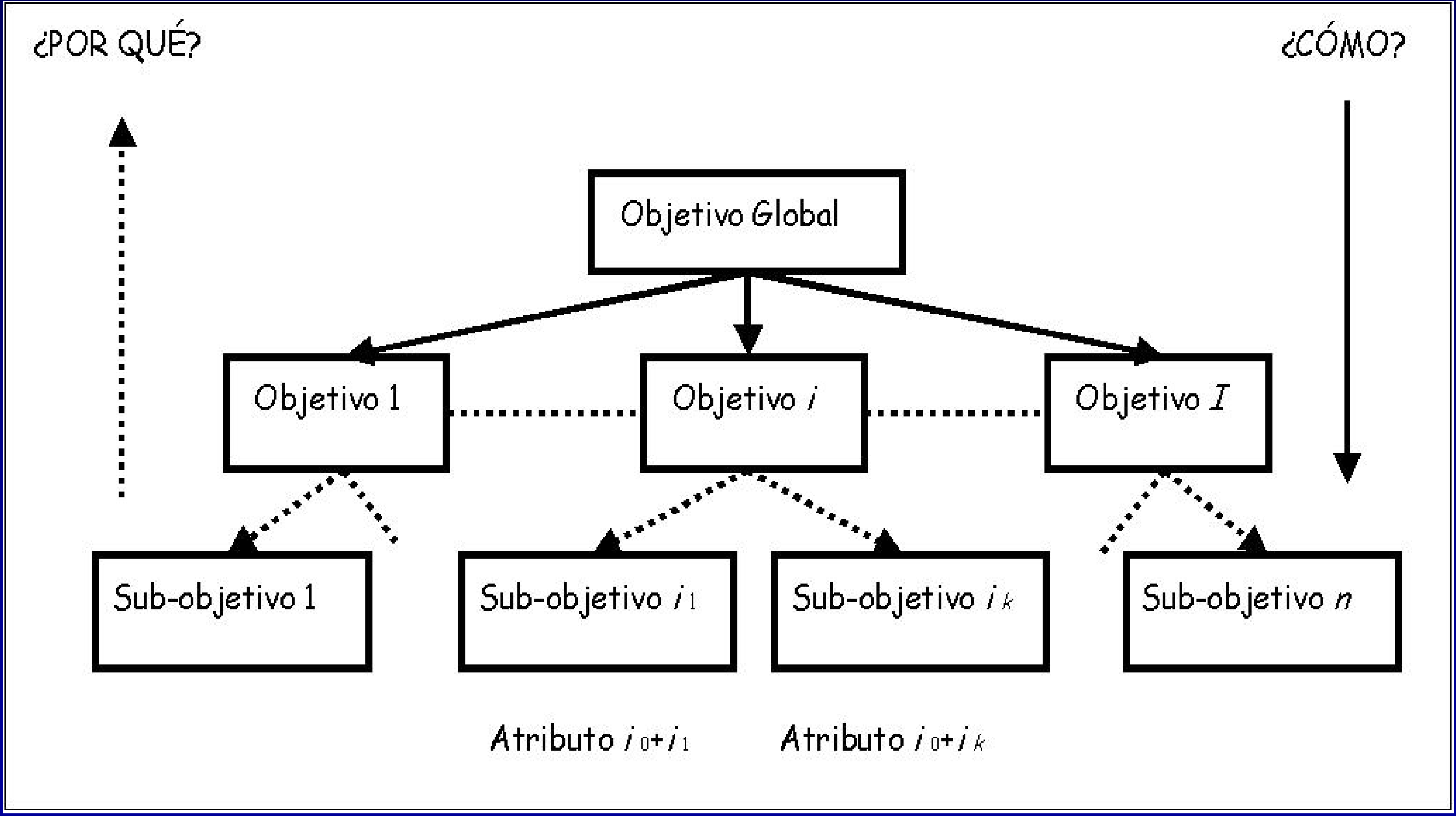
- En problemas de ingeniería –y más en el caso ambiental- es corriente que no sólo se desee maximizar un beneficio monetario, o disminuir un tiempo de espera, sino que se busca alcanzar <u>múltiples objetivos.</u>

- Actualmente la importancia de la opinión pública relacionada con cualquier decisión implica incorporar más de un decisor, incluso opiniones de <u>múltiples personas</u> obtenidas a través de la red.

↓ MUTICRITERIO

↓ MULTIOPINIÓN

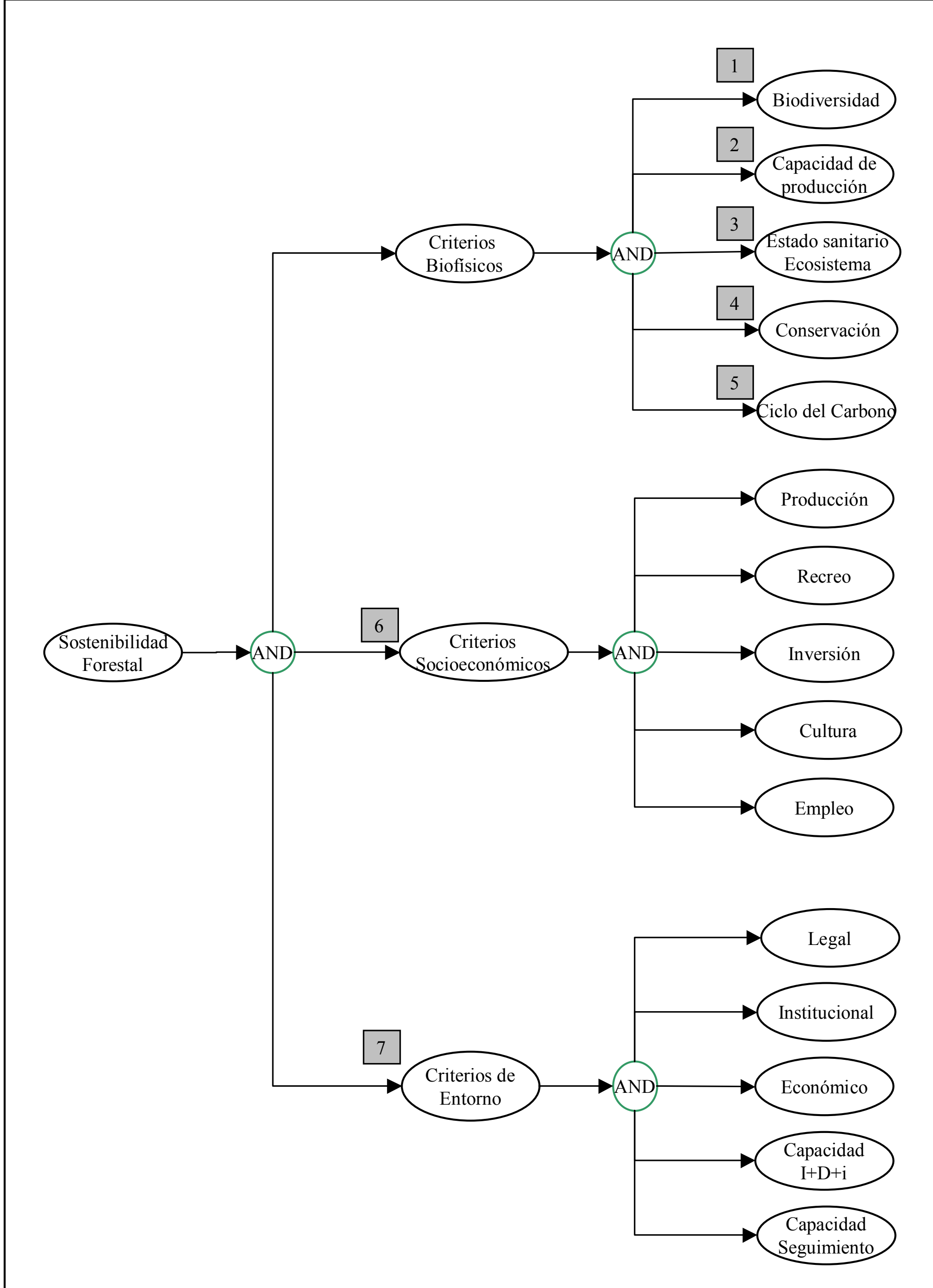
ESTRUCTURACIÓN JERÁRQUICA DE OBJETIVOS



Ejemplo de estructuración de objetivos

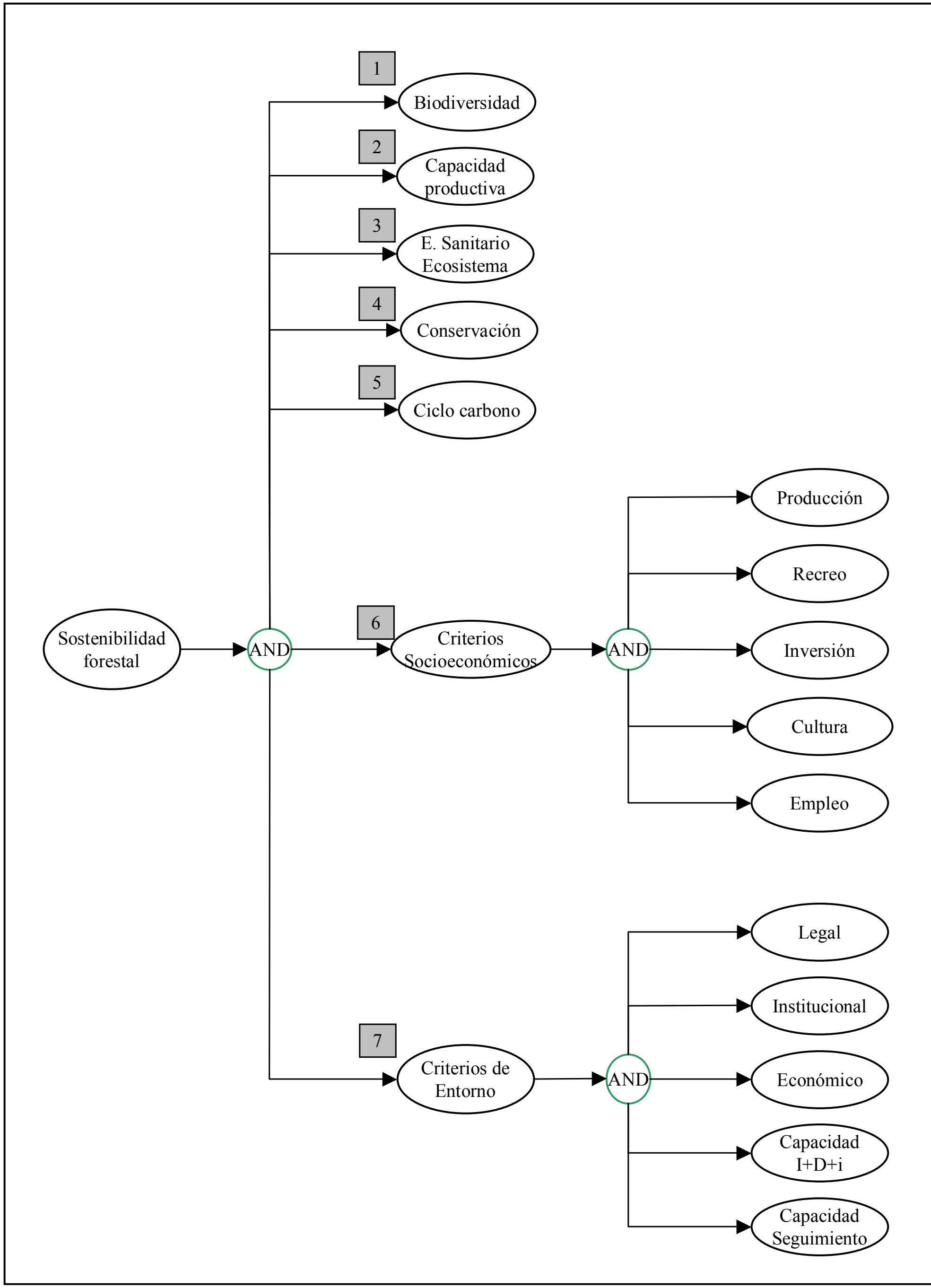
Basado en el sistema de gestión del conocimiento (USDA Forest Service) para evaluar la sostenibilidad ecológica de los montes.

Los números representan los indicadores de Montreal para la gestión forestal sostenible.

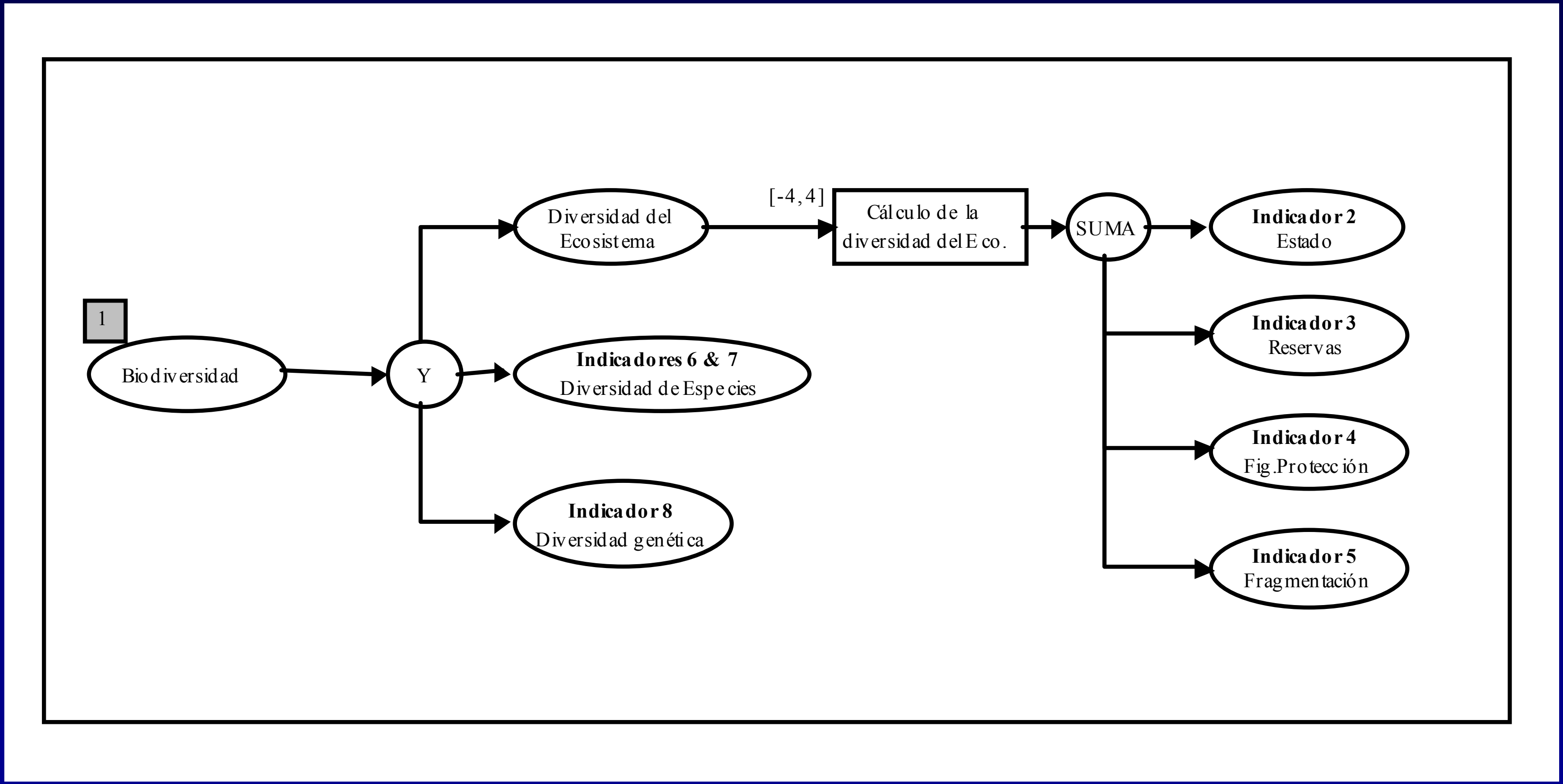


Ejemplo de estructuración de objetivos

Organización alternativa a la estructura anterior. Con énfasis en criterios diferentes.

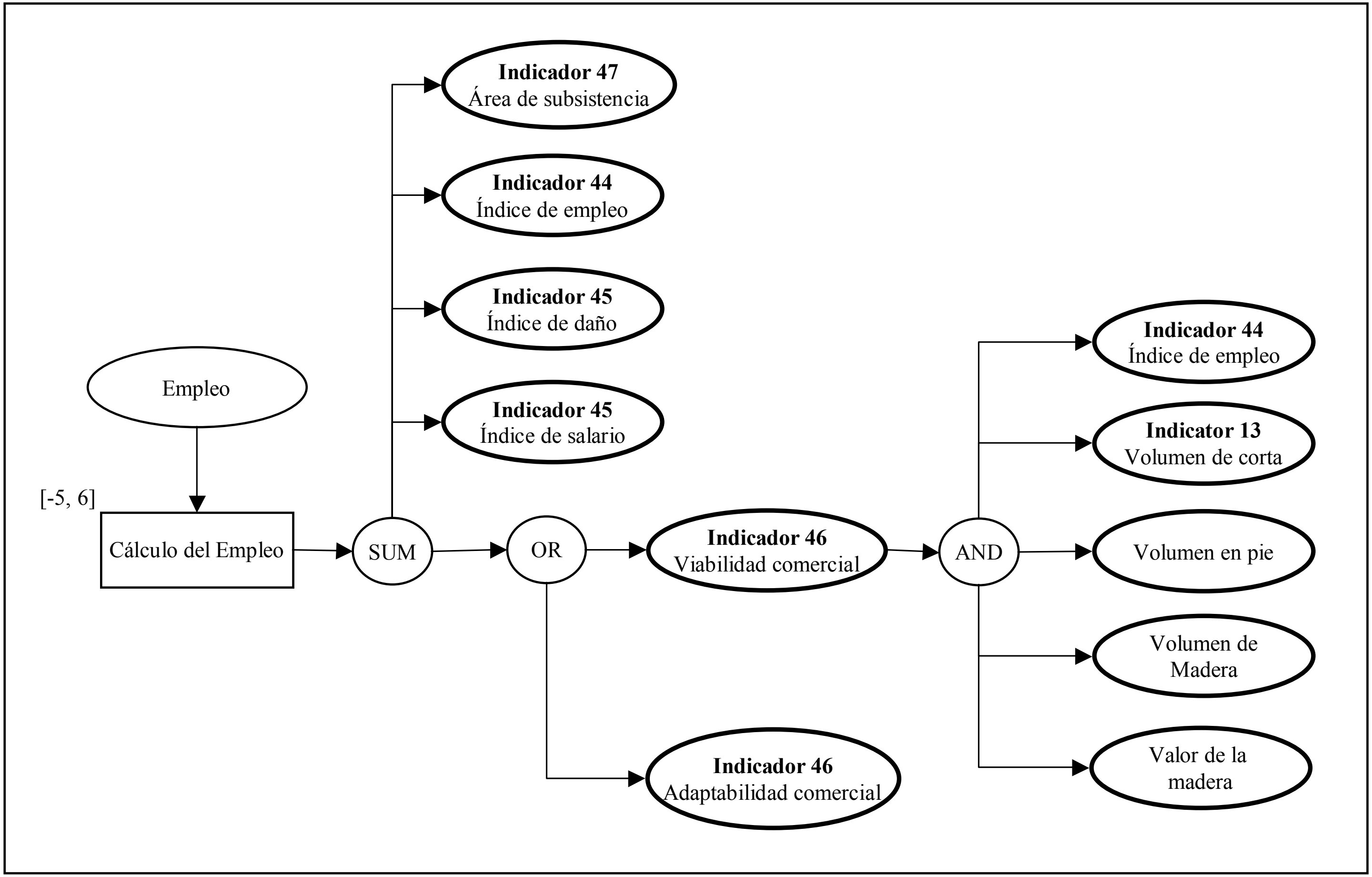


INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Ejemplo



- Operador "Y": los argumentos se evalúan como factores limitantes.
- Operador "SUMA": los argumentos contribuyen incrementalmente a la evaluación y pueden compensarse.

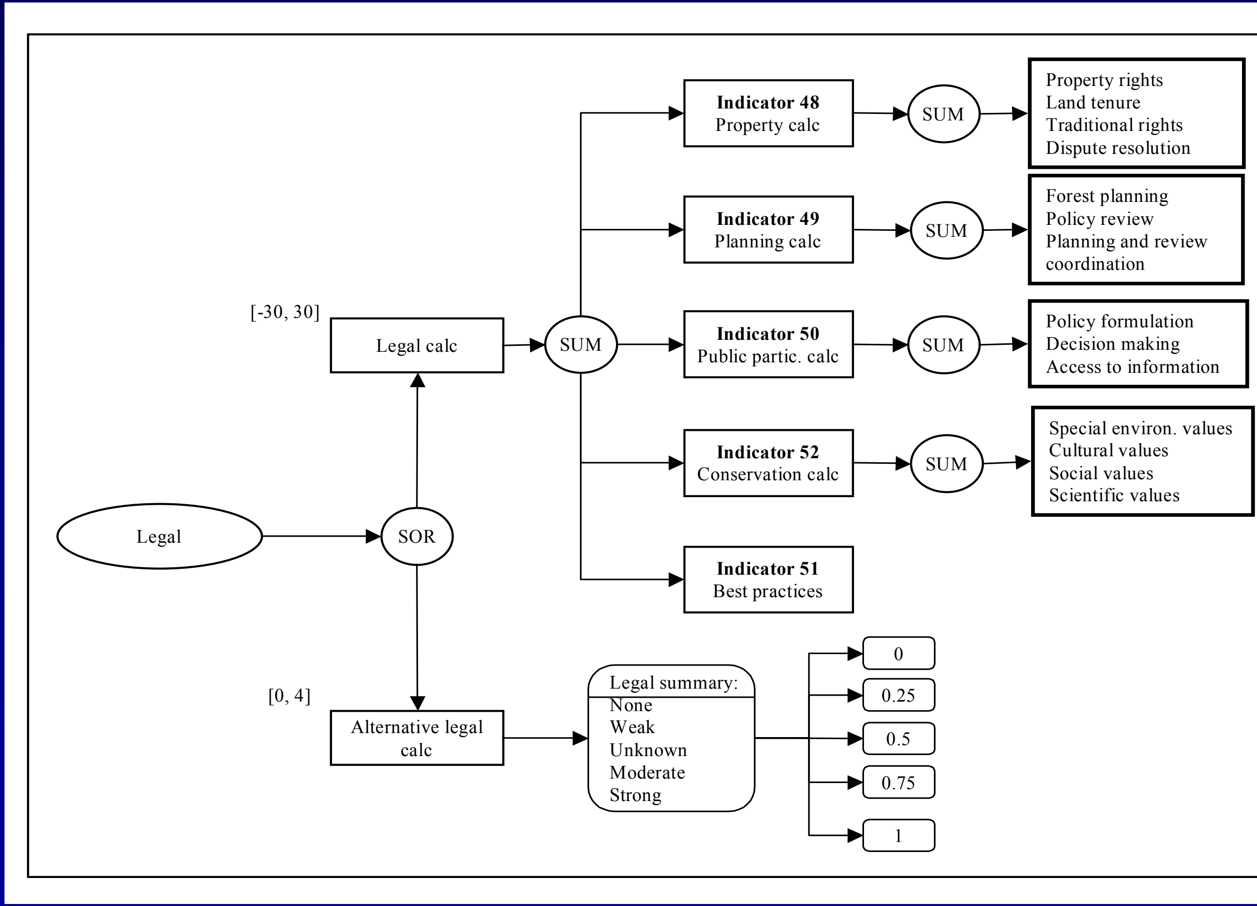
INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Ejemplo



Otro ejemplo que incluye el operador OR.

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Precisión del Conocimiento

El operador OR secuencial (SOR) especifica caminos alternativos en orden de preferencia.



INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Caracterización de Preferencias

* LA EVALUACIÓN SUPONE COMPARAR VECTORES:

$$a = (a_1, a_2, \ldots, a_n) \leftrightarrow b = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$$

- SISTEMA DE PREFERENCIAS

La relación "mayor o igual que" se sustituye por "al menos tan preferible como" como juicio subjetivo del evaluador: $a \geq b \rightarrow a \succeq b$

Un sistema de preferencias es completo: $\forall a,b: \begin{cases} a \succeq b, \\ b \succeq a, \text{ o} \\ a \approx b \Rightarrow a \succeq b \text{ y } b \succeq a \end{cases}$

La existencia de una función de valor exige que la relación sea completa:

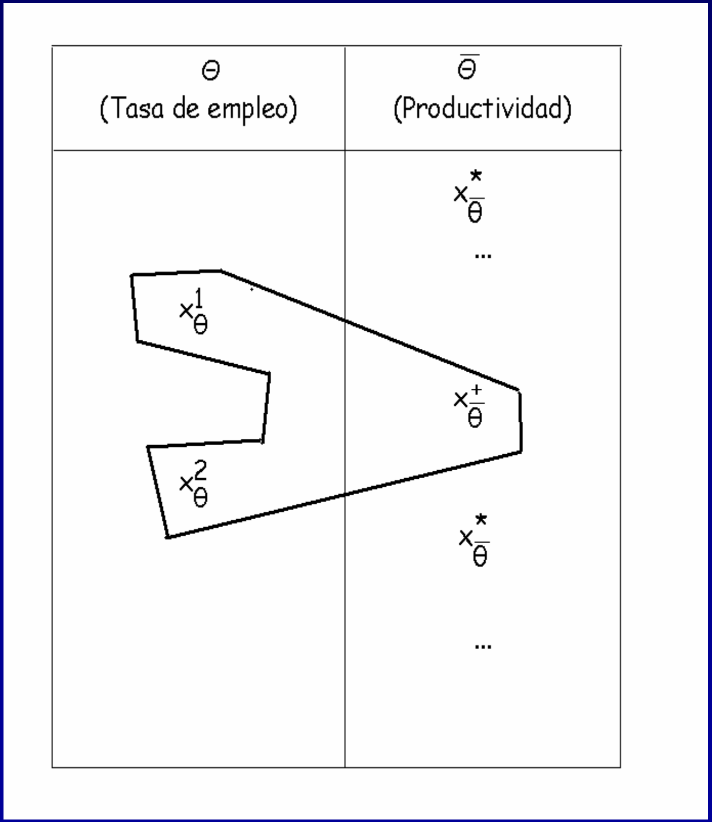
$$v : R^n \rightarrow R$$

$$(a_1, a_2, \ldots, a_n) \rightarrow v(a) = v(a_1, a_2, \ldots, a_n) \in R \quad \left(\forall a = (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in R^n\right)$$

$$\text{tal que: } v(a) > v(b) \Leftrightarrow a \succ b \text{ y } v(a) = v(b) \Leftrightarrow a \approx b$$

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Forma de la Función de Valor

- El tipo de la función de valor depende de la relación de dependencia entre objetivos



$$\Theta \text{ es PI de } \overline{\Theta} \equiv \forall\, x^1_\theta, x^2_\theta \in \Theta \;\text{ y }\; \forall\, x^+_{\overline{\theta}} \in \overline{\Theta},$$

$$\text{tales que: } (x^1_\theta, x^+_{\overline{\theta}}) \succeq (x^2_\theta, x^+_{\overline{\theta}}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^1_\theta, x^*_{\overline{\theta}}) \succeq (x^2_\theta, x^*_{\overline{\theta}}),\ \forall x^*_{\overline{\theta}} \in \overline{\Theta}$$

$$\text{Si } \Theta_i, \Theta_j \text{ es PI de su complementario} \Rightarrow$$

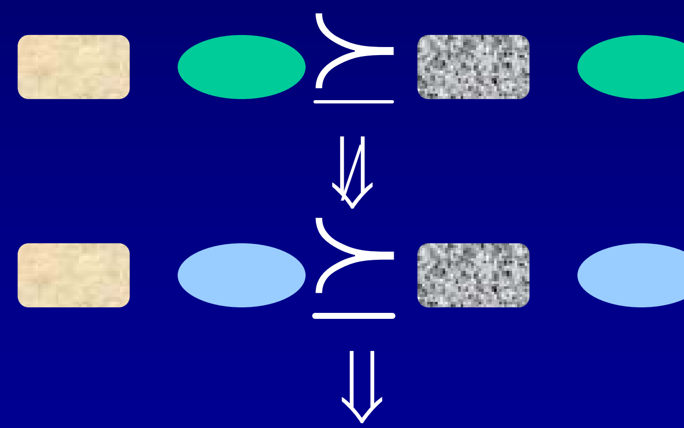
$$(i=1,\dots,n-1,\ j=i+1,\dots,n)$$

$$\Rightarrow v(a) = k_1 v_1(a_1) + \dots + k_n v_n(a_n)$$

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN:
Forma de la Función de Valor

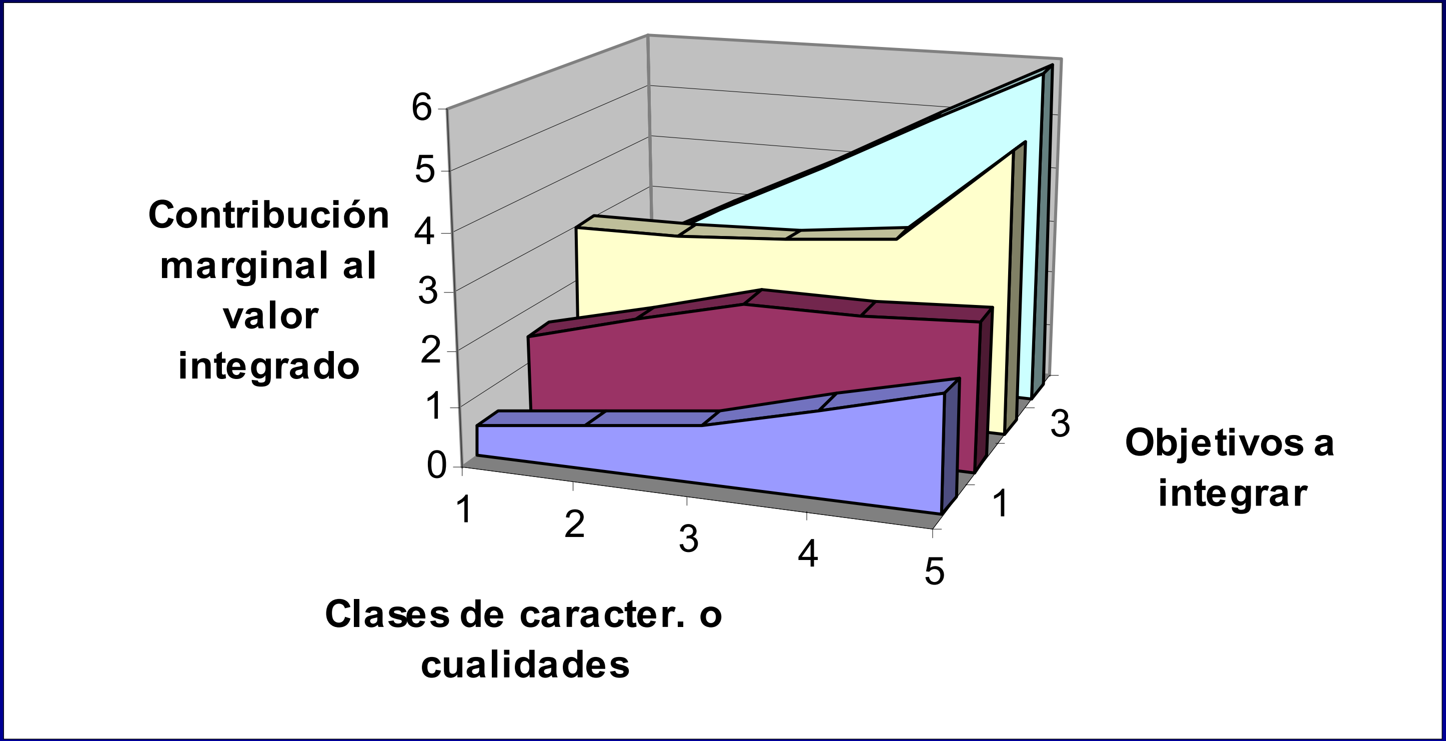
LITOLOGÍA	CLIMA
CALIZAS	CLIMA MODERADO
GRANITO	CLIMA EXTREMO (favorece descalcificación)

PRODUCTIVIDAD =
= f(LITOLOGÍA,
. CLIMA)



Para evaluar la Productividad:
la LITOLOGÍA no es PI del CLIMA

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Forma de la Función de Valor



INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Forma de la Función de Valor

- Otros tipos de función de valor:

$$v(a) = k\, v_1(a_1)\; v_2(a_2) \ldots\; v_n(a_n) \qquad \text{(multiplicativa)}$$

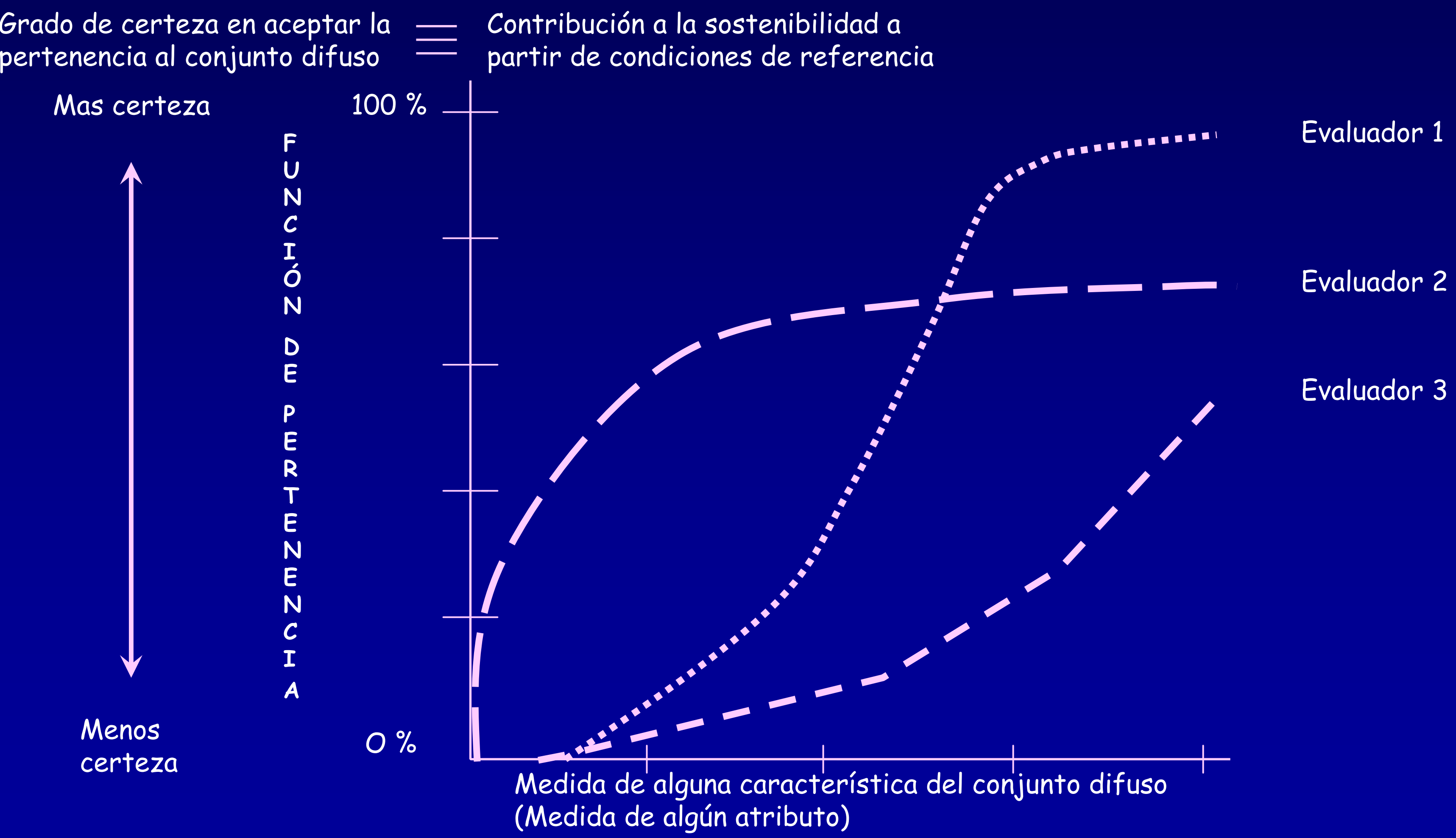
$$v(a) = k\left[v_1(a_1)\right]^{\alpha_1}\left[v_2(a_2)\right]^{\alpha_2} \ldots \left[v_n(a_n)\right]^{\alpha_n} \qquad \text{(polinominal)}$$

$$v(a) = \left[k_1 v_1(a_1) + k_2 v_2(a_2) + \ldots + k_{n-2} v_{n-2}(a_{n-2})\right] v_{n-1}(a_{n-1})\; v_n(a_n) \qquad \text{(parcial aditiva)}$$

$$\vdots$$

- Dependen de otras relaciones dependencia entre objetivos (independencia débil el las diferencias, condición de Thomsen, ...)

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Valoración de las Condiciones de Referencia



INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Ponderaciones de la Función de valor

- Método de la doble ordenación.

$$\left.\begin{array}{l} k_1 \leq k_2 \leq \ldots \leq k_n \\ k_1 - k_2 \leq \ldots \leq k_{n-1} - k_n \end{array}\right\} \rightarrow (k_1, k_2, \ldots, k_n) \subset \text{Convexo}$$

- Método de las n-igualdades.

$$a \approx b \Rightarrow k_1 v_1(a_1) + \ldots + k_n v_n(a_n) = k_1 v_1(b_1) + \ldots + k_n v_n(b_n) \qquad \text{Ecuación N° 1}$$

$$c \approx d \Rightarrow k_1 v_1(c_1) + \ldots + k_n v_n(c_n) = k_1 v_1(d_1) + \ldots + k_n v_n(d_n) \qquad \text{Ecuación N° 2}$$

$$\vdots$$

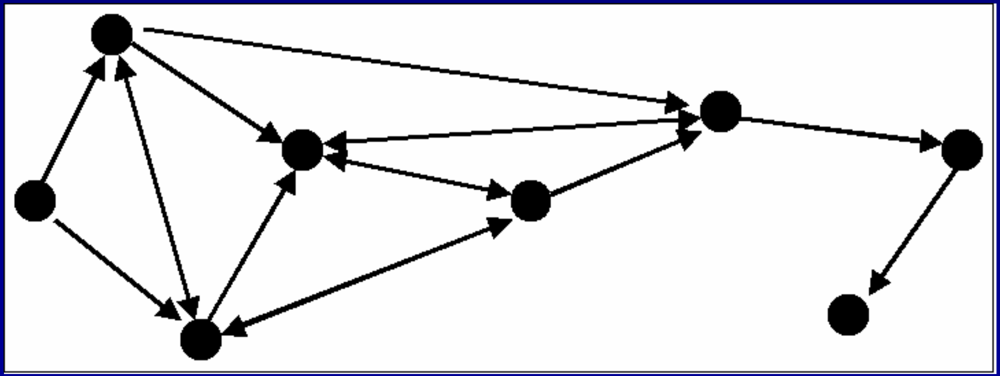
INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Caracterización de Preferencias

- SE PUEDE DEFINIR UNA PROBABILIDAD DE LA PREFERENCIA

  Relación de superclasificación: $aRb \equiv P(a \succ b) \geq \alpha \quad \left(\text{p.j. } \alpha = 0.95\right)$

  No transitividad
$$\left.\begin{array}{l} P(a \succ b) = 0.95 \Rightarrow aRb \\ P(b \succ c) = 0.95 \Rightarrow bRc \end{array}\right\} \Rightarrow P(a \succ b) = P(a \succ b) \times P(b \succ c) =$$
$$= 0.95 \times 0.95 \leq 0.95 \Rightarrow a \text{ no} R\ b \Rightarrow$$

  Dificultad de transformar comparación en evaluación:



- MÉTODOS DIRECTOS

INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: Preferencias de múltiples usuarios

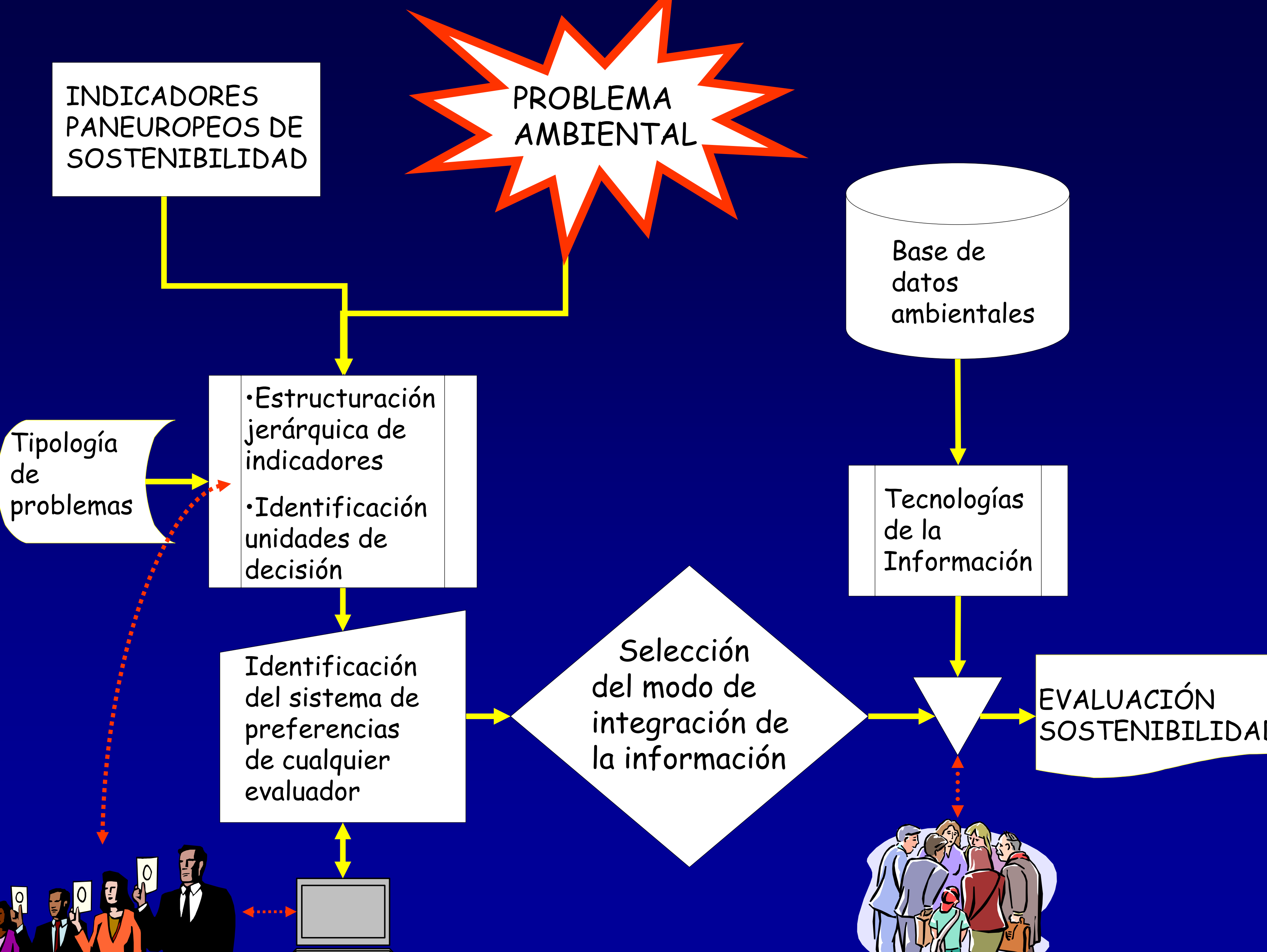
- Implementación de sistemas de convergencia de preferencias de múltiples decisores (utilización de bandas de indiferencia y del método DELPHI, ...).
  - Morton, A. et al, 1999. Delphic SODA: A new approach to distribuited group decision support. Research paper 1999/2. Management Science. Stracthclyde Business School
  - Morton, A. et al, 2001 Distribuited group decision support. A study of some key conceps. Research paper 2001/2. Management Science. Stracthclyde Business School

TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN. Implantación de:

- Sistema de información que describa el significado de los indicadores
- Sistema de almacenamiento de datos (**Data Warehouse**) para el análisis y tratamiento de la información.
- Métodos de **clasificación** de la información ambiental por parte de cualquier usuario: sistemas derivados de la teoría de la decisión y del reconocimiento de formas; de la utilización de funciones discriminantes y fronteras de decisión; de los métodos de clasificación estadística; basados en distancias, ...
- Métodos de **agrupamiento** de información ambiental por parte de cualquier usuario: sistemas basados en métodos taxonómicos, en modelos paramétricos, en no-paramétricos, en algoritmos de agrupamiento jerárquico, ...

TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN. Implantación de:

- Métodos para analizar la **información espacio-temporal** a partir de los desarrollos existentes en campos aleatorios **4D**: análisis espectral y métodos basados en la frecuencia.
- Procedimientos para identificar el sistema de preferencias de cualquier usuario.
- Métodos de **toma de decisiones multicriterio**, para implementar procesos de integración de la información con valor global medible y no medible.
- Aplicaciones de internet para la construcción de **comunidades de usuarios**.


INDICADORES PANEUROPEOS DE SOSTENIBILIDAD
PROBLEMA AMBIENTAL
Base de datos ambientales
Tipología de problemas
•Estructuración jerárquica de indicadores
•Identificación unidades de decisión
Tecnologías de la Información
Identificación del sistema de preferencias de cualquier evaluador
Selección del modo de integración de la información
EVALUACIÓN SOSTENIBILIDA